#38

Ej.1				Ej.2					Ej.3		Ej.4			Ej.5				Ej.6	
a	B	c	d	a	b	c	d	e	a	b	a	b	c	a	b	c	d	a	b
4	6	4	4	4	2	4	4	4	4	3	0	8	10	4	S/R	S/R	S/R	6	4
4	6	4	4	4	2	4	4	6	4	4	6	8	10	4	4	4	6	6	6

Primer Parcial Estadística Básica / Probabilidad y Estadística 05-10-2024

100

Apellido y Nombres: De Piero Valentina Elizabeth .... **Legajo**: 43457050

75

1. En el laboratorio de una industria química, durante un período de tiempo específico, se han realizado ***n*** determinaciones, medidas en cm^3, del volumen de una sustancia química. Los datos se han registrado en la siguiente tabla de frecuencias con 6 intervalos de igual amplitud, donde se desconoce cierta información.

$[L_I, L_S)$	f_i	F_a	f_r
[.......,..38..)	4		
[.......,..41..)		10	
[.......,.......)	8		4/17
[.......,.......)	7	25	
[.......,.......)		30	
[.......,..53..]	4	43	

- **a)** Definir y clasificar la variable estadística de estudio y completar la tabla de frecuencias (absolutas, absolutas acumuladas, relativas)
- **b)** Determinar analíticamente la media aritmética y la mediana. **Interpretar cada una de ellas según la v.a.**
- **c)** ¿Qué volumen alcanza, a lo sumo, el 35% de las determinaciones? ¿Cómo se llama esta medida? **Justificar**.
- **d)** ¿Existe alguna medida estadística que resuma los datos? Si es así, ¿cuál es? **Justificar**.

2. Una empresa de tecnología está analizando el tiempo de operación de un nuevo tipo de sensor en un proceso. Se ha logrado definir que este tiempo de funcionamiento siempre está entre 0 y 5 horas, con una ***fdp***, definida para ese período de tiempo, como ***ax***, siendo ***x*** el tiempo de operación del sensor.

- **a)** Determinar analíticamente el valor de ***a*** y definir la ***fdp***.
- **b)** Calcular la probabilidad de que el sensor funcione entre 1 y 3 horas.
- **c)** ¿Cuál es el tiempo máximo de duración del sensor para el 70% de los procesos?
- **d)** Si se sabe que el sensor funcionó durante más de 2 horas en un proceso, ¿cuál es la probabilidad de que haya funcionado menos de 3hs?
- **e)** Cada proceso se considera ineficiente si el sensor funcionó por más de 4hs. Si se llevan a cabo 10 procesos independientes, ¿cuál es la probabilidad de que al menos 2 de ellos sean ineficientes? ¿Cuál es el número esperado de procesos que funcionen ineficientemente?

3. Un equipo de laboratorio de la universidad presenta fallas cada cierto tiempo. Tras realizar un estudio de la distribución de estos fallos, se llegó a la conclusión de que el tiempo entre dos fallos sucesivos de esta máquina sigue una distribución exponencial, con una media de 44 días.

- **a)** ¿Cuál es la probabilidad de que este equipo presente un fallo dentro del próximo mes?
- **b)** Si se sabe que el equipo lleva 15 días funcionando correctamente, ¿cuál es la probabilidad de que siga funcionando sin fallos al menos 30 días más?

4. En una central de mantenimiento de transformadores eléctricos, el 40% de los transformadores que llegan para revisión son de baja potencia, el 35% son de media potencia, y el 25% son de alta potencia. De los transformadores de baja potencia, solo el 30% requieren un recambio completo de aceite, de los de media potencia, el 60% requieren un recambio completo de aceite, mientras que de los de alta potencia, el 50% requieren un recambio completo de aceite.

- **a)** ¿Cuál es la probabilidad de que el próximo transformador sea de media potencia y requiera un recambio completo de aceite?
- **b)** ¿Cuál es la probabilidad de que el próximo transformador que llegue requiera un recambio completo de aceite?
- **c)** Si un transformador que llega requiere un recambio completo de aceite, ¿cuál es la probabilidad de que sea de baja potencia?

5. Un sistema puede experimentar tres tipos diferentes de defectos: A, B y C. Si

$P(A) = 0.12,\quad P(B) = 0.07,\quad P(C) = 0.05; P(A \cup B) = 0.13,\quad P(A \cup C) = 0.14\,; P(B \cup C) = 0.10,\quad P(A \cap B \cap C) = 0.01$

- **a)** ¿Cuál es la probabilidad de que el sistema no tenga un defecto de tipo A?
- **b)** ¿Cuál es la probabilidad de que el sistema tenga tanto defectos de tipo A como de tipo B?
- **c)** ¿Cuál es la probabilidad de que el sistema tenga tanto defectos de tipo A como de tipo B pero no de tipo C?
- **d)** ¿Cuál es la probabilidad de que el sistema no tenga defectos o a lo sumo tenga dos de estos defectos?

