Ej. 1				Ej. 2		Ej. 3				Ej. 4				Ej. 5			
a	b	c	d	a	b	a	b	c	d	a	b	c	d	a	b	c	d
2	6	2	6	6	6	8	8	4	8	4	4	6	6	4	4	8	8
2	6	2	6	6	6	8	8	4	8	4	4	6	6	4	4	8	8

#85

Primer Parcial Estadística Básica 6-05-2023

Apellido y Nombres: LABISTE JOAQUÍN **Legajo:** 17922

100 / 100

1. En una clase de estadística, se tomó una muestra aleatoria de 30 estudiantes y se registró la cantidad de horas que estudian por semana dicha asignatura. Los resultados se presentan a continuación:

Horas de estudio	[0,5)	[5,10)	[10,15)	[15,20)	[20,25)	[25,30]
Frecuencia	4	7	8	5	4	2

a. Definir y clasificar la variable de estudio.
b. Calcular e interpretar la media, la mediana y la moda.
c. Analizar la simetría de los datos.
d. ¿Hay alguna medida que represente los datos? Justificar.

2. El 5% de todos los bits (0 ó 1) que ingresan y se propagan a través de un canal de comunicación binario corresponde al bit 0. En el caso que el bit 0 haya ingresado y se haya propagado por dicho canal, el programa receptor lo detectará correctamente con probabilidad 0,9. En el caso que el bit 1 haya ingresado y se haya propagado por dicho canal, el programa receptor lo detectará correctamente con probabilidad 0,8.
a. ¿Cuál es la probabilidad que el programa receptor detecte un bit correctamente?
b. Habiéndose detectado un bit correctamente en el programa receptor, ¿cuál será la probabilidad de que haya ingresado y se haya propagado un 0 por dicho canal?

3. La máquina pestañadora automática que cierra la tapa superior de tambores de 200 litros que contienen un producto tóxico se encuentra en un **salón aislado** (sin personal humano). La misma realiza el proceso de cierre de cada tambor (de inicio a fin), en un intervalo de **53 segundos** e inmediatamente arranca con el siguiente tambor (o sea que completa el cierre de un tambor tras otro cada 53 segundos). Una vez por turno, se designa a un técnico para que ingrese por única vez al salón e inspeccione el proceso mientras se completa el cierre del tambor en curso.

a. ¿Qué distribución utilizaría para modelar la variable **T: tiempo de espera, en segundos, una vez ingresado al salón para inspeccionar el cierre del tambor en curso?** y ¿cuál es la probabilidad de que deba esperar menos de 15 segundos hasta el cierre en curso?
b. ¿Cuál es la probabilidad de que, habiendo esperado 30 segundos sin que se produzca el cierre, deba aguardar menos de 15 segundos hasta el cierre en curso?
c. Halle $E(T)$ e interprete su valor.
d. En otra máquina de la misma fabrica, ocurre un tipo de falla en el embalaje. El número de fallas producidas en el embalaje es una variable aleatoria de Poisson de parámetro 3 por hora. En este caso ¿Qué distribución utilizaría para modelar la variable **T: tiempo de espera hasta la próxima falla?** y ¿cuál es la probabilidad de que no se produzcan fallas en al menos, los próximos 30 minutos? Resolver con dos distribuciones diferentes.

4. En una fábrica de piezas metálicas muy complejas. se tienen dos máquinas para la producción. La máquina 1 produce, en promedio, 2 piezas defectuosas cada 24hs. La máquina 2 produce 3 piezas defectuosas cada 24hs. La fábrica trabaja en turnos de 8hs. La cantidad de defectuosas que produce una máquina es independiente de la cantidad de defectuosas por la otra máquina.
a. ¿Cuál es la probabilidad de que la máquina 1 produzca a lo sumo 2 piezas defectuosas en un turno?
b. ¿Cuál es la probabilidad de que en un turno no se produzcan piezas defectuosas?
c. ¿Cuál es la probabilidad de que en un turno se produzca en total sólo 1 pieza defectuosa en toda la fábrica?
d. Si en un turno se produjo sólo 1 pieza defectuosa, ¿cuál es la probabilidad de que provenga de la máquina 2?

5. Se sabe que la duración en años de las baterías integradas adentro de cierto tipo de teléfono celular sigue una distribución continua con función densidad de probabilidad (*f.d.p*) dada por:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2}{9}\cdot(x-3) & si\ 3 \le x \le 6 \\ 0 & otros \end{cases}$$

a. Obtener la función de distribución acumulada (FDA) de la variable aleatoria X.
b. Calcular la probabilidad de que la duración de una batería integrada sea mayor a 4,5 años.
c. Para cada individuo que compre un teléfono celular, el vendedor quiere garantizarle un período de garantía de N años por sus baterías integradas, ya que, en caso contrario, le entregará sin cargo, un nuevo teléfono celular. ¿Hasta cuántos años N debería durar una batería para que, a lo sumo el 20 % de los teléfonos celulares vendidos, ingresen en garantía por falla en las mismas?
d. Se compraron 5 celulares con este tipo de batería integrada. ¿Cuál es la probabilidad de que, como máximo 2 celulares sean cambiados por problemas en su batería durante el periodo de garantía?

