Ej. 1	Ej. 2			Ej. 3								Ej. 4			Ej. 5		Ej. 6
	a	b	c	a	b	c	d	e	f	g	h	a	b	c	a	b	
14	6	6	6	2	4	2	2	4	0	2	2	6	6	8	8	0	0
14	6	6	6	2	4	2	2	4	2	2	2	6	6	8	8	8	12

95

Primer Parcial Estadística Básica 21-10-2023

Apellido y Nombres [redacted] **Legajo:** [redacted] 78/100

1. La ciudad A es afectada por 2 tipos de contaminación: aire y agua, mientras que la ciudad B sólo presenta contaminación del aire. Se ha puesto en marcha un plan para controlar estas fuentes de contaminación.
Se estima que la probabilidad de que la contaminación del aire sea controlada en la ciudad A, es el cuádruple de dicha probabilidad en la ciudad B, y que, si la contaminación del aire es controlada en la ciudad B, la contaminación del aire en la ciudad A será controlada con probabilidad igual a 0,9. En la ciudad A, el control de la contaminación del agua es independiente del control de la contaminación del aire. Además, la probabilidad de que la contaminación sea controlada por ambas fuentes en la ciudad A, es de 0,32 y controlar la contaminación del agua en la ciudad A es sólo la mitad de probable que hacerlo con la contaminación del aire en esa misma ciudad. Determinar la probabilidad de que la contaminación del aire sea controlada en ambas ciudades.

2. Una importante empresa de fabricación de tubos sin costura se encuentra junto a su equipo de análisis de fallas tratando de elaborar un manual de uso para sus empleados. A partir de la experiencia del equipo, se llega a la conclusión de que el proceso de fabricación produce tubos con 2 fallas en promedio por cada 50 metros. En esta situación:
   a) ¿Cuál es la probabilidad de encontrar 3 fallas en 50 metros de tubo?
   b) Si se evalúan 100 metros de tubo ¿Cuál es la probabilidad de encontrar al menos 4 fallas?
   c) ¿Cuántas fallas en promedio debería haber para que la probabilidad de que en 25 metros no haya fallas sea 0,9?

3. En una ciudad se analiza la temperatura máxima diaria durante los meses de enero y febrero, a partir de los datos de frecuencias acumuladas indicados:

Rango de temperaturas	*[26;28)*	*[28;30)*	*[30;32)*	*[32;34)*	*[34;36)*	*[36;38)*	*[38;40)*
Frec. acumulada	6	20	39	47	53	58	59

   a) Definir y clasificar la variable bajo estudio.
   b) Obtener la tabla de frecuencias absolutas y realizar el gráfico correspondiente.
   c) ¿Cuál es la temperatura máxima promedio en la ciudad en enero y febrero? Justificar.
   d) ¿Cuál es la temperatura que se supera el 50% de los días? Justificar
   e) ¿Cuál es la temperatura máxima más frecuente en esos meses? Calcular y relacionar con los conceptos estudiados.
   f) ¿Resulta alguna de las medidas previamente calculadas una medida representativa? Justificar
   g) ¿Qué temperatura no se supera el 25% de los días?
   h) ¿Cuál es la mayor temperatura máxima que se alcanzará el 80% de los días? ¿A qué medida de posición corresponde este valor?

4. El moldeo por inyección de plásticos es el proceso de fundir gránulos de plástico (polímeros termoestables o termoplásticos) que, cuando están lo suficientemente fundidos, se inyectan a presión en la cavidad de un molde. El tiempo, en segundos, que tarda en fundir y plastificar el plástico por medio de calor y fricción para luego inyectarlo es una variable aleatoria asociada a un proceso que presenta la siguiente fdp:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x}{7} \text{ si } 3 < x < 4 \\ \frac{1}{2} \text{ si } 4 < x < 5 \\ 0 \; x \notin (3,5) \end{cases}$$

El proceso se considera aceptable cuando la variable es de al menos 3,6 segundos y muy satisfactorio cuando el valor de la variable supera 4,5 segundos.
   a) Determine cuál es el valor esperado de la variable bajo estudio e interprete.
   b) ¿Cuál es la probabilidad de que un proceso sea aceptable?
   c) Si se realizan tres procesos independientes de la variable, ¿cuál es la probabilidad de que al menos una de ellas sea muy satisfactoria?