6. En un servidor de una empresa, el promedio de solicitudes de procesamiento que llegan es de una solicitud por cada 2 minutos. Si un número excesivo de solicitudes llega en un período corto de tiempo, se corre el riesgo de sobrecargar el servidor, lo que podría causar fallos en el sistema.

- **a)** Determinar la probabilidad de que el número de solicitudes que llega al servidor en un período de 5 minutos exceda dos.
- **b)** Para que intervalo de tiempo T (en minutos), la probabilidad de que no ingresen solicitudes durante el mismo, resulta 0,6.

#38 Valentino De Rosa

1) a)

	$[L_i; L_s]$	f_i	Fa	fr
36,5	[35 ; 38)	4	4	2/17
39,5	[38 ; 41)	6	10	3/17
42,5	[41 ; 44)	8	18	4/17
45,5	[44 ; 47)	7	25	7/34
48,5	[47 ; 50)	5	30	5/34
51,5	[50 ; 53]	4	34	2/17

x = "medidas en cm^3 del volumen de una sustancia química"

Cuantitativa continua

b)

$$\overline{X} = \sum_{i=1}^{n} \frac{x_i f_i}{n} = 43,82$$

$n = 34$

El promedio de las medidas tomadas de volumen de una sustancia química es 43,82 cm^3

$$me = L\,inf + \frac{\frac{n}{2} - Faa}{Fi} \cdot a$$

$n/2 = 17$
$a = 3$

$$me = 41 + \frac{17 - 10}{8} \cdot 3 = 43,625$$

El volumen que alcanza a lo sumo el 50% de las determinaciones es 43,625

c) La medida será Perciles, calculo el prcil 35

$$P_{35} = L\,inf + \frac{\frac{j \cdot n}{100} - Faa}{Fi} \cdot a$$

$$\frac{j \cdot n}{100} = \frac{35 \cdot 34}{100} = 11,9$$

$$P_{35} = 41 + \frac{11,9 - 10}{8} \cdot 3 = 41,7125$$

El volumen que alcanza a lo sumo el 35% de las determinaciones es 41,7125 cm^3

d) Para que exista alguna medida estadística que resuma los d... la variabilidad debe ser menor al 30%.

$Cv = \frac{S}{\bar{x}}$ $\qquad$ $S = \sqrt{\frac{(x-\bar{x})^2 fi}{n-1}} = 4,62$

$\bar{x} = 43,82$

$Cv = \frac{4,62}{43,82} = 0,1054 \Rightarrow 10,54\% \Rightarrow$ poca variabilidad

analizo si es simétrico o asimétrico

As = 0,042 ≈ 0

$As = \frac{\bar{x} - me}{S} = \frac{43,82 - 43,625}{4,62} = 0,042 \Rightarrow$ la asimetría se dirige hacia la derecha (es positivo)

La medida estadística que resume los datos es la mediana.

38 Valentina De Rosa

4 2 4 4 4

2) x = tiempo de operación del sensor

$$f(x)\begin{cases} ax & 0 \leq x \leq 5 \\ 0 & \text{otro caso} \end{cases}$$

a) Para que sea una fdp se debe cumplir: (siguiente)

$$\cancel{\int_{-\infty}^{0} 0\,dx}_{=0} + \int_{0}^{5} a \cdot x\,dx + \cancel{\int_{5}^{\infty} 0\,dx}_{=0} = 1$$

$$a \left.\frac{x^2}{2}\right|_0^5 = 1$$

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2}{25}x & 0 \leq x \leq 5 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

$$a \cdot \frac{25}{2} = 1$$

$$a = \frac{2}{25}$$

b)

$$P(1 \leq x \leq 3) = \int_1^3 \frac{2}{25}x\,dx = 0{,}32$$

c)

$$P70 = \int_0^{P70} \frac{2}{25}x\,dx = 0{,}7$$

$$\frac{2}{25} \cdot \frac{P70^2}{2} = 0{,}7$$

$P70 = 4{,}18$ tiempo de duración más del sensor para el 70% de los procesos

d)

$$P(X<3 \mid X>2) = \frac{P(X<3 \cap X>2)}{P(X>2)} = \frac{P(2<X<3)}{P(X>2)} = \frac{0{,}2}{0{,}84} = 0{,}238$$

$$P(2<X<3) = \int_2^3 \frac{2}{25}x\,dx = \frac{1}{5}$$

$$P(X>2) = 1 - P(X<2) = 1 - \int_0^2 \frac{2}{25}x\,dx = 0{,}84$$

La probabilidad de que haya funcionado menos de 3 h sabiendo de que ya funcionó 2 h es 0,238

