



ANÁLISIS Y DISEÑO LÓGICO DE SISTEMAS

Septiembre 2023

Luis E.Canales C.
lcanales@utalca.cl

LENGUAJES DE BASES DE DATOS: ÁLGEBRA RELACIONAL

Diagram illustrating a Relational Database structure:

Relation: Member

Attributes: Member ID, Name, Date of Birth

Tuple: (4, Mike, 16/09/1992)

Member ID	Name	Date of Birth
1	Alice	03/03/1995
2	Bob	11/07/1993
3	Charlie	21/10/1997
4	Mike	16/09/1992
5	Katie	21/10/1997

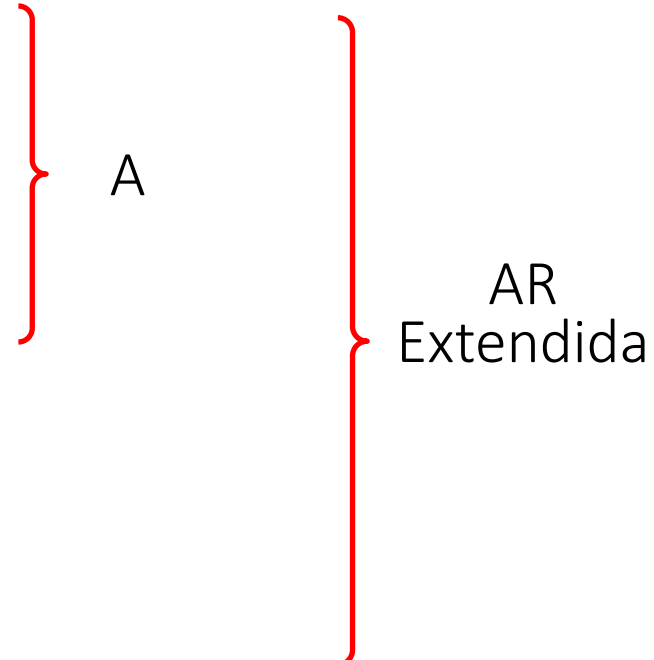
Relational
Algebra
Operators



Álgebra Relacional

- Es un lenguaje formal que permite consultar bases de datos relacionales
- Conjunto de operadores que toman relaciones como operandos y retornan una relación como resultado → Propiedad de cierre → El resultado de un operador puede ser el operando de otro.
- Es un lenguaje que no es usado directamente por los desarrolladores: usado para la traducción y optimización de consultas SQL
- Utiliza símbolos griegos σ , π , ρ , δ , etc.
- Propuesta por E. F. Codd

Álgebra Relacional: Operadores

- Unión \cup , intersección \cap , diferencia $-$
 - Selección σ
 - Proyección π
 - Producto Cartesiano join \bowtie
 - (Renombrar ρ)
 - Eliminar Duplicados δ
 - Agrupación y agregación γ
 - Sorting τ
- 
- A
- AR Extendida

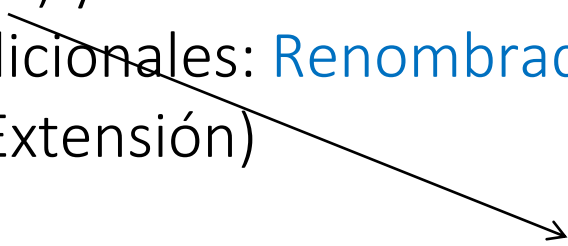
Todos los operadores toman 1 o 2 relaciones como entradas y devuelven otra relación

Álgebra Relacional

Ocho operadores clasificados en dos grupos:

- Tradicionales de la teoría de conjuntos: Unión, Intersección, Diferencia y Producto Cartesiano
- Especializados: Restricción (o Selección), Proyección, Reunión (*join*) y División

Operadores adicionales: Renombrado, Agrupamiento, Derivación (o Extensión)



No traducir *join*
como unión

Álgebra Relacional

Sean las relaciones:

ADMINISTRADOR

Código	Nombre	edad
1	Jorge Campos	33
2	Enrique Muñoz	25
3	Esteban Paz	21

Nota: Aquí se usa el atributo edad, pero en una BD se debería guardar la fecha de nacimiento

PRODUCTOR

Código	Nombre	Edad
2	Enrique Muñoz	25
8	Jorge Arias	30
10	Juan Martínez	19

Álgebra Relacional

$\sigma_{\text{Condición}}(R)$



Restricción o Selección (σ):

Genera una relación que contiene todas las tuplas de una relación que satisfacen una condición dada.

