

Algoritmi e Strutture Dati - 02/09/13

Esercizio 1 – Punti ≥ 6

Si consideri un gruppo di $n = 2^k$ persone, ognuna delle quali conosce un segreto distinto. Ad ogni turno, ogni persona può spedire un solo messaggio ad un'altra persona di sua scelta, contenente tutti i segreti che conosce. Lo scopo è far sì che tutti vengano a conoscenza di tutti i segreti.

Ad esempio, supponendo $n = 2$, nel turno 1 la prima persona può spedire il proprio segreto alla seconda, e contemporaneamente la seconda può spedire il proprio segreto alla prima. Sono quindi necessari 1 turno e 2 messaggi affinché $n = 2$ persone conoscano i segreti di tutti.

Calcolare i migliori limiti inferiore e superiore al numero di messaggi che è necessario spedire affinché tutti conoscano i segreti di tutti. Calcolare i migliori limiti inferiore e superiore al numero di turni che è necessario eseguire affinché tutti conoscano i segreti di tutti.

In entrambi i casi, giustificare la risposta.

Esercizio 2 – Punti ≥ 6

Scrivere un algoritmo che, preso in input un albero binario di ricerca T in cui i nodi sono associati ad una variabile *color*, restituisce **true** se e solo se T è un albero red-black. Discutere la complessità dell'algoritmo proposto.

Esercizio 3 – Punti ≥ 6

Scrivere un algoritmo efficiente che, dato in input un grafo non orientato $G = (V, E)$, un nodo $r \in V$ e un intero $d > 0$, restituisce il numero di nodi che si trovano a distanza minore o uguale di d da r . La distanza è misurata in numero di archi. Discutere la complessità dell'algoritmo proposto.

Esercizio 4 – Punti ≥ 12

Dati n dadi, con il dado i -esimo dotato di $F[i]$ facce numerate da 1 a $F[i]$, trovare il numero di modi diversi con cui è possibile ottenere una certa somma X sommando i valori di tutti i dadi. Ad esempio, avendo due dadi a quattro facce numerati da 1 a 4, il valore 7 è ottenibile in un solo modo non contando le possibili permutazioni: $3 + 4$. Avendo tre dadi sempre a 4 facce, il valore 6 è ottenibile in tre modi diversi non contando le possibili permutazioni: $1 + 1 + 4$, $1 + 2 + 3$, $2 + 2 + 2$.