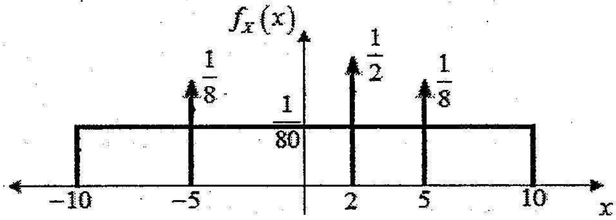
Ejercicio 4 (2.5 puntos)

Sea X una tensión aleatoria con la función densidad de probabilidad de la figura, la cual es aplicada sobre una resistencia de *1 Ohm*. Considere que Y es la VA que representa la potencia disipada en la resistencia sobre la que se aplica la tensión X.



a) **Calcule** $f_Y(y)$. **Grafique.**

b) **Determine** la función distribución acumulada de probabilidad para la VA Y ($F_Y(y)$).

c) **Determine:** $P(0 \le Y < 4)$, $P(Y = 4)$, $P(4 < Y \le 100)$.

d) **Calcule:** $E[Y]$, $E[Y^2]$ y σ_Y^2.

e) Aplicando el teorema de valor esperado, compruebe el valor medio para la potencia disipada obtenida en el inciso anterior.

Ejercicio 5 (2 puntos)

Una fábrica de artefactos electrodomésticos ensambla licuadoras y utiliza repuestos originales, pero admite que se utilicen repuestos no originales en un *20%* de ellas. Si los repuestos son originales, la licuadora tiene un *85%* de probabilidad de durar *2* o más años; si no es así, ésta se reduce al *45%*. Se testea una licuadora de las vendidas en el mercado y se detecta que se rompió al año.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que le hayan colocado repuestos no originales?

b) Si se chequean *400* de las licuadoras vendidas en el mercado, ¿cuál es la probabilidad de que al menos el *75%* de ellas hayan durado al menos *2* años?

PROBABILIDAD Y PROCESOS ESTOCÁSTICOS

Recuperatorio 1^er^ PARCIAL - 16/05/2013

NOMBRE: **MATRICULA:**

#1		#2	#3							#4					#5	
a	b		a	b	c	d	e	f	g	a	b	c	d	e	a	b

Ejercicio 1 (1.5 puntos)

a) Suponga que el conjunto de resultados posibles de una V.A. X puede dividirse en 3 eventos, $A_1, A_2, A_3 \,/\, S_X = A_1 \cup A_2 \cup A_3$, y $A_1 \cap A_2 = \varnothing$, $A_2 \cap A_3 = \varnothing$ y $A_1 \cap A_3 = \varnothing$.

Considere un evento cualquiera B definido para la misma V. A. X.
Halle la expresión de la probabilidad de B en función de las probabilidades condicionales $P(B/A_i)$.

b) Sean A y B dos eventos definidos en un experimento aleatorio. **Demuestre** que si $P(A/B) > P(A)$, entonces, $P(B/A) > P(B)$. Se dice entonces que los eventos están correlacionados positivamente.

Ejercicio 2 (1.5 puntos)

La probabilidad de que cada muestra de aire contenga una determinada molécula muy rara es del *0,001*. Supóngase que las muestras son independientes con respecto a la presencia de la molécula. Si se toman *500* muestras, encuéntrese la probabilidad de que en por lo menos el *1%* de las muestras se encuentre esa molécula rara.

Ejercicio 3 (2.5 puntos)

Un técnico electrónico, para realizar pruebas, necesita armar un divisor de tensión de factor 2. Para ello, selecciona al azar dos resistencias de *1000 Ohm* de valor nominal y las coloca en el circuito. Los valores reales de las resistencia difieren del valor nominal, y cada uno de ellos puede modelarse como una VA uniforme entre *900* y *1100 Ohm*. Como parte del experimento, el técnico debe asegurarse que $V_{salida} \leq 0,5V_{entrada}$ en el divisor de tensión, por lo cual procede de la siguiente manera: i) construye el divisor con las dos resistencias elegidas al azar, ii) verifica el valor de tensión de salida y, si es mayor de $0,5V_{entrada}$, intercambia las resistencias entre sí. Adopte R_1 el valor de la resistencia de la entrada del divisor que queda luego del experimento y R_2 el valor de la resistencia de salida del divisor luego del experimento.

a) **Indique y grafique** el dominio de las VA R_1 y R_2 para este experimento.

b) **Determine** una expresión para la función densidad de probabilidad conjunta $f_{R_1,R_2}(r_1,r_2)$.

c) **Calcule** la función distribución acumulada de probabilidad conjunta $F_{R_1,R_2}(r_1,r_2)$.

d) **Calcule** $P(R_1 \leq 1100, R_2 \leq 1000)$ y $P(R_1 \leq 1000)$.

e) **Obtenga** las funciones densidad de probabilidad marginales $f_{R_1}(r_1)$ y $f_{R_2}(r_2)$.

f) En virtud del experimento definido, **analice** la independencia de las VA R_1 y R_2.

g) ¿Son R_1 y R_2 VA correlacionadas? **Justifique.**
