

CM4 Polarisation, réflexion, réfraction

Matière traitée dans le 4ème module d'apprentissage de physique 3

- 1. Concept de polarisation d'une onde <u>transverse</u>
 (électromagnétique, mécanique,...)
 polarisation linéaire
 polarisation circulaire
 polarisation elliptique
 - 2. Réflexion et réfraction d'une onde à l'interface
 entre deux milieux non absorbants (diélectriques)
 ondes transverses électromagnétiques (labo + cours)
 ondes mécaniques (cours)

+ Un peu d'histoire... Snell * Descartes * Huygens * Newton * Malus * Biot * Arago * Fresnel * Maxwell

0. Onde plane monochromatique scalaire : le cas général

$$M(x,y,z,t) = A \cdot \sin(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)$$

 $\vec{r}=(x,y,z)$: les coordonnées de l'endroit où on veut calculer M t le temps auquel on veut calculer M

sinusoïdale (monochromatique) fréquence angulaire ω longueur d'onde λ Amplitude A

fréquence $f = \omega/2\pi$ période T = 1/fvitesse $c = \lambda/T = \lambda.f$ nombre d'onde $k = 2\pi/\lambda$ P r_1 r_2

Le <u>vecteur</u> d'onde \vec{k} : sa direction est la direction de propagation; sa norme vaut $k = 2\pi/\lambda$.

Plan P perpendiculaire à \vec{k} $\Rightarrow \vec{k} \cdot \vec{r_1} = \vec{k} \cdot \vec{r_2}$

 \Rightarrow M a la même valeur (à un temps donné) pour tous les points du plan P

⇒ onde PLANE

0. Onde plane monochromatique scalaire : le cas général

$$M(x,y,z,t) = A \cdot \sin(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)$$

 $\vec{r}=(x,y,z)$: les coordonnées de l'endroit où on veut calculer M t le temps auquel on veut calculer M

Est-ce bien une onde?

$$\frac{\partial^2 M}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 M}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 M}{\partial z^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 M}{\partial t^2}$$

(Démonstration au tableau)

Et si l'onde est vectorielle et non scalaire?

$$M(x,y,z,t) \mapsto \vec{M}(x,y,z,t)$$

Il faut spécifier l'orientation du vecteur \vec{M} au cours du temps.

→ le concept de polarisation émerge.

1. Polarisation

Concept qui sert à donner une information sur la direction d'oscillation d'un <u>vecteur</u> associé à une onde <u>transverse</u>.

Onde électromagnétique : le vecteur champ électrique

Le type de polarisation indique la forme du lieu parcouru par l'extrémité du vecteur champ électrique au cours du temps, à un endroit donné de l'espace.

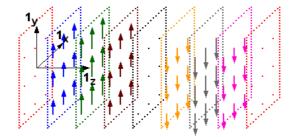
1. Polarisation

Concept qui sert à donner une information sur la direction d'oscillation d'un <u>vecteur</u> associé à une onde <u>transverse</u>.

Onde électromagnétique : le vecteur champ électrique

Exemple:

Polarisation linéaire



$$\vec{E}(\vec{r},t) = A \cdot \overrightarrow{\mathbf{I}_{y}} \cdot \sin(k \cdot z - \omega t) = A \cdot \overrightarrow{\mathbf{I}_{y}} \cdot \sin(k \cdot \overrightarrow{\mathbf{I}_{z}} \cdot \vec{r} - \omega t)$$

$$= A \cdot \overrightarrow{\mathbf{I}_{y}} \cdot \sin(\overrightarrow{k} \cdot \vec{r} - \omega t) = \overrightarrow{A} \cdot \sin(\overrightarrow{k} \cdot \overrightarrow{r} - \omega t)$$

direction du champ électrique

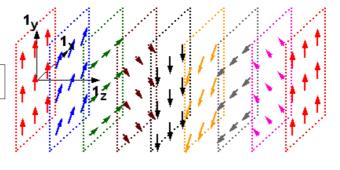
direction de propagation

1. Polarisation

Concept qui sert à donner une information sur la direction d'oscillation d'un <u>vecteur</u> associé à une onde <u>transverse</u>.