La condición se construye mediante operadores de comparación ($=$, $<$, \leq , \neq , etc.) y booleanos (AND, OR, etc.)

$$\sigma_p(R) = \{t \mid t \in R \text{ and } p(t)\}$$

Álgebra Relacional

- Relación R

A	B	C	D
α	α	1	7
α	β	5	7
β	β	12	3
β	β	23	10

$$\sigma_{A=B \wedge D > 5}(R)$$

A	B	C	D
α	α	1	7
β	β	23	10

Álgebra Relacional

ADMINISTRADOR

Código	Nombre	edad
1	Jorge Campos	33
2	Enrique Muñoz	25
3	Esteban Paz	21

- $\sigma_{\text{edad} \geq 25}(\text{ADMINISTRADOR})$:

Código	Nombre	edad
1	Jorge Campos	33
2	Enrique Muñoz	25

PRODUCTOR

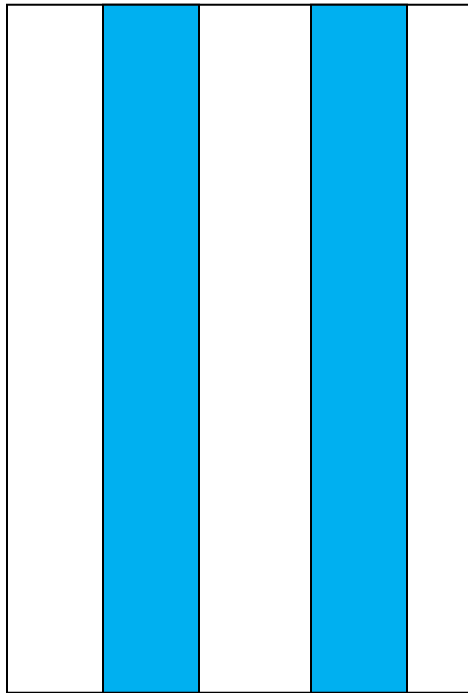
Código	Nombre	Edad
2	Enrique Muñoz	25
8	Jorge Arias	30
10	Juan Martínez	19

- $\sigma_{\text{código} < 5}(\text{PRODUCTOR})$:

Código	Nombre	Edad
2	Enrique Muñoz	25

Álgebra Relacional

$\pi_{\text{Lista atributos}}(R)$



Proyección (π):

Extrae atributos (columnas) de una relación

El resultado es una relación (**se eliminan tuplas repetidas**)

$\pi_{A1, A2, \dots, An}(R)$

Álgebra Relacional

ADMINISTRADOR

Código	Nombre	edad
1	Jorge Campos	33
2	Enrique Muñoz	25
3	Esteban Paz	21

$\pi_{\text{código, edad}}(\text{ADMINISTRADOR})$

Código	edad
1	33
2	25
3	21

$\pi_{\text{código, nombre}}(\text{PRODUCTOR})$

PRODUCTOR

Código	Nombre	Edad
2	Enrique Muñoz	25
8	Jorge Arias	30
10	Juan Martínez	19

Código	Nombre
2	Enrique Muñoz
8	Jorge Arias
10	Juan Martínez

Álgebra Relacional

Sea una relación JUGADOR:

JUGADOR

cod	nom	país
3	Xiu	China
8	Juan	Chile
2	Juan	Chile

Sea: $\pi_{\text{país}}(\text{JUGADOR})$

país
China
Chile

Sea: $\pi_{\text{nom}, \text{país}}(\text{JUGADOR})$

nom	país
Xiu	China
Juan	Chile

Note que se **eliminan tuplas repetidas**

Álgebra Relacional

Componiendo Operadores AR

PACIENTE

Nro.	Nombre	zip	enfermedad
1	P1	98125	gripe
2	P2	98125	corazón
3	P3	98120	pulmón
4	p4	98120	corazón