5. El motor de un automóvil consta de 300 componentes individuales. Cada uno de estos es entregado independientemente por un proveedor diferente. Los 300 proveedores garantizan que la probabilidad de entregar un componente defectuoso es a lo sumo, 0,01. Se considera aceptable el motor solo cuando tiene a lo sumo 5 componentes defectuosos.
   a) Calcular la probabilidad de que el motor sea aceptable.
   b) ¿Qué nivel de calidad debe exigirse a cada proveedor (es decir, que probabilidad de componente defectuoso) si se desea que al menos el 95% de los motores armados sea aceptable?

6. Un ingeniero está diseñando un sistema de detección para un robot que identifica piezas defectuosas. El robot detecta correctamente una pieza defectuosa el 97% de las veces. Sin embargo, también indica defectuosa una pieza buena en un 5% de las ocasiones (falso positivo). Se estima que el 2% de las piezas producidas en la línea son defectuosas. Si el robot detecta una pieza como defectuosa, ¿cuál es la probabilidad de que realmente lo sea?

[redacted]

Estadística Básica - 1° Parcial

HOJA N° 5

FECHA 21/10/2023

Problema 5

8 0

Variable aleatoria discreta binomial: $X \sim B(300, 0{,}01)$

A: el motor es aceptado

X: cant. de componentes defectuosos

a) motor aceptable si $k=0$, $k=1$, $k=2$, $k=3$, $k=4$ ó $k=5$

$$P(A) = \binom{n}{k} \cdot p^{k} (1-p)^{n-k}$$

$$= \binom{300}{0} 0{,}01^{0} (1-0{,}01)^{300} + \binom{300}{1} 0{,}01 \,(1-0{,}01)^{299} + \binom{300}{2} 0{,}01^{2} (1-0{,}01)^{298} +$$

$$+ \binom{300}{3} \cdot 0{,}01^{3} (1-0{,}01)^{297} + \binom{300}{4} 0{,}01^{4} (1-0{,}01)^{296} + \binom{300}{5} 0{,}01^{5} (1-0{,}01)^{295}$$

$$= 0{,}99^{300} + 3 \cdot 0{,}99^{299} + 4{,}485 \cdot 0{,}99^{298} + 4{,}4551 \cdot 0{,}99^{297} + 3{,}30791175 \cdot 0{,}99^{296} +$$

$$+ 1{,}958283756 \cdot 0{,}99^{295}$$

$= 0{,}917$ Bien

b) S/R

Di $P(t<4{,}5) = \int_{-\infty}^{3} 0\, dx + \int_{3}^{4} \frac{x}{7}\, dx + \int_{4}^{4{,}5} \frac{1}{2}\, dx$

$= 0 + \frac{x^2}{14}\Big|_3^4 + \frac{x}{2}\Big|_4^{4{,}5} = \frac{3}{4}$

$\Rightarrow P(A) = (1-3/4)^3 + 3 \cdot (1-3/4)^2\, 3/4 + 3 \cdot (1-3/4) \cdot (3/4)^2 = \frac{37}{64} \cong 0{,}578125$

[redacted]

Estadística Básica - 1° Parcial

HOJA Nº 4

FECHA 21/10/2023

Ej. 5 | Ej. 6

a	b	c
6	6	8

Problema 4

$$f(x) = \begin{cases} x/7 & \text{si } 3 < x < 4 \\ 1/2 & \text{si } 4 < x < 5 \\ 0 & \text{si } x \notin (3,5) \end{cases}$$

Variable bajo estudio: tiempo en segundos que tarda en fundir y plastificar el plástico

si $t > 3,6$ s, el proceso es ACEPTABLE

si $t > 4,5$ s, el proceso es MUY SATISFACTORIO

a) $E(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x)\, x\, dx$

$= \int_{-\infty}^{3} 0 \cdot x\, dx + \int_{3}^{4} \frac{x}{7}\, x\, dx + \int_{4}^{5} \frac{1}{2} x\, dx + \int_{5}^{\infty} x \cdot 0\, dx$