LABISTE JOAQUÍN #85 Legajo 17922 DNI 45543475 Hoja 1

1)

Horas de estudio	f_i Frecuencia	Fa
[0,5)	4	4
[5,10)	7	11
[10,15)	8	19
[15,20)	5	24
[20,25)	4	28
[25,30]	2	30

$n=30$; $a=5$

a) X: Variable cuantitativa continua.
"Horas que los alumnos estudian por semana en estadística"

b) Es una muestra;

$\bar{x} = \sum^{!} X_{\text{marca de clase}} \cdot \frac{f_i}{n}$

$\bar{x} = (2,5.4+7,5.7+12,5.8+17,5.5+22,5.4+27,5.2)/30 = 13,167$

$Me = LinF + \frac{\frac{n}{2} - Fa_{2}}{f_i} \cdot a$

$Me = 10 + \frac{\frac{30}{2} - 11}{8} \cdot 5 = 12,5$

$Mo = LinF + \frac{d_1}{d_1+d_2} \cdot a$

$Mo = 10 + \frac{1}{1+3} \cdot 5 = 11,25$

$d_1 = 8-7 = 1$
$d_2 = 8-5 = 3$

El promedio aritmético de las horas que los estudiantes estudian estadística por semana es de 13,167.

El 50% de los estudiantes que menos estudiaron estadística en la semana estudiaron como máximo 12,5 horas.

La cantidad de horas de estudio más frecuente entre los estudiantes es de 11,25 horas.

La mayor cantidad de estudiantes estudió 11,25 hs.

c) $S = \sqrt{\frac{\sum^{!} (X_{\text{m. de clase}} - \bar{X})^2 \cdot f_i}{n-1}}$

$S = 7,279$

$A_2 = \frac{\bar{X} - Me}{S}$

$A_2 = \frac{13,167 - 12,5}{7,279} = \boxed{0,0916}$

$A_2 > 0$ Asimétrica hacia la derecha.

Bajo mi criterio, la distribución de los datos es ligeramente asimétrica hacia la derecha.

d) $C_V = \frac{S}{\bar{X}} = \frac{7,279}{13,167} = 0,5528$ Como $C_V > 0,3$, Hay mucha variabilidad y por ende ninguna medida resume los datos.

LABISTE JOAQUIN #85 Legajo 17922 DNI 45543495 Hoja 2

a b
6 6

2) A: Ingresa un bit 0 y se propague a traves del canal.

B: Ingreso un bit 1 y se propaga a traves del canal.

C: Se detecta el bit correctamente.

$P(A) = 0{,}05$ $P(\bar{A}) = P(B) = 1 - 0{,}05 = 0{,}95$

$P\left(\frac{C}{A}\right) = 0{,}9$ $P\left(\frac{C}{B}\right) = 0{,}3$

a) $P(C) = P\left(\frac{C}{A}\right) \cdot P(A) + P\left(\frac{C}{B}\right) \cdot P(B)$

$P(C) = 0{,}9 \cdot 0{,}05 + 0{,}3 \cdot 0{,}95$

$\boxed{P(C) = 0{,}805}$

b) $P\left(\frac{A}{C}\right) = \frac{P\left(\frac{C}{A}\right) \cdot P(A)}{P(C)} = \frac{0{,}9 \cdot 0{,}05}{0{,}805} = 0{,}0559$

$P(A/C) = \frac{P(A \cap C)}{P(C)}$

$\boxed{P\left(\frac{A}{C}\right) = 0{,}0559}$

8 8 4 8

LABISTE JOAQUIN #85 Legajo 17922 DNI 45543475 Hoja 3

3) a) Utilizaría una distribución uniforme con intervalo $[0,53]$

$$f(t)=\begin{cases}\frac{1}{b-a} & \text{si } a\le t\le b\\ 0 & \text{en otro caso}\end{cases}$$

$a=0$ y $b=53$

$$f(t)=\begin{cases}\frac{1}{53} & \text{si } 0\le t\le 53\\ 0 & \text{en otro caso}\end{cases}$$

Es una legítima FDP ya que

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(t)\,dt=\int_{-\infty}^{0}0\,dt+\int_{0}^{53}\frac{1}{53}\,dt+\int_{53}^{\infty}0\,dt=\int_{0}^{53}\frac{1}{53}\,dt=\boxed{1}$$

$$P(t<15)=\int_{-\infty}^{15}f(t)\,dt=\int_{-\infty}^{0}0\,dt+\int_{0}^{15}\frac{1}{53}\,dt=\boxed{0{,}28301}$$

b)

$$P\left(\frac{t\le 45}{t\ge 30}\right)=\frac{P\left[(t\le 45)\cap(t\ge 30)\right]}{P(t\ge 30)}=\frac{P(30\le t\le 45)}{1-P(t<30)}$$

$$=\frac{\int_{30}^{45}\frac{1}{53}\,dt}{1-\int_{-\infty}^{30}f(t)\,dt}=\frac{\left.\frac{t}{53}\right]_{30}^{45}}{1-\left[\int_{-\infty}^{0}0\,dt+\int_{0}^{30}\frac{1}{53}\,dt\right]}=\frac{\frac{15}{53}}{1-\left[\frac{t}{53}\right]_{0}^{30}}=\frac{\frac{15}{53}}{1-\frac{30}{53}}=\frac{\frac{15}{53}}{\frac{23}{53}}=\boxed{0{,}65217}$$

c)

$$E(T)=\int_{-\infty}^{\infty}t\,f(t)\,dt=\int_{-\infty}^{0}t\cdot 0\,dt+\int_{0}^{53}\frac{t}{53}\,dt+\int_{53}^{\infty}t\cdot 0\,dt=\left.\frac{t^2}{2\cdot 53}\right]_{0}^{53}=\boxed{\frac{53}{2}}=\boxed{26{,}5\,\text{seg}}$$

Significa que el tiempo promedio ~~de~~ ~~que~~ para inspeccionar el cierre del tambor en curso una vez ingresado al salar es de 26,5 segundos.

d) $\lambda = 3 \frac{\text{fallos}}{\text{hora}}$ T: tiempo de espera hasta la próxima falla en horas.

Se puede resolver de dos maneras:

① Usando la distribución exponencial con $\alpha = \lambda$

$$f(t) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda t} & \text{si } t \geq 0 \\ 0 & \text{si } t < 0 \end{cases}$$

Es una legítima fdp ya que

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(t)dt = \int_{-\infty}^{0} 0 dt + \lim_{a \to \infty} \int_0^a \lambda e^{-\lambda t} dt = \lim_{a \to \infty} \lambda \left[\frac{e^{-\lambda t}}{-\lambda} \right]_0^a$$

$$= \lim_{a \to \infty} -\left[\underbrace{e^{-\lambda \cdot a}}_{0} - e^0 \right] = -[-1] = \boxed{1}$$

$$f(t) = \begin{cases} 3e^{-3t} & \text{si } t \geq 0 \\ 0 & \text{si } t < 0 \end{cases}$$

$$P(T \geq 0{,}5) = 1 - P(T \leq 0{,}5) = 1 - \int_{-\infty}^{0{,}5} f(t)dt = 1 - \left[\int_{-\infty}^{0} 0 dt + \int_0^{0{,}5} 3e^{-3t} dt \right]$$

$$= 1 - \left[3 \left[\frac{e^{-3t}}{-3} \right]_0^{0{,}5} \right] = 1 - \left[-(e^{-3/2} - e^0) \right] = 1 + e^{-3/2} - 1 = e^{-3/2} = \boxed{0{,}22313}$$

② Usando la probabilidad de que no haya ninguna ocurrencia en el intervalo dado

$\lambda_2 = \frac{3}{2} = 1{,}5$ 1,5 fallos cada media hora.

$$P(x = k) = \frac{e^{-\lambda} \cdot \lambda^k}{k!} \rightarrow P(x = 0) = \frac{e^{-\lambda} \cdot \lambda^0}{0!} = e^{-\lambda} = e^{-3/2} = \boxed{0{,}22313}$$

Se define X: variable aleatoria discreta de Poisson.

"número de fallos en 30 minutos"

4 4 6 6.

LABISTE JOAQUIN #35 Legajo 17922 DNI 45543975 Hoja 4

4) La máquina 1 produce en promedio 2 piezas defectuosas cada 24 hs

La máquina 2 produce en promedio 3 piezas defectuosas cada 24 hs

Datos

X: Variable aleatoria discreta de Poisson "Cantidad de piezas defectuosas de la maq 1 en un turno" ✓

Y: Variable aleatoria discreta de Poisson "Cantidad de piezas defectuosas de la máquina 2 en un turno." ✓

$\lambda_1 = 2 \frac{\text{piezas def}}{\text{días}} \rightarrow \lambda_1 = \frac{2}{3} \frac{\text{piezas def}}{\text{turno}}$ | $\lambda_2 = 3 \frac{\text{piezas def}}{\text{días}} \rightarrow \lambda_2 = 1 \frac{\text{pieza def}}{\text{turno}}$

a) $P(X \leq 2) = P(X=0) + P(X=1) + P(X=2) = e^{-\lambda_1} + e^{-\lambda_1}\lambda_1 + \frac{e^{-\lambda_1} \cdot \lambda_1^2}{2}$ ✓

$P(X=k) = \frac{e^{-\lambda} \cdot \lambda^k}{k!}$

$0,5134 + 0,3422 + 0,114 = \boxed{0,969}$ ✓

b) X e Y son sucesos independientes ✓

$P(X=0) \cdot P(Y=0) = e^{-\lambda_1} \cdot e^{-\lambda_2} = e^{-\frac{2}{3}} \cdot e^{-1} = 0,1888$ ✓ ✓

c) $P(X=1) \cdot P(Y=0) + P(X=0) \cdot P(Y=1) = e^{-\frac{2}{3}} \cdot \frac{2}{3} \cdot e^{-1} + e^{-\frac{2}{3}} \cdot e^{-1} = \boxed{0,31479}$ ✓

d) D: "En el turno se produjo solo una pieza defectuosa". Z: "proviene de la máquina 2".

no es clara la definición

$P(Z/D) = \frac{P(Z \cap D)}{P(D)} = \frac{P(Y=1) \cdot P(X=0)}{0,31479} = \frac{0,1888}{0,31479} = \boxed{0,6}$ ✓

a	b	c	d
4	4	8	8

LABISTE JOAQUÍN #85 Legajo 17922 DNI 45543475 Hoja 5

5) a) $f(x)=\begin{cases} \frac{2}{9}(x-3) & \text{si } 3\leq x\leq 6 \\ 0 & \text{otro} \end{cases}$ x: duración en años de las baterías integradas.

si $x<3$ $F(x)=\int_{-\infty}^{x} f(t)dt = \int_{-\infty}^{3} 0\,dt = 0$

si $3\leq x\leq 6 \rightarrow F(x)=\int_{-\infty}^{x} f(t)dt = \int_{-\infty}^{3} 0\,dt + \int_{3}^{x}\frac{2}{9}(t-3)dt = \frac{2}{9}\left[\frac{t^2}{2}-3t\right]_3^x = \frac{2}{9}\left[\frac{x^2}{2}-3x-\left(\frac{3^2}{2}-9\right)\right]$

$= \frac{2}{9}\left[\frac{x^2}{2}-3x+\frac{9}{2}\right] = \frac{x^2}{9}-\frac{2}{3}x+1$

si $x>6$ $F(x)=\int_{-\infty}^{x} f(t)dt = \int_{-\infty}^{3} 0\,dt + \int_{3}^{6}\frac{2}{9}(t-3)dt + \int_{6}^{\infty} 0\,dt$

$= \frac{2}{9}\left(\left[\frac{t^2}{2}-3t\right]_3^6 = \frac{2}{9}\left[\frac{6^2}{2}-3.6-\left(\frac{3^2}{2}-9\right)\right]\right) = \frac{2}{9}\left[\frac{9}{2}\right] = \boxed{1}$

a) $F(x)=\begin{cases} 0 & \text{si } x<3 \\ \frac{x^2}{9}-\frac{2}{3}x+1 & \text{si } 3\leq x\leq 6 \\ 1 & \text{si } x>6 \end{cases}$

b) $P(x\geq 4{,}5) = 1-P(x\leq 4{,}5) = 1-F(4{,}5)$

$= 1-\left[\frac{4{,}5^2}{9}-\frac{2.4{,}5}{3}+1\right]$

$= 1-\frac{1}{4} = \boxed{3/4}$

c) $P(X\leq N)\leq 0{,}2$

$F(N)\leq 0{,}2 \rightarrow \frac{N^2}{9}-\frac{2}{3}N+1-0{,}2\leq 0 \rightarrow (N-4{,}3416)(N-1{,}6583)\leq 0$

$N\geq 1{,}6583$

$N\leq 4{,}3416$

"La batería debería durar hasta 4,3416 años"

d) Y: variable aleatoria discreta binomial. "Cantidad de alumbres con falla en la batería integrada".

$n=5 \wedge p=0{,}2$

$P(Y=k)=\binom{n}{k}.p^k.(1-p)^{n-k}$

$P(Y\leq 2) = P(Y=0)+P(Y=1)+P(Y=2) = \binom{5}{0}.0{,}2^0.0{,}8^5+\binom{5}{1}0{,}2.0{,}8^4+\binom{5}{2}0{,}2^2.0{,}8^3$

$= 0{,}32768+0{,}4096+0{,}2048 = \boxed{0{,}942}$

Scanned with CamScanner