$\pi_{\text{zip, enfermedad}}(\text{PACIENTE})$

zip	enfermedad
98125	gripe
98125	corazón
98120	pulmón
98120	corazón

$\sigma_{\text{enfermedad} = \text{'corazón'}}(\text{PACIENTE})$

Nro.	Nombre	zip	enfermedad
2	P2	98125	corazón
4	p4	98120	corazón

$\pi_{\text{zip, enfermedad}}(\sigma_{\text{enfermedad} = \text{'corazón'}}(\text{PACIENTE}))$

zip	enfermedad
98125	corazón
98120	corazón

Álgebra Relacional

Producto Cartesiano: $R_1 \times R_2$

- Retorna una relación que contiene todas las tuplas resultantes de la combinación de cada tupla de R_1 con cada tupla de R_2
- La cabecera de la relación resultante es la unión de las cabeceras de R_1 y R_2
- Para hacer el producto cartesiano, las cabeceras de R_1 y R_2 no pueden tener nombres de atributos iguales ¿por qué? Si las cabeceras tienen nombres de atributos iguales se debe usar un alias mediante el operador de renombrado ρ (más adelante se explica este operador)

Álgebra Relacional

Ejemplo producto cruzado

EMPLEADO

nombre	rut
Juan	999999999
Tomás	777777777

DEPENDIENTE

rutemp	nomemp
999999999	Emilia
777777777	Jaime

EMPLEADO X DEPENDIENTE

Nombre	rut	rutemp	nomemp
Juan	999999999	999999999	Emilia
Juan	999999999	777777777	Jaime
Tomás	777777777	999999999	Emilia
Tomás	777777777	777777777	Jaime

Álgebra Relacional

Renombrado **temporal**
de la relación

Renombrado temporal
de los atributos

ADMINISTRADOR \bowtie $\rho_{\text{PRO}(\text{cod}, \text{nom}, \text{ed})}$ ($\pi_{\text{código}, \text{nombre}, \text{edad}}(\text{PRODUCTOR})$)

Operador de renombrado

ADMINISTRADOR

Código	Nombre	edad
1	Jorge Campos	33
2	Enrique Muñoz	25
3	Esteban Paz	21

PRODUCTOR

Código	Nombre	Edad
2	Enrique Muñoz	25
8	Jorge Arias	30
10	Juan Martínez	19

código	nombre	edad	cod	nom	ed
1	Jorge Campos	33	2	Enrique Muñoz	25
1	Jorge Campos	33	8	Jorge Arias	30
1	Jorge Campos	33	10	Juan Martínez	19
2	Enrique Muñoz	25	2	Enrique Muñoz	25
2	Enrique Muñoz	25	8	Jorge Arias	30
2	Enrique Muñoz	25	10	Juan Martínez	19
3	Esteban Paz	21	2	Enrique Muñoz	25
3	Esteban Paz	21	8	Jorge Arias	30
3	Esteban Paz	21	10	Juan Martínez	19