$= 0 + \frac{x^3}{21}\Big|_3^4 + \frac{x^2}{4}\Big|_4^5 + 0 = \frac{337}{84} \cong 4,0119$ → la media/esperanza/valor esperado se encuentra en un rango tiempo que permitirá calificar al proceso como aceptable, puesto que $3,6 < E(x) < 4,5$

b) $P(t > 3,6) = 1 - P(t < 3,6)$

$= 1 - \int_{-\infty}^{3} 0\, dx - \int_{3}^{3,6} \frac{x}{7}\, dx$

$= 1 - 0 - \frac{x^2}{14}\Big|_3^{3,6} = 1 - \frac{99}{350} = \frac{251}{350} \cong 0,717$

c) 3 procesos independientes, al menos 1 satisfactorio (S)

Puede ocurrir: $SSS, SS\bar{S}, S\bar{S}S, \bar{S}SS, S\bar{S}\bar{S}, \bar{S}S\bar{S}, \bar{S}\bar{S}S$

A = al menos 1 proceso es satisfactorio en 3 determinaciones indep.

$P(A) = P(t>4,5) \cdot P(t>4,5) \cdot P(t>4,5) + P(t>4,5) \cdot P(t>4,5) \cdot P(t<4,5) \cdot 3 +$

$+ P(t>4,5) \cdot P(t<4,5) \cdot P(t<4,5) \cdot 3$

$= (1 - P(t<4,5))^3 + P(t<4,5)(1-P(t<4,5))^2 \cdot 3 + P(t<4,5)^2 (1-P(t<4,5)) \cdot 3$

NOTA

CONTINÚA ATRÁS ⟹

e) La temperatura máxima más frecuente se corresponde con el concepto de moda (Mo): valor que más se repite en el conj. de datos

Para un intervalo de clases $M_o = L_{INF} + \frac{d_1}{d_1 + d_2} a$

$$M_o = 30 + \frac{19 - 14}{19 - 14 + 19 - 8} 2 = 30{,}625$$

f) Para determinar si alguna medida resulta ser representativo de los datos, debe calcularse el coeficiente de variabilidad (porcentual en este caso) $CV\% = \frac{S}{\bar{x}} 100$

$$S = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1} (x_{im} - \bar{x})^2} = \sqrt{\frac{1}{58} (129{,}02)} = \sqrt{2{,}2248} = 1{,}49$$

$\Rightarrow CV\% = \frac{S}{\bar{x}} 100\% = 4{,}74\% < 30\% \rightarrow$ de acuerdo con el criterio adoptado, los datos no presentan gran variabilidad y pueden ser resumidos por la media $\bar{x}$

h) Corresponde calcular el percentil 80 P_{80}

$$P_{80} = L_{INF} + \frac{\frac{80n}{100} - F_{a}}{f_i} a = 34 + \frac{47{,}2 - 47}{6} 2 \rightarrow 34{,}066$$

g) Corresponde calcular Q_1

$$Q_1 = L_{INF} + \frac{n/4 - F_{a}}{f_i} a = 28 + \frac{14{,}75 - 6}{14} 2 = 29{,}25$$

[redacted]

2 4 2 2 4 0 2 2 = 18

Estadística Básica – 1° Parcial

HOJA N° 3

FECHA 24/10/2023

Problema 3

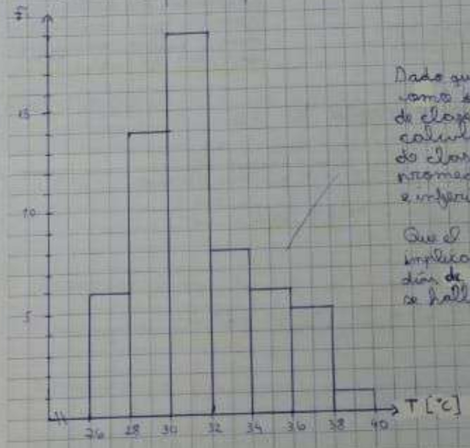
a) Variable bajo estudio: temperatura máxima diaria durante los meses de enero y febrero

es una variable cuantitativa continua

corresponde un histograma (de frecuencias absolutas o acum.)