2) Proceso ineficiente si el sensor funciona por más de 4 h

$X \sim B(n; p)$

Primero calculo la probabilidad de que el proceso sea ineficiente

$$P(X>4) = 1 - P(X \leq 4) = 1 - \int_0^4 \frac{2}{25} x \, dx = 0{,}36$$

$X \sim B(10; 0{,}36)$ y = "cantidad de procesos ineficientes"

$$P(y \geq 2) = 1 - P(y < 2) = 1 - [P(X=0) + P(X=1)] =$$

$$= 1 - \left[\binom{10}{0} 0{,}36^0 \, 0{,}64^{10} + \binom{10}{1} 0{,}36^1 \, 0{,}64^9 \right] = 1 - [0{,}0115 + 0{,}064] = 0{,}923$$

Número esperado de procesos que funcionen ineficientemente

$E(x) = 10 \cdot 0{,}923 = 9{,}23$ X

$E(x) = n \cdot p$

38 Valentina De Rosa 4 3

entre fallos

3) Exponencial t = "tiempo en el cual el equipo presenta un fallo"

$$f(t)\begin{cases} \lambda e^{-\lambda t} & t \geq 0 \\ 0 & t < 0 \end{cases} \qquad \lambda = \frac{1}{E(t)} = \frac{1}{44}$$

a)

$$P(30 < t) = \int_0^{30} \frac{e^{-\frac{t}{44}}}{44}\,dt = 0{,}494$$

b)

15 días funcionando

$$P(t < 45 / t > 15) = \frac{P(t < 45 \cap t > 15)}{P(t > 15)} = \frac{P(15 < t < 45)}{P(t > 15)} =$$

>45

$$\frac{\int_{15}^{45} \frac{e^{-\frac{t}{44}}}{44}\,dt}{1 - \int_0^{15} \frac{e^{-\frac{t}{44}}}{44}\,dt} = \frac{0{,}351}{0{,}711} = 0{,}494$$

$1 - 0{,}494 = 0{,}5057$

La probabilidad de que siga funcionando sin fallos 30 días más es de 0,494

Valentina De Rosa 0 | 8 | 10

4) B = baja potencia $P(B) = 0{,}4$ X = recambio completo de aceite

M = media potencia $P(M) = 0{,}35$

A = alta potencia $P(A) = 0{,}25$

$P\left(X/B\right) = 0{,}3$ $P\left(X/M\right) = 0{,}6$ $P\left(X/A\right) = 0{,}5$

a)

$$P\left(M/X\right) = \frac{P(M \cap X)}{P(X)} = \frac{P(X/M)\,P(M)}{P(X)} = \frac{0{,}6 \cdot 0{,}35}{0{,}455} = 0{,}461$$ X $P(M \cap X)$

La probabilidad de que sea media potencia y requiera un recambio completo de aceite es 0,461

b) $P(X) = P(B) \cdot P\left(X/B\right) + P(M) \cdot P\left(X/M\right) + P(A) \cdot P\left(X/A\right) =$

$P(X) = 0{,}4 \cdot 0{,}3 + 0{,}35 \cdot 0{,}6 + 0{,}25 \cdot 0{,}5 = 0{,}455$

c) $$P(B/X) = \frac{P(B \cap X)}{P(X)} = \frac{P(X/B) \cdot P(B)}{P(X)} = \frac{0{,}3 \cdot 0{,}4}{0{,}455} = 0{,}263$$

La probabilidad de que sea de baja potencia y requiera un recambio completo de aceite es 0,263

Valentina De Rosa

a	b	c	d
4	S/R	S/R	S/R

5) $P(A) = 0{,}12$ $\quad P(A \cup B) = 0{,}13$ $\quad P(A \cap B \cap C) = 0{,}01$

$P(B) = 0{,}07$ $\quad P(A \cup C) = 0{,}14$

$P(C) = 0{,}05$ $\quad P(B \cup C) = 0{,}1$

a) $1 - P(A) = 0{,}88$ ✓

b) S/R

c) S/R

d) S/R

Valentina De Rosa   6   4

6) 1 solicitud por cada 2 min

1 - 2 min

$\lambda = 2{,}5$ - 5 min

x: cont de solicitudes que llegan al servidor en un periodo de tiempo

a)

$$P(X>2) = 1 - P(X\leq 2) = 1 - \left[\frac{e^{-2{,}5}\cdot 2{,}5^{0}}{0!} + \frac{e^{-2{,}5}\cdot 2{,}5^{1}}{1!} + \frac{e^{-2{,}5}\cdot 2{,}5^{2}}{2!}\right] =$$

$$P(X>2) = 1 - P(X\leq 2) = 1 - [P(X=0) + P(X=1) + P(X=2)] =$$

$$P(X>2) = 1 - [0{,}082 + 0{,}2052 + 0{,}2565] = 0{,}4563$$

b) $P(X=0) = \frac{e^{-t}\cdot t^{0}}{0!} = 0{,}6$

λ

$$\ln e^{-t} = \ln 0{,}6$$

$$t = 0{,}51 \text{ min}$$

No ingresan solicitudes durante 0,51 minutos.

1 SOLICITUD — 2 min

λ — X

$\lambda = 0{,}51$

X = 1,02 min