

Algoritmi e Strutture Dati - 07/01/14

Esercizio 0 Scrivere correttamente nome, cognome, numero di matricola, riga e colonna.

Esercizio 1 – Punti ≥ 5

Calcolare la complessità della procedura `mystery()` descritto di seguito.

```
mystery(integer  $n$ )  
  integer  $i, j, s, k$   
   $s \leftarrow 0$   
  for  $i \leftarrow 1$  to  $n$  do  
     $j \leftarrow 1$   
    while  $j < n$  do  
       $k \leftarrow 1$   
      while  $k \leq n$  do  
         $s \leftarrow s + 1$   
         $k \leftarrow k * 3$   
       $j \leftarrow j * 2$   
  return  $s$ 
```

Esercizio 2 – Punti ≥ 6

Progettare un albero red-black di altezza nera almeno 1 in cui inserendo una chiave a vostra scelta cambia l'altezza nera dell'albero (ovvero, l'altezza nera della radice). Disegnare sia l'albero di partenza che l'albero risultante dall'operazione di inserimento.

Esercizio 3 – Punti ≥ 7

La mappa di un videogioco è rappresentata da un grafo non orientato $G = (V, E)$: ogni nodo v rappresenta una “stanza”, e ogni arco (u, v) indica l'esistenza di un passaggio diretto dalla stanza u alla stanza v . Le stanze sono in tutto n . L'array di booleani $M[1 \dots n]$ indica la presenza o meno di un mostro in ciascuna stanza. All'inizio del gioco, il giocatore si trova nella stanza s ; ad ogni turno può spostarsi dalla stanza corrente in una adiacente. Scopo del gioco è raggiungere una stanza destinazione d .

- Scrivere un algoritmo che restituisca la lunghezza del più breve cammino da s a d privo di mostri, se esiste; restituisca $+\infty$ se tale cammino non esiste
- Scrivere un algoritmo che restituisca il minor numero di mostri che è impossibile evitare andando da s a d .

Discutere la complessità degli algoritmi risultanti.

Esercizio 4 – Punti ≥ 12

Disponiamo di $n > 1$ libri di varia dimensione; il libro i -esimo ha spessore $x[i]$ e altezza $y[i]$. Vogliamo disporre i libri su scaffali di lunghezza L . Ciascuno scaffale è in grado di ospitare un numero qualsiasi di libri, purché la somma degli spessori risulti minore o uguale a L ; naturalmente nessun libro ha spessore maggiore di L . Gli scaffali vengono posizionati uno sopra l'altro in modo da non sprecare spazio in verticale. L'altezza di ciascuno scaffale è pari all'altezza massima dei libri che contiene. L'altezza complessiva occupata dall'intera collezione di libri è data dalla somma delle altezze dei singoli scaffali. Scrivere un algoritmo che, dati in input i vettori $x[1 \dots n]$ e $y[1 \dots n]$, e il valore di L , restituisce la minima altezza totale occupata dalla collezione di libri. Analizzare il costo asintotico dell'algoritmo proposto e discuterne la complessità.