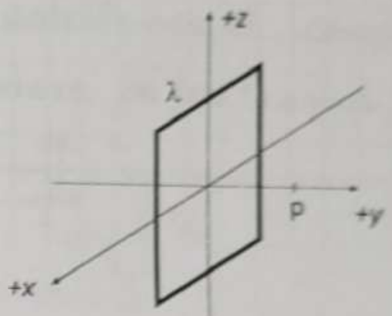
Primer Parcial	FÍSICA 2		15/04/23				
Apellido: SZAPOWALO	Matrícula o DNI y Carrera: 45923367 - INFORMATICA						
Nombres: JOAN MARIO			1	2	3	4	NOTA
Hojas entregadas en total: 4			7	9	9	9	8,50

P1) Con una varilla delgada y cargada con una densidad lineal uniforme λ se construye una espira cuadrada de lado L, como se muestra en la figura adjunta.

a) Calcular el campo eléctrico en el punto "p" situado sobre el eje a una distancia L/2 del plano de la espira.

b) ¿La espira podría ser de material conductor? Justificar.

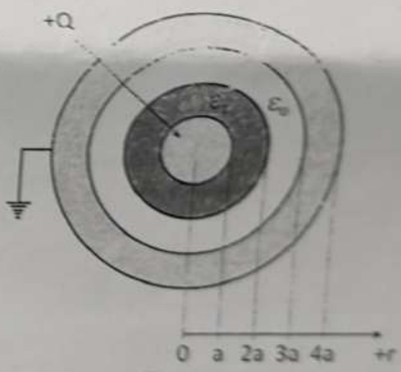


P2) Considere la misma espira cuadrada de lado L del problema 1. Calcular el potencial eléctrico absoluto en el mismo punto "p" situado sobre el eje a una distancia L/2 del plano de la espira. Considere como referencia de potencial nulo un punto situado en infinito.

P3) En la figura de la derecha se muestra un arreglo formado por un par de esferas conductoras concéntricas: una interior sólida de radio "a" y la otra exterior hueca de radios interno y externo de valor "3a" y "4a" respectivamente. En el espacio interno se ha dispuesto un material dieléctrico "hei" con una permitividad "ε_1" entre "a" y "2a" (marcado en gris oscuro). En el resto del volumen hay vacío, es decir que la permitividad es ε_0. Asumiendo que la carga de la esfera interna es "+Q" y que la cáscara exterior está conectada a tierra:

a) Calcular los vectores eléctricos para todo punto del espacio, incluido fuera del arreglo.

b) Calcular la capacidad eléctrica de tal dispositivo.

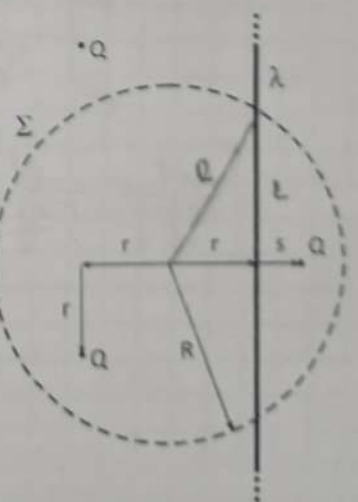


P4) En la figura adjunta se tiene una línea dieléctrica cargada uniformemente con una densidad de carga lineal λ y tres cargas puntuales "Q" de misma magnitud y signo.

Teniendo en cuenta una superficie gaussiana Σ esférica de radio "R", ubicada de forma tal que la línea pasa a una distancia "r=R/2" de su centro que "s=R/4":

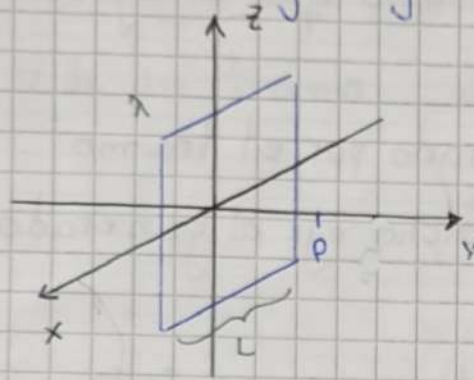
a) Calcular el valor que debe tener λ para que el flujo eléctrico a través de superficie "Σ" sea nulo.

b) Asumiendo que se cumple la condición del inciso anterior: ¿Implica que campo eléctrico en el centro de la superficie "Σ" es igualmente cero? Justificar.



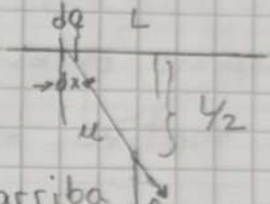
SZAPOWALO JOAN
45923367

1) Varilla delgada y cargada de densidad uniforme λ



a) Campo eléctrico en P $(L/2)$

Para comenzar, calculemos el campo que ejerce cualquiera de los tramos de la varilla



Si nos situamos de frente al tramo de arriba veremos que provocará un campo neto cuyo vector apuntará sobre el plano yz. (Por simetría, $E_x = 0$).