Onde électromagnétique : le vecteur champ électrique

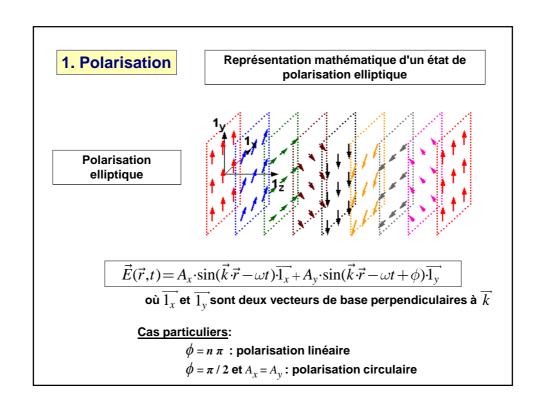
Polarisation elliptique



? Représentation mathématique ?

The polarisation are representation mathématique d'un état de polarisation elliptique d'un état de polarisation elliptiqu

où $\overrightarrow{1_x}$ et $\overrightarrow{1_y}$ sont deux vecteurs de base perpendiculaires à \overrightarrow{k}



1. Polarisation



Dans la nature, les ondes émises par une source ne sont pas nécessairement polarisées; elles peuvent être polarisées à l'aide de dispositifs simples (polariseurs), ou suite à leur interaction avec la matière.

Certaines sources émettent des ondes polarisées (antennes, certains lasers,...)

Un peu d'histoire...

Snell * Descartes * Huygens * Newton * Malus * Biot * Arago * Fresnel * Maxwell

Etienne Louis Malus; 1775 (Paris) -1812 (Paris)

Ecole polytechnique

Ingénieur dans l'armée napoléonienne

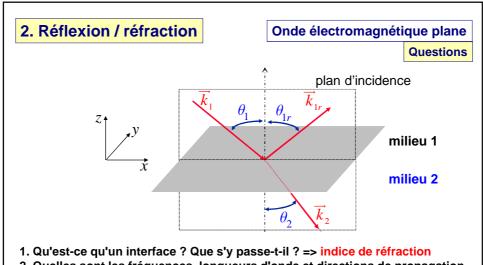
Campagnes du Rhin, de Syrie et d'Egypte ⇒ contracte la peste Divers postes d'enseignant

Recherches en optique

Meurt à 37 ans des suites de sa maladie



- * 1808, jardins du Luxembourg:
 Observe un changement de
 polarisation de la lumière du
 soleil couchant se reflétant dans
 les vitres du château
- * "croit" à la théorie corpusculaire de la lumière ⇒ les particules lumineuses auraient des côtés, ou encore des pôles ⇒ introduit le mot "polarisation"



- 2. Quelles sont les fréquences, longueurs d'onde et directions de propagation des ondes réfléchies et transmises ? => loi de Snell(-Descartes)
- 3. Quelles sont les amplitudes des ondes réfléchies et transmises ?

 => lois de Fresnel

(en fonction des caractéristiques de l'onde incidente et de la nature des deux milieux)

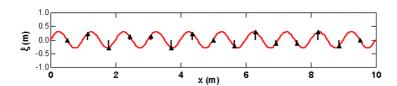
2. Réflexion / réfraction

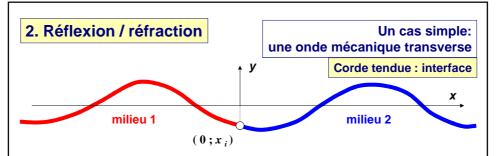
Un cas simple: une onde mécanique transverse

Corde tendue : rappel

Cours précédent:
$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = v^2 \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} \quad \text{où } v = (F/\mu)^{1/2}$$

F: tension dans la corde (N) μ : densité linéique (kg/m)





La tension *F* est constante dans toute la corde, de part et d'autre de l'interface; Les densités linéiques diffèrent de part et d'autre de l'interface.

