

PROBABILIDAD Y PROCESOS ESTOCÁSTICOS
1^{er} PARCIAL - 2/05/2013

NOMBRE:

MATRICULA:

| #1 | | | | | #2 | | #3 | | | #4 | | #5 | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|----|---|----|---|---|----|---|----|---|---|---|
| a-1 | a-2 | b-1 | b-2 | b-3 | a | b | a | b | c | a | b | a | b | c | d |
| | | | | | | | | | | | | | | | |

Ejercicio 1 (1,5 puntos)

a) Complete c/u de las siguientes afirmaciones para que sean ciertas:

- a-1) La cantidad de ocurrencias de un evento en un intervalo de tiempo fijo puede describirse en muchos casos, mediante una V. A. discreta del tipo de.....
- a-2) La cantidad de veces que ocurre un determinado evento, definido para un experimento aleatorio, cuando se realizan n pruebas independientes del experimento, se describe mediante una V. A. discreta del tipo de ...

b) Escriba verdadero o falso en las siguientes afirmaciones. Justifique su respuesta.

- b-1) Dos eventos son independientes si no tienen ningún resultado en común.
- b-2) Dos eventos definidos sobre un experimento aleatorio son mutuamente excluyentes si ambos no pueden ocurrir en una misma prueba del experimento.

$$b-3) f_y(y/x_1 < X \leq x_2) = \begin{cases} \frac{f_{XY}(x, y)}{f_X(x_2) - f_X(x_1)} & \text{si } x_1 < x \leq x_2 \\ 0 & \text{else} \end{cases}$$

Ejercicio 2 (2 puntos)

Una planta industrial construye fuentes reguladoras de tensión. Para cada una utiliza tres circuitos integrados reguladores, todos del mismo tipo. Los chips se encuentran distribuidos en 2 recipientes. El primero contiene 150 chips y el 6% de ellos son defectuosos. El segundo contiene 150 chips y el 4% de ellos son defectuosos. Al ensamblar cada fuente, el ingeniero elige al azar una caja y extrae de ella los 3 chips que necesita.

- a) Si el ingeniero prueba cada fuente antes de construir la siguiente, y considerando que las fuentes fallan únicamente si al menos uno de los circuitos integrados es defectuoso, determine la probabilidad de que la primera fuente que se construye falle.
- b) Para el caso enunciado en a), determine la probabilidad de que para la primera fuente construida, los chips hayan sido seleccionados del primer recipiente.

Ejercicio 3 (2,5 puntos)

Sean X_1 , X_2 y X_3 tres potenciales eléctricos, que son independientes entre sí: X_1 es una constante de valor 2, X_2 puede tomar solamente los valores 5 y -5 con igual probabilidad y X_3 es una VA con distribución uniforme entre [-10 y 10]. Un interruptor selecciona secuencialmente alguna de estas tres VA para dar lugar a una nueva variable aleatoria Y . El interruptor permanece en X_1 el doble del tiempo que en X_2 , y en X_3 el mismo que en X_2 .

- a) Obtenga una expresión de la función densidad de probabilidad para la VA Y (la salida del interruptor) en términos de f_{X_1} , f_{X_2} y f_{X_3} .
- b) Obtenga $f_Y(y)$ y $F_Y(y)$. Grafique ambos resultados.
- c) Determine $P(-5 \leq Y \leq 5)$, $P(2 \leq Y < 5)$ y $P(Y = 2)$.

Ejercicio 4 (1, 5 puntos)

El diámetro de un eje de almacenamiento óptico fabricado por una empresa tiene una distribución normal con media 0,2508 pulgadas y desviación estándar de 0,0005 pulgadas. Las especificaciones del diámetro del eje son $0,2500 \pm 0,0015$ pulgadas.

- ¿Qué proporción de ejes fabricados en dicha empresa cumplen con el requisito?
- Si se corrige la maquinaria y se centra el proceso nuevamente en otro valor, ¿cuál debería ser ese valor para asegurar que al menos un 95% de los ejes fabricados cumplan con las especificaciones si se mantiene la dispersión en el proceso?

Ejercicio 5 (2,5 puntos)

Sean X e Y dos Variables aleatorias *independientes*. La V. A. Y tiene una *distribución de Laplace* con parámetro $\alpha = 4$, y la V. A. X está *distribuida uniformemente* en $[-2, 0]$. Sea $Z = X + Y$.

- Encuentre la fdp conjunta $f_{XY}(x, y)$, indicando su dominio de definición.
- Encuentre la $f_Z(z)$.
- Calcule la $P(Z \leq 2 / X > 0, Y > -1)$
- Encuentre el coeficiente de correlación de Y con Z , ρ_{YZ} . ¿Son Z e Y variables aleatorias no-correlacionadas? ¿Son Z e Y variables aleatorias independientes? **Justifique** sus respuestas.