Lo mismo ocurre con ~~la~~ el efecto del tramo inferior

$dq = \lambda . dx$

$u^2 = x^2 + (L/2)^2$

$dE = \frac{K . dq}{u^2}$

$dE . \cos\theta = \frac{K . dq}{u^2} . \cos\theta$

$E_{yz} = E . \cos\theta$

$\cos\theta = \frac{L/2}{\sqrt{(x^2+(L/2)^2)}}$

$\int dE_{yz} = \int \frac{K . \lambda . dx}{x^2+(L/2)^2} \cdot \frac{L/2}{\sqrt{x^2+(L/2)^2}}$

$E_{yz} = \int_{-L/2}^{L/2} \frac{K . \lambda . L/2}{(x^2+(L/2)^2)^{3/2}} dx$

$\Rightarrow E_{yz} = K . \lambda . \frac{L}{2} \int_{-L/2}^{L/2} \frac{dx}{(x^2+L/2^2)^{3/2}} = K . \lambda . \frac{L}{2} \left[\frac{x}{(\frac{L}{2})^2 \sqrt{x^2+(L/2)^2}} \right]_{-L/2}^{L/2}$

error de cálculo, bien planteado

$= \frac{K . \lambda}{L/2} \left[\frac{x}{\sqrt{x^2+(L/2)^2}} \right]_{-L/2}^{L/2}$

$= \frac{K\lambda}{L/2} \left[\frac{L/2}{\sqrt{(L/2)^2+(L/2)^2}} - \frac{-L/2}{\underbrace{\sqrt{(-L/2)^2+(L/2)^2}}_{\frac{2L^2}{4}}} \right] = \frac{K\lambda}{L/2} \left[\frac{L/2}{\sqrt{\frac{L^2}{2}}} + \frac{L/2}{\sqrt{\frac{L^2}{2}}} \right]$

$= \frac{K . \lambda}{L/2} \left[\frac{L}{\frac{\sqrt{L^2}}{\sqrt{2}}} \right] = \frac{K \lambda \sqrt{2}}{L/2} = \boxed{\frac{2\sqrt{2} K\lambda}{L}}$

Como P esta a una distancia simétrica de cada tramo, El campo en z generado por el tramo de arriba va a ser el mismo pero en sentido opuesto que el ejercido por el tramo de abajo.
Analogamente, el campo en x generado por el tramo izquierdo a la espira, es opuesto en dicho eje al generado por el tramo derecho.
Por este motivo, nos interesa solo la componente y del campo eléctrico, pues sabemos que las otras serán nulas.

Como cada tramo incide sobre p a 45° $\left(tg \frac{(L/2)}{(L/2)}\right) = tg(1) = 45$
hallemos entonces E en y.

$$E_y = E_{yz} \cos 45° = \frac{2\sqrt{2}K\lambda}{L} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$\lambda = C.$

Entonces: $E_y = \frac{2K\lambda}{L}$

Recordemos que eso es para un tramo de la espira.
Sumando el aporte de los 4 tramos resulta:

$$E_p = 4 \cdot \frac{2K\lambda}{L} \Rightarrow E_p = \frac{8K\lambda}{L} \qquad E_p = \left(0, \frac{8K\lambda}{L}, 0\right)\left[\frac{N}{C}\right]$$

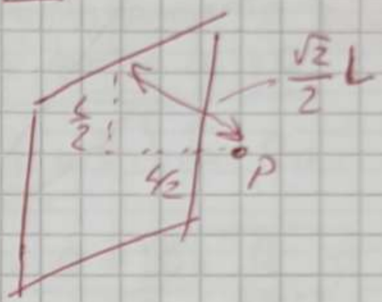
b) La espira no puede estar constituida de material conductor. Si se fuera el caso, las cargas serían libres de moverse, y debido a la forma de la espira, no se podría asegurar que la densidad de carga lineal "λ" fuera uniforme, como en el problema planteado.

SZAPOWALO JOAN

45923367

2) Pot. electrico absoluto en p.

V de un tramo. $dV = \frac{K\,dq}{r}$ $\qquad r = \sqrt{x^2+(L/2)^2}$



$$\int dV = \int \frac{K.\lambda.dx}{\sqrt{x^2+(L/2)^2}}$$

$$V = K.\lambda.\int_{-L/2}^{L/2} \frac{dx}{\sqrt{x^2+(L/2)^2}}$$

$$V = K.\lambda.\left[\ln\left(x+\sqrt{x^2+\left(\tfrac{L}{2}\right)^2}\right)\right]$$

$$V = K.\lambda.\left[\ln\left(\frac{L}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}L\right)-\ln\left(-\frac{L}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}L\right)\right]$$

$$V = K.\lambda.\ln\left[\frac{\frac{(1+\sqrt{2})L}{2}}{\frac{(-1+\sqrt{2})L}{2}}\right] = K.\lambda\ln\left[\frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-1}\right]$$

Pero ese es el potencial generado por uno de los tramos. Como el potencial es un escalar, si lo multiplicamos por 4 tendremos como resultado la suma de los aportes de cada tramo.