Álgebra Relacional: Unión y diferencia

- Unión y diferencia

$R1 \cup R2$

$R1 - R2$

Solo tiene sentido si $R1$, $R2$ tienen el mismo esquema

Álgebra Relacional: Intersección

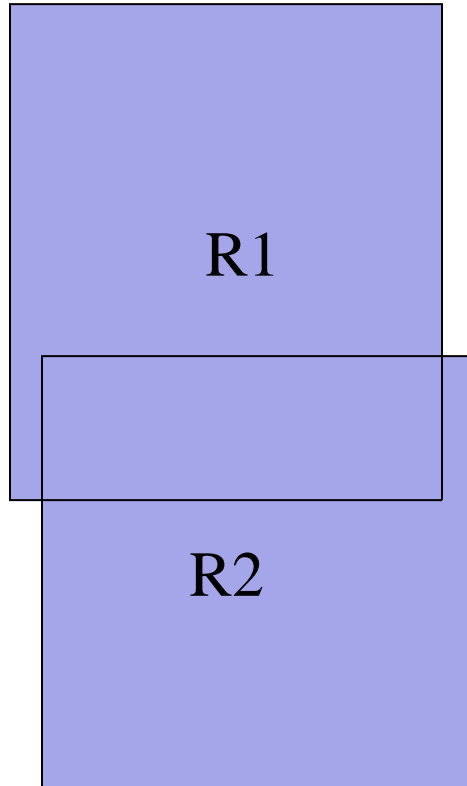
- Operador derivado usando menos

$$R1 \cap R2 = R1 - (R1 - R2)$$

- Derivado usando join

$$R1 \cap R2 = R1 \bowtie R2$$

Álgebra Relacional



Unión: $R_1 \cup R_2$

Retorna una relación que contiene todas la tuplas de R_1 y de R_2 (se eliminan tuplas repetidas)

Las relaciones deben tener cabecera idéntica para que sean compatibles para la unión

Álgebra Relacional

ADMINISTRADOR \cup PRODUCTOR:

Código	Nombre	Edad
1	Jorge Campos	33
2	Enrique Muñoz	25
3	Esteban Paz	21
8	Jorge Arias	30
10	Juan Martínez	19



Sólo aparece
una vez

ADMINISTRADOR

Código	Nombre	Edad
1	Jorge Campos	33
2	Enrique Muñoz	25
3	Esteban Paz	21

PRODUCTOR

Código	Nombre	Edad
2	Enrique Muñoz	25
8	Jorge Arias	30
10	Juan Martínez	19

Álgebra Relacional

- Relaciones R , S :

A	B
α	1
α	2
β	1

R

A	B
α	2
β	3

S

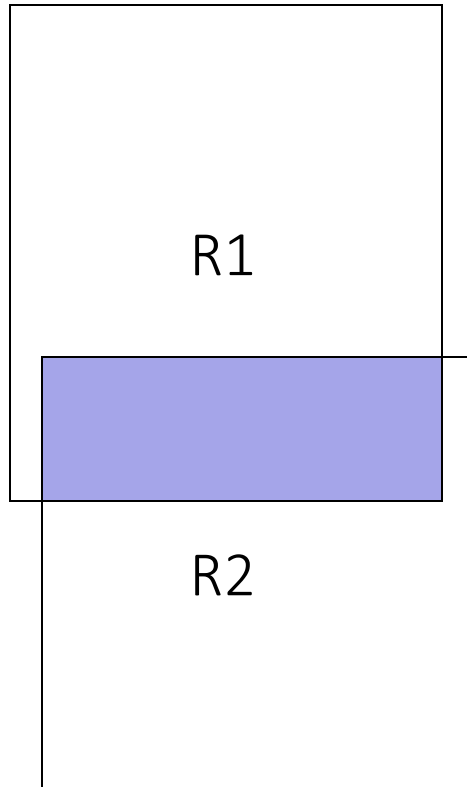
$R \cup S$:

A	B
α	1
α	2
β	1
β	3

Álgebra Relacional

Intersección: $R_1 \cap R_2$

Retorna una relación que contiene todas las tuplas que aparecen tanto en R_1 como en R_2 .
Las relaciones **deben tener cabecera idéntica** para que sean compatibles para la intersección.



Álgebra Relacional

ADMINISTRADOR \cap PRODUCTOR:

Código	Nombre	edad
2	Enrique Muñoz	25

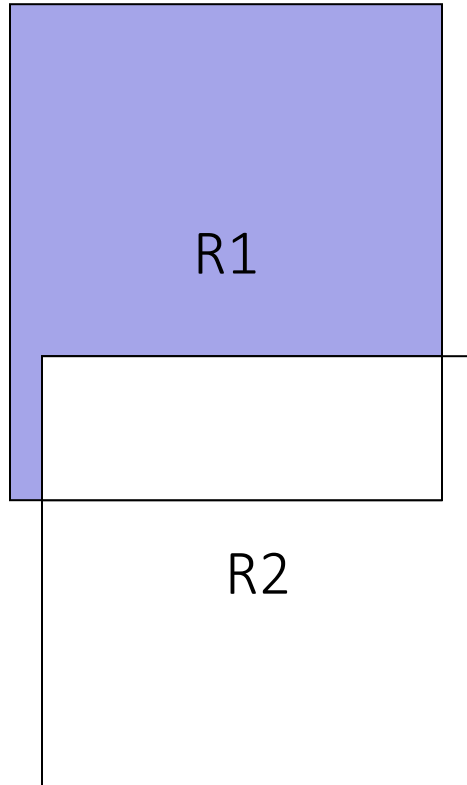
ADMINISTRADOR

Código	Nombre	edad
1	Jorge Campos	33
2	Enrique Muñoz	25
3	Esteban Paz	21

PRODUCTOR

Código	Nombre	Edad
2	Enrique Muñoz	25
8	Jorge Arias	30
10	Juan Martínez	19

Álgebra Relacional



Diferencia: $R_1 - R_2$

Retorna una relación que contiene todas las tuplas que aparecen en R_1 pero **no** en R_2 (tuplas idénticas)

Las relaciones **deben tener cabecera idéntica** para que sean compatibles para la diferencia

Álgebra Relacional

ADMINISTRADOR - PRODUCTOR:

Código	Nombre	edad
1	Jorge Campos	33
3	Esteban Paz	21

ADMINISTRADOR

Código	Nombre	edad
1	Jorge Campos	33
2	Enrique Muñoz	25
3	Esteban Paz	21

PRODUCTOR

Código	Nombre	Edad
2	Enrique Muñoz	25
8	Jorge Arias	30
10	Juan Martínez	19

PRODUCTOR - ADMINISTRADOR:

Código	Nombre	edad
8	Jorge Arias	30
10	Juan Martínez	19

Álgebra Relacional

- La unión, intersección y producto cartesiano son **conmutativas** y **asociativas**
- La diferencia no es conmutativa ni asociativa
- La intersección no es un operador primitivo ya que se puede expresar mediante la diferencia

Álgebra Relacional

→ No traducirla al español como unión

Reunión (*join*): Tiene varias modalidades:

Reunión natural (*natural join*): $R_1 \bowtie R_2$

Sea $R_1(A,B)$ y $R_2(B,C)$. El resultado de $R_1 \bowtie R_2$ es una relación con cabecera (A,B,C) donde cada tupla de R_1 se combina con cada tupla de R_2 **siempre y cuando tengan el mismo valor** en el atributo en común (B).

A, B y C pueden ser atributos compuestos.

Álgebra Relacional

EMPLEADO

Código	Nombre	edad	depto
1	Jorge Campos	33	1
2	Enrique Muñoz	25	1
3	Esteban Paz	21	1
8	Jorge Arias	30	2
10	Juan Martínez	19	2
12	Anselmo Rodas	28	6

DEPARTAMENTO

depto	descripción
1	Administración
2	Producción
3	Ventas
4	Finanzas

Nota: En este ejemplo, el campo **depto** en EMPLEADO **no** es CF con respecto a la relación DEPARTAMENTO

Atributo de
join

Álgebra Relacional

EMPLEADO  DEPARTAMENTO:

código	nombre	edad	depto	descripción
1	Jorge Campos	33	1	Administración
2	Enrique Muñoz	25	1	Administración
3	Esteban Paz	21	1	Administración
8	Jorge Arias	30	2	Producción
10	Juan Martínez	19	2	Producción

Código	Nombre	edad	depto
1	Jorge Campos	33	1
2	Enrique Muñoz	25	1
3	Esteban Paz	21	1
8	Jorge Arias	30	2
10	Juan Martínez	19	2
12	Anselmo Rodas	28	6

depto	descripción
1	Administración
2	Producción
3	Ventas
4	Finanzas

Álgebra Relacional

Semi reunión (*semi join*): $R_1 \triangleright R_2$:

Similar a la reunión natural pero solo se muestran los atributos de la relación de la izquierda \rightarrow ¿Utilidad?