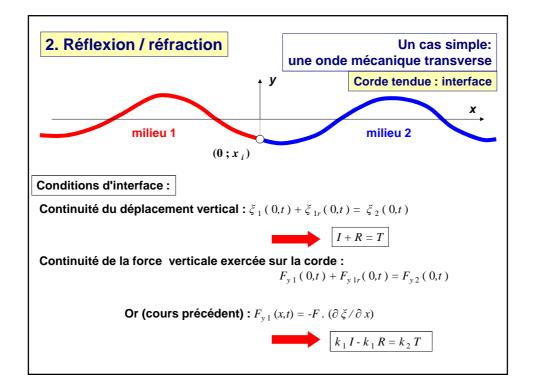


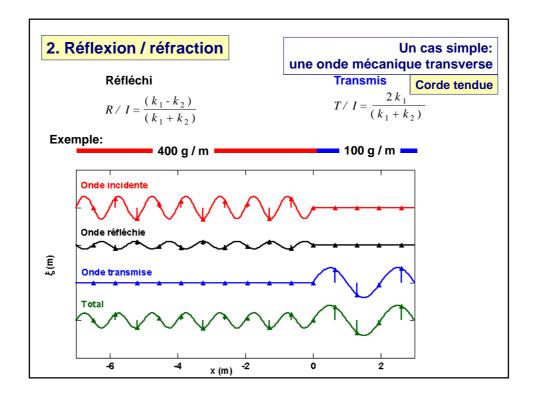
la vitesse de propagation change à l'interface de $(F/m_{L1})^{1/2}$ à $(F/m_{L2})^{1/2}$

Onde incidente : $\xi_1(x,t) = I \sin(k_1 x - \omega t)$ avec $k_1 = 2.\pi/\lambda_1 = \omega/\nu_1$

Onde réfléchie : $\xi_{1r}(x,t) = R \sin(-k_1 x - \omega t)$ avec $k_1 = 2.\pi/\lambda_1 = \omega/\nu_1$

Onde transmise : $\xi_2(x,t) = T \sin(k_2 x - \omega t)$ avec $k_2 = 2.\pi/\lambda_2 = \omega/\nu_2$





Onde électromagnétique plane

Indice de réfraction

Onde électromagnétique dans un milieu diélectrique transparent:

Vide	milieu diélectrique transparent (non absorbant), isotrope et linéaire
$arepsilon_0$	$\varepsilon = \varepsilon_r \varepsilon_0$
μ_0	$\mu = \mu_r \mu_0$
$v = c = 1 / (\varepsilon_0 \mu_0)^{1/2}$	$v = 1 / (\varepsilon \mu)^{1/2}$
	$= 1 / (\varepsilon_0 \mu_0)^{1/2} / (\varepsilon_r \mu_r)^{1/2}$
	$= c / (\varepsilon_r \mu_r)^{1/2}$
	= c / n

 $n=(\varepsilon_r\mu_r)^{1/2}$ est l'indice de réfraction du milieu

il est en général > 1 (sauf dans le domaine des rayons-X)

Onde électromagnétique plane

Indice de réfraction

Onde électromagnétique dans un milieu diélectrique transparent:

milieu diélectrique transparent (non absorbant), isotrope et linéaire
$arepsilon = arepsilon_r arepsilon_0$
$\mu=\mu_r\mu_0$
$v = 1 / (\varepsilon \mu)^{1/2}$ $= 1 / (\varepsilon_0 \mu_0)^{1/2} / (\varepsilon_r \mu_r)^{1/2}$ $= c / (\varepsilon_r \mu_r)^{1/2}$ $= c / n$
$\lambda . (\omega/2\pi) = v$
$\vec{H} = (\epsilon/\mu)^{1/2} (\overrightarrow{1_k} \times \vec{E})$ $= 1/Z (\overrightarrow{1_k} \times \vec{E})$

