

1 Problemi

1.1 Differenze minime e massime

Sia V un vettore di n numeri interi positivi. Definiamo i seguenti due problemi computazionali:

1. **min-gap** (differenza minima): determinare una coppia di indici $1 \leq i < j \leq n$ tali per cui per ogni $1 \leq k < h \leq n$: $|V[i] - V[j]| \leq |V[k] - V[h]|$.
2. **max-gap** (differenza massima): determinare una coppia di indici $1 \leq i < j \leq n$ tali per cui per ogni $1 \leq k < h \leq n$: $|V[i] - V[j]| \geq |V[k] - V[h]|$.

Risolvere i due problemi e discutere la complessità delle soluzioni.

1.2 Per fare un albero (binario di ricerca) ci vuole...

Dato un vettore V di n interi ordinati e distinti, scrivere una procedura che costruisce un albero binario di ricerca di altezza minima. Discutere la correttezza e la complessità.

1.3 Ricorrenza

Trovare un limite superiore e inferiore per la seguente ricorrenza:

$$T(n) = \begin{cases} 1 & n = 1 \\ T(n/2) + 1 & \text{se } n > 1 \text{ è pari} \\ T(n-2) + 1 & \text{se } n > 1 \text{ è dispari} \end{cases}$$

Suggerimento: utilizzate pure i teoremi per avere un'idea della soluzione, ma poi sarà necessario utilizzare il metodo di sostituzione per una dimostrazione formale.