Reunión Theta (*theta join*): $R_1 \bowtie_{\text{Condición}} R_2$

Equivale a: $\sigma_{\text{Condición}} (R_1 \times R_2)$

El operador de comparación usado en la condición no es el “=” de la reunión natural sino alguno de los siguientes: “>”, “<”, “>=”, “<=”, “≠”

Álgebra Relacional

EMPLEADO $\bowtie_{\text{depto} > \text{dep}} \rho_{\text{DEPT}(\text{dep}, \text{desc})}$
 $(\pi_{(\text{depto}, \text{descripción})}(\text{DEPARTAMENTO}))$

código	nombre	edad	depto	dep	desc
8	Jorge Arias	30	2	1	Administración
10	Juan Martínez	19	2	1	Administración
12	Anselmo Rodas	28	6	1	Administración
12	Anselmo Rodas	28	6	2	Producción
12	Anselmo Rodas	28	6	3	Ventas
12	Anselmo Rodas	28	6	4	Finanzas

Código	Nombre	edad	depto
1	Jorge Campos	33	1
2	Enrique Muñoz	25	1
3	Esteban Paz	21	1
8	Jorge Arias	30	2
10	Juan Martínez	19	2
12	Anselmo Rodas	28	6

depto	descripción
1	Administración
2	Producción
3	Ventas
4	Finanzas

Álgebra Relacional

División: $R_1 \div R_2$

Sean las relaciones $R_1(A, B)$ y $R_2(B)$. El resultado de $R_1 \div R_2$ es una relación con el atributo A

Un valor $\underline{a} \in A$ hace parte del resultado de la división si \underline{a} está en R_1 combinado con cada valor $\in B$ que aparece en R_2

A y B pueden ser atributos compuestos

Álgebra Relacional

ARTISTAYGENERO

codartista	nomgénero
45	Soul
45	Pop
45	Dance
8	Soul
8	Pop
23	Dance

GÉNERO

nomgénero
Soul
Pop
Dance

Álgebra Relacional

ARTISTAYGENERO \div GÉNERO

codartista	
	45

Ya que en este caso sólo el artista 45 está combinado con todos los géneros que aparecen en la relación GÉNERO

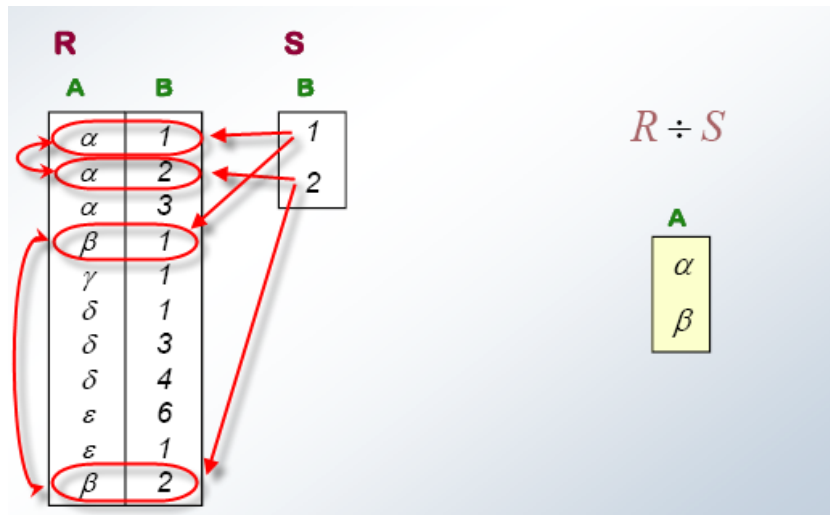
Álgebra Relacional

División: $R_1 \div R_2$

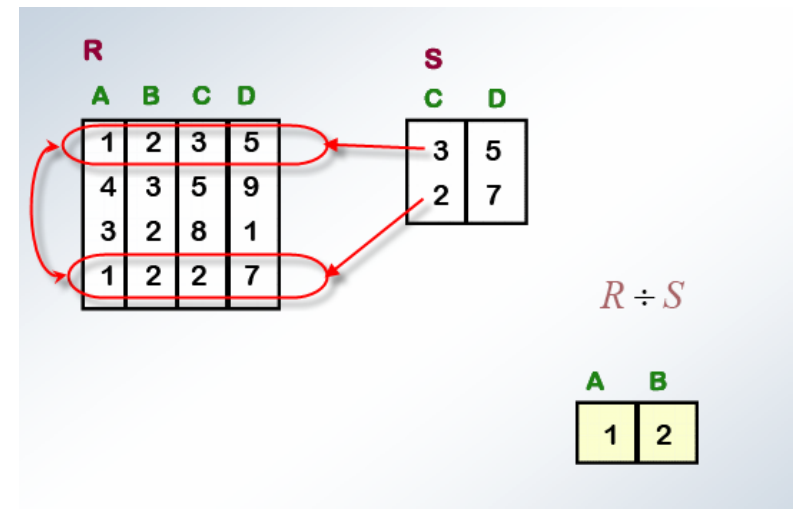
$$R \div S = \{ t \mid t \in \pi_{R-S}(R) \wedge (\forall_{u \in S})(tu \in R) \}$$