2. Réflexion / réfraction

Onde électromagnétique plane

Interface entre deux milieux

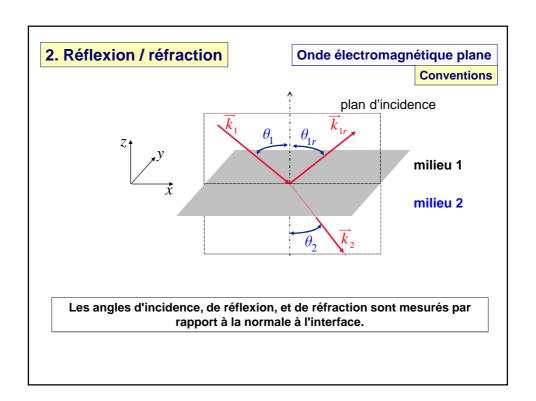
En passant

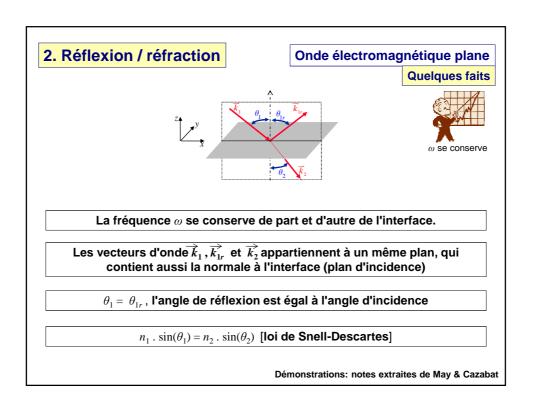
d'un milieu d'impédance Z_1 (ou d'indice de réfraction n_1) à un milieu d'impédance Z_2 (ou d'indice de réfraction n_2),

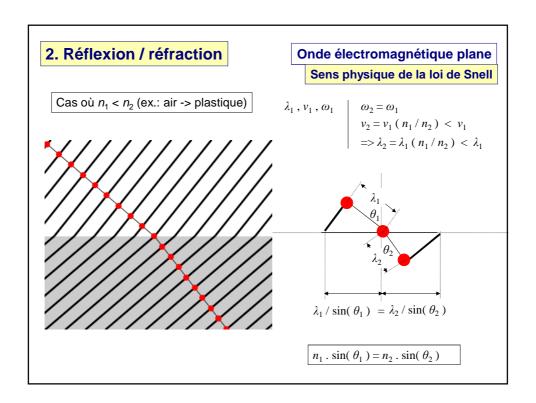
l'onde "doit"

adapter sa vitesse,

tout en respectant les conditions d'interface du champ électromagnétique aux interfaces.







Snell * Descartes * Huygens * Newton * Malus * Biot * Arago * Fresnel * Maxwell

Willebrord Snell; 1580 (Leiden) -1626 (Leiden)

Juriste, mathématicien, astronome; Professeur de mathématiques à l'université de Leiden; Meurt à 46 ans.



En 1621, il découvre la loi de la réfraction (loi des sinus) ...mais il ne la publie pas.

Il faudra attendre 1703 pour que <u>Huygens</u> y fasse référence dans son livre "Dioptrica".

Snell * Descartes * Huygens * Newton * Malus * Biot * Arago * Fresnel * Maxwell

René Descartes; 1596 (La Haye) -1650 (Stockolm)

Philosophe et mathématicien;

S'établit en Hollande (1628-1648);

1637 : "Discours de la méthode";

1644 : "Principes de philosophie";

1649: se rend à la cour de Suède;

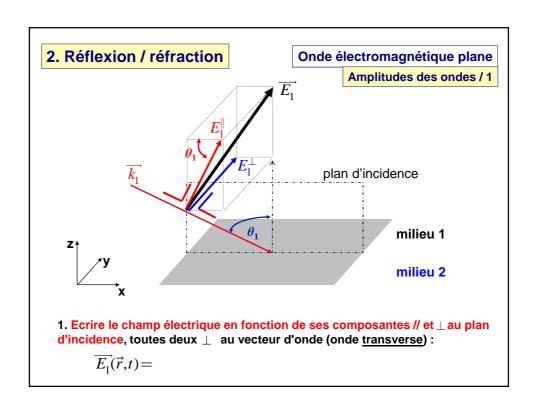
Meurt deux ans plus tard à 54 ans.