b)

Intervalo	F_a	f_i
[26;28)	6	6
[28;30)	20	20-6=14
[30;32)	39	39-20=19
[32;34)	47	47-39=8
[34;36)	53	53-47=6
[36;38)	58	58-53=5
[38;40)	59	59-58=1



c) $\bar{X} = \dfrac{\sum_{i=1}^{k} x_{i,m} \cdot f_i}{n}$

$\dfrac{1}{59} \cdot (27 \cdot 6 + 29 \cdot 14 + 31 \cdot 19 + 33 \cdot 8 + 35 \cdot 6 + 37 \cdot 5 + 39 \cdot 1) = \dfrac{1855}{59} \cong 31{,}44$

Dado que los datos se presentan como ~~[illegible]~~ intervalos de clase, el promedio/media se calculó empleando la marca de clase $x_{i,m}$, la cual se obtiene promediando los límites superior e inferior de cada intervalo.

Que el promedio resulte de 31,44 implica que la mayoría de los días de enero y febrero, la Tmáx se halló entre 30 y 32 °C.

d) $Q_2 = L_{INF} + \dfrac{2 \cdot \frac{n}{4} - F_{aa}}{f_i} \cdot a = 30 + \dfrac{29{,}5 - 20}{19} \cdot 2 = 31$ → la Tmáx de 31 dejó al 50% de los valores registrados por debajo suyo y al restante 50% por encima.

NOTA

[redacted]

Estadística Básica - 1º Parcial

HOJA Nº 2

FECHA 21/10/2023

Problema 2

Variable aleatoria $x =$ nº de fallos en metros de tubo

Distribución de Poisson: $\lambda = 2$ (fallos cada 50 m)

a) $P(x=3) = e^{-\lambda}\dfrac{\lambda^3}{3!} = e^{-2}\dfrac{2^3}{3!} = 0{,}180447$

b) 50 m → 2 fallos

100 m → 4 fallos $= \lambda$

$$P(x \geq 4) = 1 - P(x=3) - P(x=2) - P(x=1) - P(x=0)$$

$$= 1 - e^{-4}\frac{4^3}{3!} - e^{-4}\frac{4^2}{2!} - e^{-4}\frac{4}{1!} - e^{-4}\frac{\lambda^0}{0!}$$

$$= 1 - 0{,}180447 - 0{,}146525 - 0{,}091578 = 0{,}58145$$

c) $P(x=0) = e^{-\lambda}\dfrac{\lambda^0}{0!} = 0{,}9 \rightarrow \ln(0{,}9) = -\lambda \Rightarrow \lambda = 0{,}10536$

a	b	c
6	6	6

[redacted] Estadística Básica - 1º Parcial

HOJA Nº 1

FECHA 21/10/2023

Problema 1

A = contaminación del aire es controlado en la ciudad "A" $\quad P(A) = 4\,P(B)$

B = contaminación del aire es controlado en la ciudad "B" $\quad P(A/\bar{B}) = 0{,}9$

C = contaminación del agua es controlado en la ciudad "A" $\quad P(A \cap C) = 0{,}32$

$P(C) = P(A)/2$

¿ $P(A \cap B)$?

$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \rightarrow P(A \cap B) = P(A/B) \cdot \frac{P(A)}{4}$

¿ $P(A)$? $\quad P(A/C) = \frac{P(A \cap C)}{P(C)} \rightarrow P(A \cap C) = P(A/C) \cdot P(C)$

Dado que A y C son sucesos independientes $P(A/C) = P(A)$

$\Rightarrow P(A \cap C) = P(A) \cdot P(C) \rightarrow P(A \cap C) = P(A) \cdot \frac{P(A)}{2} \Rightarrow P(A) = 0{,}8$

$\Rightarrow P(A \cap B) = P(A/B) \cdot \frac{P(A)}{4} = 0{,}9 \cdot \frac{0{,}8}{4} = 0{,}18$

NOTA