Ejemplos

1



2



Álgebra Relacional

Operadores adicionales:

Asignación: VbleRelacion \leftarrow Relación

ρ : Renombra atributos y el nombre de la relación:

$\rho_{\text{NUEVONOMBRE RELACIÓN}}(\text{atributos renombrados})(\pi_{(\text{atributos})}(R))$

Nota: El renombrado **no es definitivo**, este solo tiene efecto durante la expresión del álgebra relacional.

Álgebra Relacional

G: Operador de agrupamiento. Funciones de grupo:
SUM(), AVG(), MAX(), MIN(), COUNT()

Lista atributos de agrupamiento **G** Lista valores agregados (R)

Ej. Sea:

EMP

Código	Nombre	Edad	Depto
1	Jorge Campos	33	1
2	Enrique Muñoz	25	1
3	Esteban Paz	21	1
8	Jorge Arias	30	2
10	Juan Martínez	19	2
12	Anselmo Rodas	28	6

Valor agregado: función de grupo aplicada a un atributo, cada uno con su renombrado

¿Qué hace la siguiente consulta?

depto **G** COUNT(código) AS conteo (EMP)




Renombrado
del valor agregado

Álgebra Relacional

TRABAJADOR

cod	género	país	salario
1	m	China	100
2	m	UK	200
4	m	China	100
3	f	China	300
8	f	China	100
9	m	UK	50
23	f	China	100

país, género  SUM (salario) AS total, COUNT(cod) AS
cuantos (TRABAJADOR)

país	género	total	cuantos
China	m	200	2
UK	m	250	2
China	f	500	3

Álgebra Relacional

Derivación:

EXTEND R ADD Lista cálculos AS Lista atributos

EMP

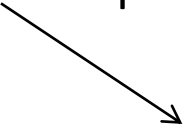
Código	Nombre	Edad	Depto
1	Jorge Campos	33	1
2	Enrique Muñoz	25	1
3	Esteban Paz	21	1
8	Jorge Arias	30	2
10	Juan Martínez	19	2
12	Anselmo Rodas	28	6

Ejemplo: EXTEND EMP ADD sal+bono AS totalsal

Álgebra Relacional

Se genera una relación como la original pero con un atributo total adicional:

Código	Nombre	Edad	bono	totsal
1	Jorge Campos	33	1	34
2	Enrique Muñoz	25	1	26
3	Esteban Paz	21	1	22
8	Jorge Arias	30	2	32
10	Juan Martínez	19	2	21
12	Anselmo Rodas	28	6	34



La relación original permanece intacta

¿Qué hace la siguiente consulta?

Ej: **EXTEND** EMP **ADD** 1 **AS** num, 'Hola' **AS** mensaje

Álgebra Relacional

Relación (Control de bancos):

Cliente = (nombre_cliente PK, ciudad, calle)

Sucursal = (nombre_sucursal PK, activo, ciudad)

Prestamo =(num_prestamo PK, nombre_sucursal FK,nombre_cliente FK, importe)

Deposito =(num_cuenta PK, nombre_sucursal FK, nombre_cliente FK, saldo)

- Obtener el nombre de clientes y ciudades donde viven, que cumplan con la condición de tener un préstamo.

$\pi_{\text{prestamo.nombre_cliente, ciudad}} (\sigma_{\text{prestamo.nombre_cliente} = \text{cliente.nombre_cliente}} (\text{cliente} \times \text{prestamo}))$

Álgebra Relacional

- Obtener los nombres de los clientes que tienen, una cuenta, un préstamo, o ambas cosas en la sucursal “2”: