# Structural Operational Semantics

Martin Bråthen

November 29, 2019

| | |
|---|---|
| $m_i$ | store |
| $e_i$ | expression |
| $n_i$ | integer |
| $b_i$ | bool |
| $v_i$ | bool or int |
| $s_i$ | statement |

## 1 Arithmetic

$$\frac{\langle m, e_0\rangle \longrightarrow n_0, \langle m, e_1\rangle \longrightarrow n_1}{\langle m, e_0 + e_1\rangle \longrightarrow \langle m, n_0 + n_1\rangle} \quad \text{[add]}$$

$$\frac{\langle m, e_0\rangle \longrightarrow n_0, \langle m, e_1\rangle \longrightarrow n_1}{\langle m, e_0 * e_1\rangle \longrightarrow \langle m, n_0 * n_1\rangle} \quad \text{[mul]}$$

$$\frac{\langle m, e_0\rangle \longrightarrow n_0, \langle m, e_1\rangle \longrightarrow n_1}{\langle m, e_0/e_1\rangle \longrightarrow \langle m, n_0/n_1\rangle} \quad \text{[div]}$$

$$\frac{\langle m, e_0\rangle \longrightarrow n_0, \langle m, e_1\rangle \longrightarrow n_1}{\langle m, e_0\%e_1\rangle \longrightarrow \langle m, n_0\%n_1\rangle} \quad \text{[mod]}$$

$$\frac{\langle m, e\rangle \longrightarrow n}{\langle m, -e\rangle \longrightarrow \langle m, -1 * n\rangle} \quad \text{[neg]}$$

## 2 Boolean

$$\frac{\langle m, e_0\rangle \longrightarrow false, \langle m, e_1\rangle \longrightarrow false}{\langle m, e_0\ AND\ e_1\rangle \longrightarrow \langle m, false\rangle} \quad \text{[and1]}$$

$$\frac{\langle m, e_0\rangle \longrightarrow true, \langle m, e_1\rangle \longrightarrow false}{\langle m, e_0\ AND\ e_1\rangle \longrightarrow \langle m, false\rangle} \quad \text{[and2]}$$

$$\frac{\langle m, e_0\rangle \longrightarrow false, \langle m, e_1\rangle \longrightarrow true}{\langle m, e_0\ AND\ e_1\rangle \longrightarrow \langle m, false\rangle} \quad \text{[and3]}$$

$$\frac{\langle m, e_0\rangle \longrightarrow true, \langle m, e_1\rangle \longrightarrow true}{\langle m, e_0\ AND\ e_1\rangle \longrightarrow \langle m, true\rangle} \quad \text{[and4]}$$

$$\frac{\langle m, e_0\rangle \longrightarrow b}{\langle m, NOT\ e\rangle \longrightarrow \langle m, NOT\ b\rangle} \quad \text{[not]}$$

$$\frac{\langle m, e_0\rangle \longrightarrow false, \langle m, e_1\rangle \longrightarrow false}{\langle m, e_0\ OR\ e_1\rangle \longrightarrow \langle m, false\rangle} \quad \text{[or1]}$$

$$\frac{\langle m, e_0\rangle \longrightarrow true, \langle m, e_1\rangle \longrightarrow false}{\langle m, e_0\ OR\ e_1\rangle \longrightarrow \langle m, true\rangle} \quad \text{[or2]}$$

$$\frac{\langle m, e_0\rangle \longrightarrow false, \langle m, e_1\rangle \longrightarrow true}{\langle m, e_0\ OR\ e_1\rangle \longrightarrow \langle m, true\rangle} \quad \text{[or3]}$$

$$\frac{\langle m, e_0\rangle \longrightarrow true, \langle m, e_1\rangle \longrightarrow true}{\langle m, e_0\ OR\ e_1\rangle \longrightarrow \langle m, true\rangle} \quad \text{[or4]}$$

# 3 Comparison

$$\frac{\langle m, e_0\rangle \longrightarrow v_0, \langle m, e_1\rangle \longrightarrow v_1}{\langle m, e_0 == e_1\rangle \longrightarrow \langle m, v_0 == v_1\rangle} \quad \text{[eq]}$$

$$\frac{\langle m, e_0\rangle \longrightarrow v_0, \langle m, e_1 \longrightarrow v_1}{\langle m, e_0\ != e_1\rangle \longrightarrow \langle m, v_0\ != v_1\rangle} \quad \text{[neq]}$$

# 4 Statements

$$\frac{\langle m, e\rangle \longrightarrow v}{\langle m, \text{assign}(x, e)\rangle \longrightarrow \langle m[x \mapsto v], \text{skip}\rangle} \quad \text{[assign]}$$

$$\frac{\langle m, e\rangle \longrightarrow true}{\langle m, \text{if}(e, s_{\text{then}}, s_{\text{else}})\rangle \longrightarrow \langle m, s_{\text{then}}\rangle} \quad \text{[if1]}$$

$$\frac{\langle m, e\rangle \longrightarrow false}{\langle m, \text{if}(e, s_{\text{then}}, s_{\text{else}})\rangle \longrightarrow \langle m, s_{\text{then}}\rangle} \quad \text{[if2]}$$

$$\langle m, \text{seq}(\text{skip}, s)\rangle \longrightarrow \langle m, s\rangle \quad \text{[seq1]}$$

$$\frac{\langle m_0, s_0\rangle \longrightarrow m_0', \langle m_1, s_1\rangle \longrightarrow m_1'}{\langle m, \text{seq}(s_0, s_1)\rangle \longrightarrow \langle m', \text{seq}(s_0', s_1)\rangle} \quad \text{[seq2]}$$

$$\frac{\langle m, e\rangle \longrightarrow b}{\langle m, \text{while}(e, s)\rangle \longrightarrow \langle m, \text{if}(e, \text{seq}(s, while(e, s)), \text{skip})\rangle} \quad \text{[while]}$$

$$\frac{\langle m, s\rangle \longrightarrow v, \langle m, s\rangle \longrightarrow m'}{\langle m, \text{return}(v)\rangle \longrightarrow \langle m', skip\rangle} \quad \text{[return]}$$