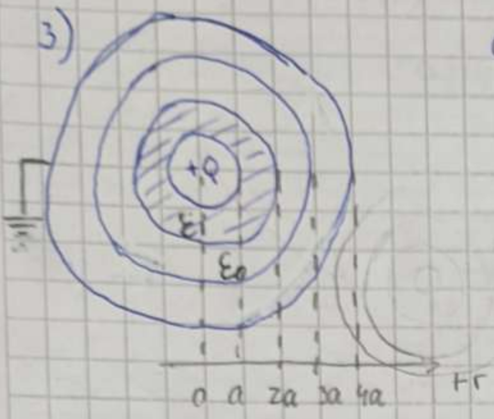
$$\boxed{V_p = 4K.\lambda\ln\left[\frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-1}\right]}\ [V]$$

Bien desarrollado

SZAPOWALO JOAN

45923367

3)



a) Vectores electricos para todo p del espacio: $\vec{D}, \vec{E}, \vec{P}$

analisis r	$\vec{D}$ Desplazamiento
$0 < r < a$	no hay $\vec{D}$ dentro de $+Q$
$a \leq r < 2a$	$\oint_\Sigma \vec{D} \cdot \vec{da} = Q_{lib} \Rightarrow \vec{D} \cdot \int \vec{dA} = Q_{lib} =$ $\Rightarrow \vec{D} \cdot 4\pi r^2 = Q \Rightarrow \boxed{\vec{D} = \frac{Q}{4\pi r^2}\check{r}}$
$2a \leq r < 3a$	$\vec{D}$ se conserva ya que es ortogonal a la interfase y el material es hei $\boxed{\vec{D}_{\varepsilon_0} = \vec{D}_{\varepsilon_1} = \frac{Q}{4\pi r^2}}$
$r \geq 3a$	Dentro y fuera del conductor $\boxed{\vec{D} = 0}$ ya que la carga libre es 0

D = 0

Debe demostrarlo a partir de V(4a) = 0 (Conexión a tierra)

Por ser hei

$\vec{D} = \varepsilon \vec{E}$

$E_1 = \frac{\vec{D}}{\varepsilon_1} \qquad E_1 = \frac{Q}{4\pi r^2 \varepsilon_1}$

$E_0 = \frac{D}{\varepsilon_0} \Rightarrow E_0 = \frac{Q}{4\pi r^2 \varepsilon_0}$

5p

analisis r	$\vec{E}$ Campo electrico
$0 < r < a$	$\boxed{\vec{E} = 0}$ dentro del conductor esferico
$a \leq r < 2a$	$\boxed{\vec{E} = \frac{Q}{4\pi r^2 \varepsilon_1}}$ ⤳ Campo en el dieléctrico
$2a \leq r < 3a$	$\boxed{\vec{E} = \frac{Q}{4\pi r^2 \varepsilon_0}}$ ⤳ Campo el el vacio
$r \geq 3a$	Dentro del conductor externo (debido al apantallamiento de $\vec{E}$) y fuera de él $\boxed{\vec{E} = 0}$ ↳ ya que la carga neta $Q = 0$ y al estar conectado a tierra es posible asegurar que no hay cargas externas generando un $\vec{E}$.

0p

Hay que demostrarlo

...POWALO JOAN

Vector polarización

Está presente solo en el dieléctrico $(a \leq r < 2a)$

al ser un material homogeneo e isotrópico:

$$\vec{P} = \varepsilon_0 \cdot \chi_e \cdot \vec{E} \qquad \left(\chi_e = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} - 1\right)$$

$$\vec{P} = \varepsilon_0 \left(\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_0} - 1\right) \cdot \frac{Q}{4\pi r^2 \varepsilon_1} \qquad \boxed{\vec{P} = (\varepsilon_1 - \varepsilon_0) \frac{Q}{4\pi r^2 \varepsilon_1}}$$

b) Calculo de capacidad

1) dif potencial

$$\Delta V = -\int_{3a}^{2a} \vec{E}_0 \, \vec{dl} - \int_{2a}^{a} \vec{E}_1 \cdot \vec{dl} = -\int_{3a}^{2a} \vec{E}_0 \cdot dr \cdot \cos 0 - \int_{2a}^{a} \vec{E}_1 \cdot dr \cdot \cos 0 =$$