Publie un traité d'optique en appendice du *Discours de la méthode* (*La Dioptrique*, 1637);

Reprend essentiellement des idées déjà connues, malheureusement sans en citer les origines;

=> en France, on lui attribue incorrectement la découverte de la loi de la réfraction.



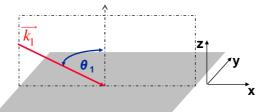


Onde électromagnétique plane

Amplitudes des ondes / 2

2. Ecrire le champ magnétique en fonction du champ électrique :

$$\overrightarrow{H_1}(\overrightarrow{r},t) = \frac{1}{Z_1}(\overrightarrow{l_k} \times \overrightarrow{E_1})$$



2. Réflexion / réfraction

Onde électromagnétique plane

Amplitudes des ondes / 3

3. Idem pour les ondes transmises et réfléchies, en tenant compte des angles de réfraction et de réflexion :

Onde transmise:

$$\begin{split} \overrightarrow{E_2}(\vec{r},t) &= \left[\underline{E_2^{\parallel}} \cos(\theta_2); \underline{E_2^{\perp}}; \underline{E_2^{\parallel}} \sin(\theta_2) \right] \cdot \sin(\overrightarrow{k_2} \cdot \vec{r} - \omega t) \\ \overrightarrow{H_2}(\vec{r},t) &= \left[\underline{E_2^{\perp}} \cos(\theta_2); -\underline{E_2^{\parallel}}; \underline{E_2^{\perp}} \sin(\theta_2) \right] \cdot \frac{1}{Z_2} \cdot \sin(\overrightarrow{k_2} \cdot \vec{r} - \omega t) \end{split}$$

Onde réfléchie (attention aux conventions de signe!) :

$$\overrightarrow{E_{1r}}(\vec{r},t) = \left[\overrightarrow{E_{1r}} \cos(\theta_1); \overrightarrow{E_{1r}}; -\overrightarrow{E_{1r}} \sin(\theta_1) \right] \cdot \sin(\overrightarrow{k_{1r}}; \overrightarrow{r} - \omega t)$$

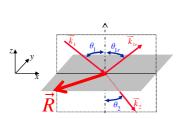
$$\overrightarrow{H_{1r}}(\vec{r},t) = \left[-\overrightarrow{E_{1r}} \cos(\theta_1); -\overrightarrow{E_{1r}}; \overrightarrow{E_{1r}} \sin(\theta_1) \right] \cdot \frac{1}{Z_1} \sin(\overrightarrow{k_{1r}}; \overrightarrow{r} - \omega t)$$

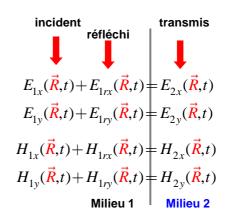
Onde électromagnétique plane

Amplitudes des ondes / 4

4. Introduire les équations d'interface :

A l'interface entre deux milieux diélectriques (isolants), les composantes tangentielles du champ électrique et du champ magnétique se conservent :





2. Réflexion / réfraction

Onde électromagnétique plane

Amplitudes des ondes / 5

5. On obtient alors très facilement:

Champ réfléchi :

$$\underline{E_{1r}^{\parallel}} = \frac{Z_2 \cos(\theta_2) - Z_1 \cos(\theta_1)}{Z_2 \cos(\theta_2) + Z_1 \cos(\theta_1)} \cdot \underline{E_1^{\parallel}}$$

Champ transmis:

$$\underline{E_2^{\parallel}} = \frac{2Z_2\cos(\theta_1)}{Z_2\cos(\theta_2) + Z_1\cos(\theta_1)} \cdot \underline{E_1^{\parallel}} \qquad \underline{E_2^{\perp}} = \frac{2Z_2\cos(\theta_1)}{Z_2\cos(\theta_1) + Z_1\cos(\theta_2)} \cdot \underline{E_1^{\perp}}$$

Composantes // du champ électr.

$$E_{1r}^{\perp} = \frac{Z_2 \cos(\theta_1) - Z_1 \cos(\theta_2)}{Z_2 \cos(\theta_1) + Z_1 \cos(\theta_2)} \cdot E_1^{\perp}$$

$$E_2^{\perp} = \frac{2Z_2 \cos(\theta_1)}{Z_2 \cos(\theta_1) + Z_1 \cos(\theta_2)} \cdot E_1^{\perp}$$

Composantes \perp du champ électr.

LOIS DE FRESNEL

Découplage des équations pour les composantes // et \perp au plan d'incidence.

Onde électromagnétique plane

Amplitudes des ondes / 5

6. Les opticiens ré-écrivent les lois en utilisant n, mais ces expressions ne sont valables que pour des matériaux non-magnétiques (μ_r = 1)

Champ réfléchi :

$$E_{1r}^{\parallel} = \frac{n_1 \cos(\theta_2) - n_2 \cos(\theta_1)}{n_2 \cos(\theta_1) + n_1 \cos(\theta_2)} \cdot E_{1}^{\parallel}$$

$$E_{1r}^{\perp} = \frac{n_1 \cos(\theta_1) - n_2 \cos(\theta_2)}{n_1 \cos(\theta_1) + n_2 \cos(\theta_2)} \cdot E_{1}^{\perp}$$

Champ transmis:

$$\underline{E_2^{\parallel}} = \frac{2n_1\cos(\theta_1)}{n_2\cos(\theta_1) + n_1\cos(\theta_2)} \cdot \underline{E_1^{\parallel}} \qquad \underline{E_2^{\perp}} = \frac{2n_1\cos(\theta_1)}{n_1\cos(\theta_1) + n_2\cos(\theta_2)} \cdot \underline{E_1^{\perp}}$$

Composantes // du champ électr.

Composantes \perp du champ électr.

LOIS DE FRESNEL

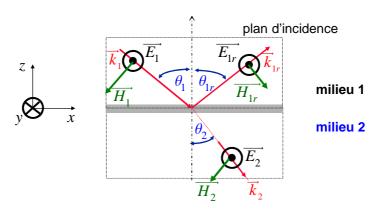
Découplage des équations pour les composantes // et \perp au plan d'incidence.

2. Réflexion / réfraction

Onde électromagnétique plane

Polarisation perpendiculaire

 E_1 , E_{1r} et $E_2 \perp$ au plan d'incidence H₁, H_{1r} et H₂ // au plan d'incidence



2. Réflexion / réfraction Onde électromagnétique plane Polarisation parallèle E₁, E_{1r} et E₂ // au plan d'incidence H₁, H_{1r} et H₂ \perp au plan d'incidence plan d'incidence $\overline{E_1}$ milieu 1 $\overline{E_1}$ milieu 2 !!!! Attention aux conventions de signe !!!! (choix des directions positives pour les champs)

Un peu d'histoire...

Snell * Descartes * Huygens * Newton * Malus * Biot * Arago * Fresnel * Maxwell

Augustin Jean Fresnel; 1788 (Broglie) - 1827 (Ville d'Avray)

Polytechnicien; débute en chimie; ensuite s'intéresse à la lumière. Poste aux Ponts et Chaussées; Meurt à 39 ans.

"J'ai décidé de rester un modeste ingénieur... et même d'abandonner la physique, si les circonstances l'exigent. Je le ferai d'autant plus facilement que j'aperçois maintenant la vanité de s'efforcer d'obtenir un petit morceau de gloire."



Un des fondateurs de la théorie ondulatoire de la lumière: combine des expériences superbes avec une formalisation mathématique avancée pour expliquer les phénomènes de diffraction.

Un peu d'histoire...
Snell * Descartes * Huygens * Newton * Malus * Biot * Arago * Fresnel * Maxwell

Théorie de la lumière : quelques noms

ondulatoire

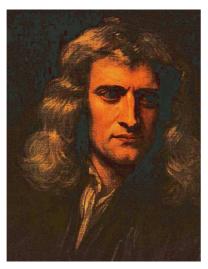
Christiaan Huygens; 1629 (La Haye)-1695 (La Haye). Considéré comme le père de la théorie ondulatoire de la lumière.

Traité de la lumière, 1678 "principe d'Huygens"



Un peu d'histoire... Snell * Descartes * Huygens * Newton * Malus * Biot * Arago * Fresnel * Maxwell

Théorie de la lumière : quelques noms



corpusculaire

<u>Sir Isaac Newton</u> 1643 (Woolsthorpe) - 1727 (Londres)

1672 : premier de ses articles sur la lumière

=> théorie corpusculaire.

Conflit avec Hooke sur la propriété de ses résultats expérimentaux => retarde la publication de son ouvrage jusqu'à la mort de Hooke (1703) :

Opticks (1704).

Snell * Descartes * Huygens * Newton * Malus * Biot * Arago * Fresnel * Maxwell

Théorie de la lumière : quelques noms

ondulatoire

corpusculaire

<u>Dominique François Arago</u> 1786 (Estagel) - 1853 (Paris)



<u>Jean-Baptiste Biot</u> 1774 (Paris) - 1862 (Paris)



Un peu d'histoire...

Snell * Descartes * Huygens * Newton * Malus * Biot * Arago * Fresnel * Maxwell

Théorie de la lumière : quelques noms



ondulatoire

corpusculaire

<u>Dominique François Arago</u> 1786 (Estagel) - 1853 (Paris) <u>Jean-Baptiste Biot</u> 1774 (Paris) - 1862 (Paris)



Polytechnicien et républicain

Polytechnicien et royaliste

1806: collaborent sur le thème de la mesure de l'arc d'un méridien terrestre

1811: polarisation et chromatisme 1812: polarisation et chromatisme

Seront ennemis tout le reste de leur vie...

Snell * Descartes * Huygens * Newton * Malus * Biot * Arago * Fresnel * Maxwell

<u>Jean-Baptiste Biot</u> 1774 (Paris) - 1862 (Paris)

M. Biot possédait au plus haut degré les qualités de curiosité, de finesse, de pénétration, de précision, d'analyse ingénieuse, de méthode, de clarté, bref toutes les qualités essentielles et secondaires, à l'exception d'une seule, le génie, pris dans le sens d'originalité et d'inventivité. (Sainte-Beuve)

En ce qui concerne M. Biot, j'ai pu évaluer son caractère quand nous étions ensemble dans les îles Shetland; et je n'hésite pas à dire que je n'ai jamais rencontré un mélange si étrange de vanité, d'impétuosité, d'inconstance et de partialité innée,... (O. Gregory)

Un peu d'histoire...

Snell * Descartes * Huygens * Newton * Malus * Biot * Arago * Fresnel * Maxwell

Théorie de la lumière : quelques noms

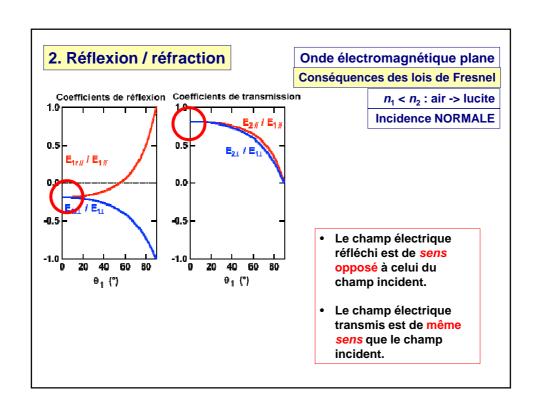
ondulatoire

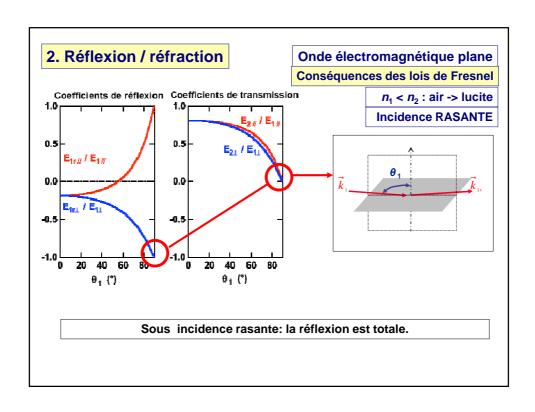
<u>James Clerck Maxwell</u> 1831 (Edinburgh) - 1879 (Cambridge)

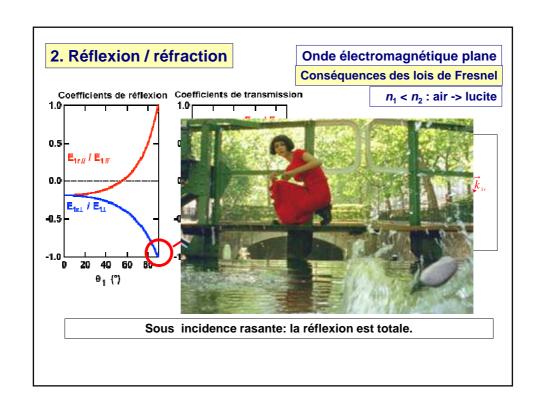


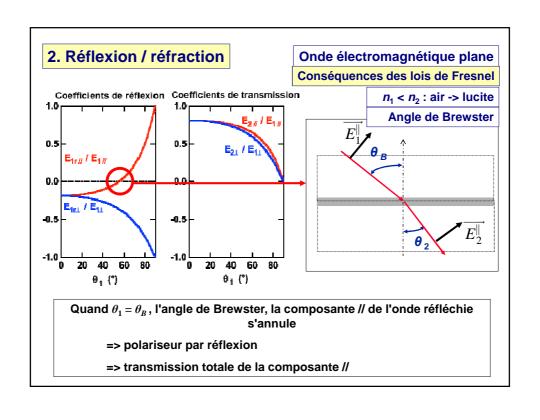
1862: "We can scarcely avoid the conclusion that light consists in the transverse undulations of the same medium which is the cause of electric and magnetic phenomena."

1873: Treatise on Electricity & Magnetism : équations de Maxwell









Onde électromagnétique plane

Conséquences des lois de Fresnel

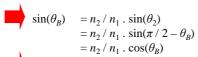
$$\underline{E_{1r}^{\parallel}} = 0 = \frac{Z_2 \cos(\theta_2) - Z_1 \cos(\theta_1)}{Z_2 \cos(\theta_2) + Z_1 \cos(\theta_1)} \cdot \underline{E_1^{\parallel}} = \frac{\tan(\theta_2 - \theta_1)}{\tan(\theta_2 + \theta_1)} \cdot \underline{E_1^{\parallel}}$$

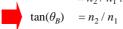
 $n_1 < n_2$: air -> lucite

Angle de Brewster

Si $\theta_1 + \theta_2 = \pi / 2$, alors $\tan(\theta_1 + \theta_2) = \inf = \mathbf{E}_{1r//} = \mathbf{0}$

L'angle de Brewster θ_B est l'angle d'incidence θ_1 pour lequel $\theta_1 + \theta_2 = \pi/2$





 θ_{B} θ_{B} θ_{B} θ_{B}

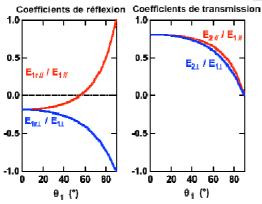
NB: pour des milieux purement magnétiques, l'angle de Brewster n'existe que pour des polarisations \bot

2. Réflexion / réfraction

Onde électromagnétique plane

Conséquences des lois de Fresnel

 $n_1 < n_2$: air -> lucite



En général, l'état de polarisation d'une onde est modifié lors d'une réflexion ou d'une réfraction.

