Universidad de Buenos Aires

Facultad de Ineniería

Asignatura: Análisis numérico

Segundo Trabajo Práctico

Grupo:

Integrantes

Apellido y Nombre	Registro	`e-mail`

Segundo Trabajo Práctico

La ecuación de Fisher

Extraído de [2]

1. Introducción

La ecuación:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = Ku(1-u) + D\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$$

donde K y D son parámetros positivos, fue introducida por Fisher en 1937 como una versión determinística de un modelo estocástico para la difusión espacial de un gen dominante en una población [3]. Observemos también que es una extensión natural del modelo de crecimiento logístico en el que la población se dispersa via difusión lineal.

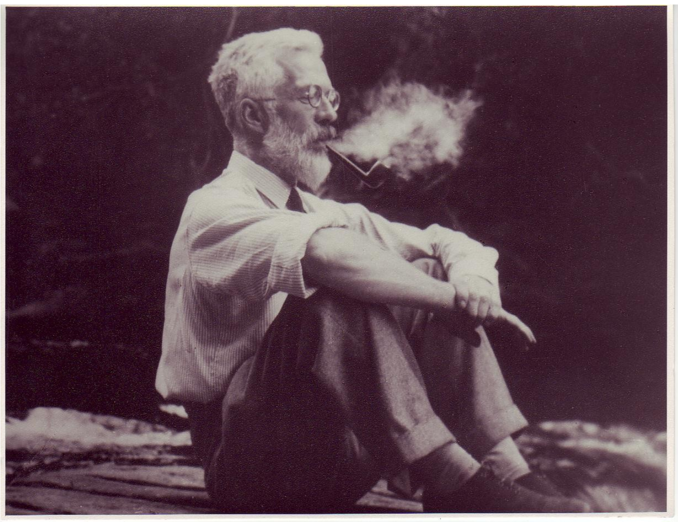

Fig. 1: R. A. Fisher (1890-1962)

En este TP estudiaremos una implementación con diferencias finitas de un caso particular de esta ecuación.

2. Ejercicio

1. Halle un esquema de diferencias finitas (para eso ver en [1] o en [2] el esquema para la ecuación del calor) para aproximar la solución de la ecuación de Fisher en una dimensión:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial u}{\partial t} = Ku(1-u) + D\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \quad 0 < x < 1,\ 0 < t < t_F \\ \\ u(x,0) = f(x), \quad x \in [0,1] \\ u(0,t) = g_L(t), \quad u(1,t) = g_R(t), \quad t > 0 \end{cases}$$

2. El script $para1.m$ de [2] es implementación en diferencias finitas para aproximar y graficar la solución de la ecuación del calor:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial u}{\partial t} = \dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \quad 0 < x < 1,\ 0 < t < t_F \\ \\ u(x,0) = f(x), \quad x \in [0,1] \\ u(0,t) = g_L(t) = g(0,t), \quad u(1,t) = g_R(t) = g(1,t), \quad t > 0 \end{cases}$$

con:

$$f(x) = sin(\pi x) + sin(2\pi x)$$
$$g(x,t) = sin(\pi x) * e^{-\pi^2 t} + sin(2\pi x) * e^{-4\pi^2 t}$$

A partir de este script confeccione el script $fisher$ que permita aproximar la solución del problema (le sugeremos use $N_x = 20$ y $N_t = 100$):

$$\begin{cases} \dfrac{\partial u}{\partial t} = u(1-u) + \dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \quad 0 < x < 1,\ 0 < t < 0.1 \\ \\ u(x,0) = \mathrm{sen}^2(\pi x), \quad x \in [0,1] \\ u(0,t) = 0, \quad u(1,t) = 0, \quad t > 0 \end{cases}$$

3. Estudie el comportamiento de la soluciones del ítem anterior para $t_F \to +\infty$. Para esto le sugerimos use el siguiente esquemas de simulaciones:

t_F	N_x	N_t
0.1	20	100
0.3	15	500
1	15	500
3	15	3000

4. ¿Cuál es el efecto del parámetro D? Es decir ¿Cómo cambia la solución a medida que cambia el valor de D? Ilustre con gráficos de la aproximación de la solución.

Referencias

[1] Atkinson, K. y W. Han *Elementary Numerical Analysis* published by John Wiley & Sons, Inc

[2] Li, J. y Yi-Tung Chen *Computational Partial Differential Equations Using MATLAB* (Chapman & Hall/CRC Applied Mathematics & Nonlinear Science)

[3] Murray, J. D. (2002). *Mathematical Biology I. An Introduction (Vol. 1)*. New York: Springer.