$$= -\int_{3a}^{2a} \frac{Q}{4\pi r^2 \varepsilon_0} \cdot dr - \int_{2a}^{a} \frac{Q}{4\pi r^2 \varepsilon_1} dr = -\frac{Q}{4\pi \varepsilon_0} \int_{3a}^{2a} \frac{dr}{r^2} - \frac{Q}{4\pi \varepsilon_1} \int_{2a}^{a} \frac{dr}{r^2} =$$

$$= \frac{Q}{4\pi \varepsilon_0} \left[\frac{1}{r}\right]_{3a}^{2a} + \frac{Q}{4\pi \varepsilon_1} \left[\frac{1}{r}\right]_{2a}^{a} = \frac{Q}{4\pi \varepsilon_0} \left[\frac{1}{2a} - \frac{1}{3a}\right] + \frac{Q}{4\pi \varepsilon_1} \left[\frac{1}{a} - \frac{1}{2a}\right]$$

4p

$$\frac{Q}{4\pi} \left[\frac{1}{\varepsilon_0} \left(\frac{3}{6a} - \frac{2}{6a}\right) + \frac{1}{\varepsilon_1} \left(\frac{6}{6a} - \frac{3}{6a}\right)\right] = \frac{Q}{4\pi} \left[\frac{1}{\varepsilon_0} \cdot \frac{1}{6a} + \frac{1}{\varepsilon_1} \frac{3}{6a}\right] =$$

$$= \frac{Q}{4\pi} \left[\frac{1}{6a} \left(\frac{1}{\varepsilon_0} + \frac{3}{\varepsilon_1}\right)\right] = \frac{Q}{24\pi a} \left(\frac{1}{\varepsilon_0} + \frac{3}{\varepsilon_1}\right)$$

$$\Rightarrow \boxed{\Delta V = \frac{Q}{24\pi a} \cdot \frac{\varepsilon_1 + 3\varepsilon_0}{\varepsilon_0 \varepsilon_1}}$$

Como $C = \dfrac{Q}{\Delta V}$ $\qquad C = \dfrac{\cancel{Q}}{\dfrac{\cancel{Q}}{24\pi a} \cdot \dfrac{\varepsilon_1 + 3\varepsilon_0}{\varepsilon_0 \varepsilon_1}}$ $\Rightarrow \boxed{C = \dfrac{24\pi a \, \varepsilon_0 \varepsilon_1}{\varepsilon_1 + 3\varepsilon_0} [V]}$

SZAPOWALO JOAN

45923367

4) a) Valor de λ para que el flujo a traves de E sea nulo

$\oint \vec{E} \cdot \vec{dA} = \frac{Q_{enc}}{\varepsilon_0}$. Para que el flujo sea nulo bastará con que la carga que encierre dicha superficie sea 0.

Largo de la linea ¿?

$R^2 = r^2 + L^2 \quad L^2 = R^2 - r^2$

$L = \sqrt{R^2 - r^2}$

• Como $r = \frac{R}{2}$

$L = \sqrt{R^2 - \left(\frac{R}{2}\right)^2} \Rightarrow L = \sqrt{R^2 - \frac{R^2}{4}} \quad L = \sqrt{\frac{3}{4}R^2}$

$L = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot R$

$L = \sqrt{3}\,R$

• Luego $Q_{enc} = Q + Q + \lambda \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} R$

y como $Q_{enc} = 0 \Rightarrow 2Q + \lambda \frac{\sqrt{3}}{2} R = 0$

$\frac{\lambda \sqrt{3}}{2} R = -2Q$

$\lambda = \frac{-4Q}{\sqrt{3}\,R}$

La densidad de carga λ debe ser < 0

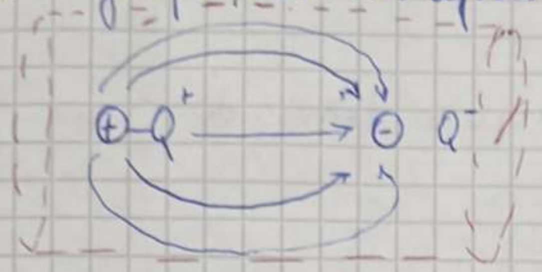
$\lambda = \frac{-4Q}{\sqrt{3}\,R}$ [C/m]

2

b) No. Que el flujo de campo electrico a traves de la superficie gaussiana sea 0, no implica que el campo electrico en el centro o en cualquier punto de dicha superficie sea nulo. (dentro)

$\longrightarrow$

Por ejemplo, en un dipolo electrico



$$\oint \vec{E}\, da = \frac{Q_{enc}}{\varepsilon_0}$$

Observamos que existe un campo electrico entre ambos cargas, pero el flujo es nulo. Cuando apliquemos Gauss veremos que la carga neta encerrada es 0, ya que el mismo campo electrico en la superficie es el mismo que el que sale