

09_parametrische_tests

F-Test, t-Test und Anova



Wiederholung: Grundgesamtheit und Stichprobe

Eigenschaften der Grundgesamtheit: Parameter

Parameter gibt es immer, sie sind feste Werte, aber sie sind unbekannt, meist auch nicht überprüfbar

Bsp:

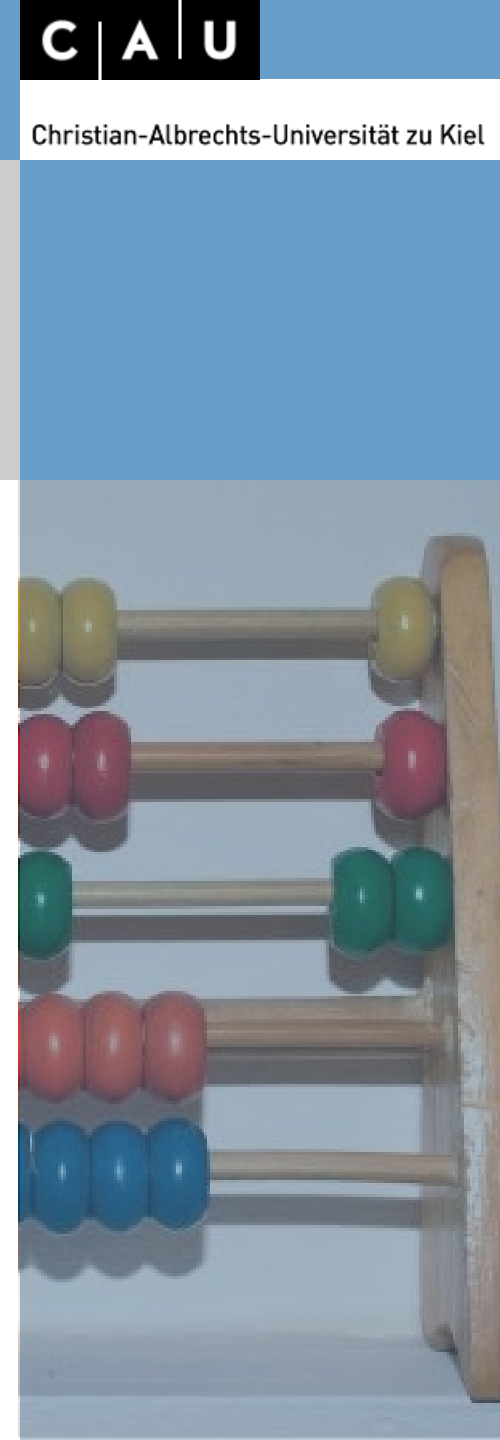
μ : *Arithm. Mittel der Grundgesamtheit*

\bar{x} : *Arithm. Mittel der Stichprobe*

σ : *Standardabweichung der Grundgesamtheit*

s : *Standardabweichung der Stichprobe*

In statistischen Tests können immer nur die Eigenschaften der Stichprobe geprüft werden. Daher hängt die Qualität der Aussage immer von der Wahl der Stichprobe ab (Repräsentativität)



Parametrische Tests

parametrisch vs. nicht-parametrisch/parameterfrei:

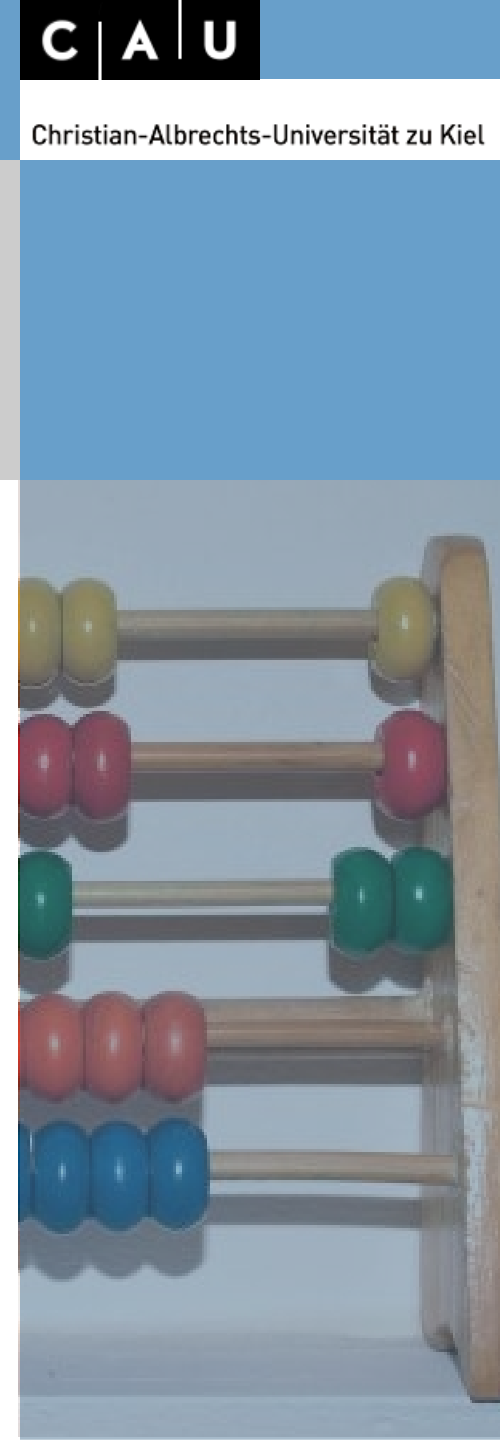
parametrisch: Werte müssen bestimmter Verteilung folgen (z. B. Normalverteilung); Grundannahmen zur Verteilung sind notwendig

nicht-parametrisch: Annahmen zur Werteverteilung entfallen; keine Grundannahmen notwendig

Parametrische Tests, Vorteile - Nachteile:

Vorteil: Haben meist eine größere Power (Teststärke).

Nachteil: Sind nicht anwendbar, wenn keine Aussage über die Verteilung möglich ist oder die Verteilung nicht den für parametrische Tests gegebenen Anforderungen entspricht.
Es können meist keine relativ kleine Stichproben getestet werden.



Mögliche Voraussetzungen für parametrische Tests

Bestimmte Verteilung

Die Daten müssen bestimmten Verteilungen entsprechen, also aus Phänomenen bestimmter Art stammen.

Beispiel: t-Test: Normalverteilung

Bestimmte Ähnlichkeiten

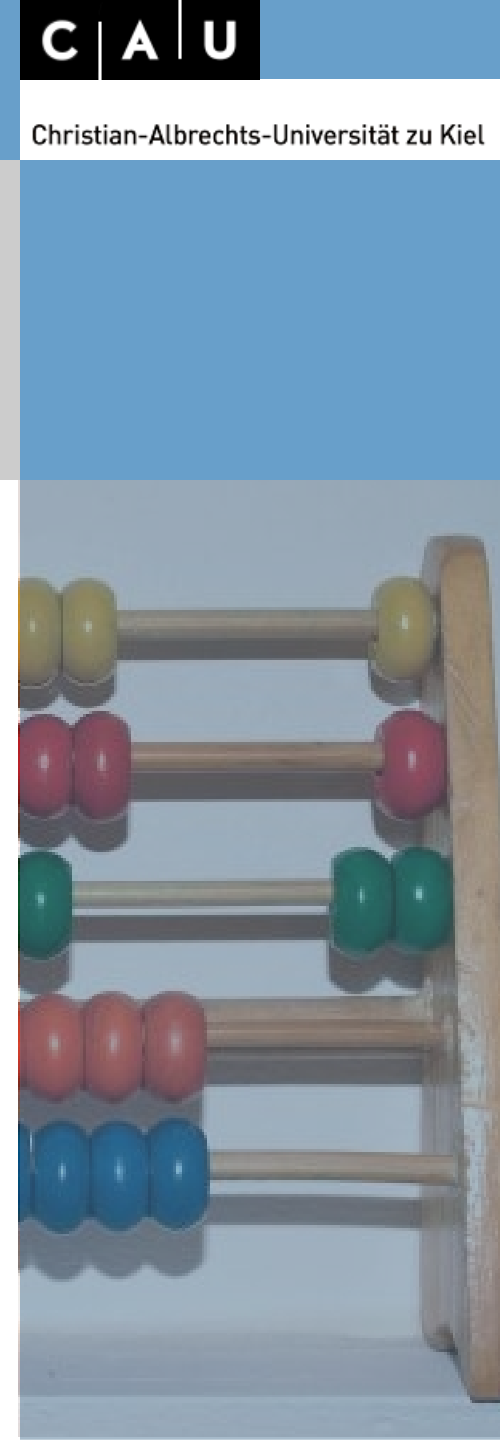
Die Daten müssen einander in bestimmten Parametern gleichen.

Beispiel: Anova: Varianzhomogenität

Bestimmte Skalierungen

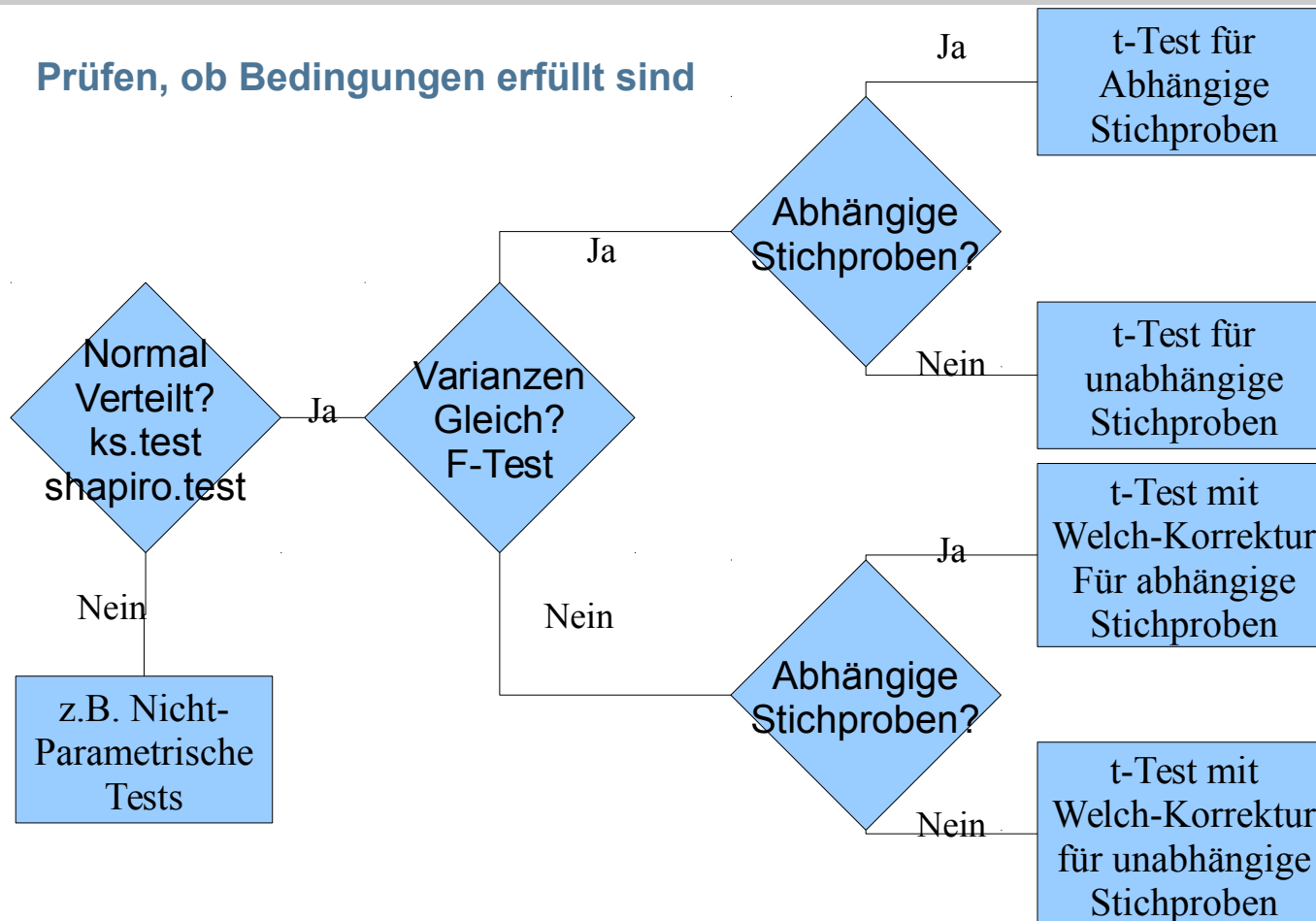
Fast immer muss mind. 1 Variable intervallskaliert oder höher sein.

Beispiel F-Test: Test für Varianzen, daher mind. Intervalskaliert (abweichung vom arith. Mittel, dieses nur bei Intervall oder höher skalierten Variablen zu berechnen)



Möglicher Testbaum

Prüfen, ob Bedingungen erfüllt sind



Prüfen auf Normalverteilung `ks.test`

Der gute alte Kolmogorov-Smirnov

Möglich, wenn Parameter der Grundgesamtheit bekannt (μ , σ) sind oder approximiert werden können.

Bsp. Längen von Silex-Klingen (simuliert) normalverteilt?

```
klingenlaenge<-c(14.9, 24.0, 8.7, 29.3, 25.5, 23.9, 22.4, 12.7,  
8.7, 25.1, 25.6, 14.7, 23.0, 23.2, 26.5, 11.1, 15.2, 20.6, 20.1,  
25.1)
```

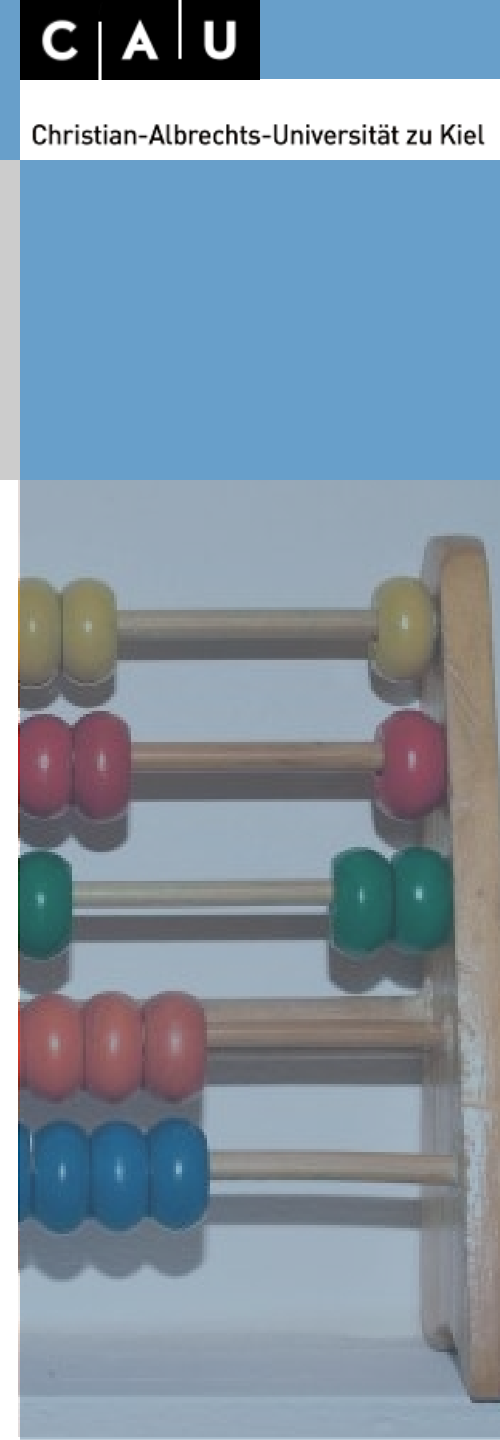
```
ks.test(klingenlaenge,"pnorm",mean(klingenlaenge),sd(klingenlaenge))
```

One-sample Kolmogorov-Smirnov test

```
data: klingenlaenge  
D = 0.1966, p-value = 0.4221  
alternative hypothesis: two-sided
```

Ergebnis nicht signifikant, Verteilung weicht nicht signifikant von Normalverteilung ab.

Aber: K-S-Test ist sehr konservativ, null-hypothese (gleichverteilung) wird nur abgelehnt, wenn sehr deutliche Unterschiede existieren.



Prüfen auf Normalverteilung shapiro.test

Der bessere Test auf Normalverteilung

Voraussetzungen: X_1, \dots, X_n ist unabhängige Stichprobe metrisch einer skalierten Variable

H_0 : die Grundgesamtheit ist normalverteilt

H_1 : die Grundgesamtheit ist nicht normalverteilt

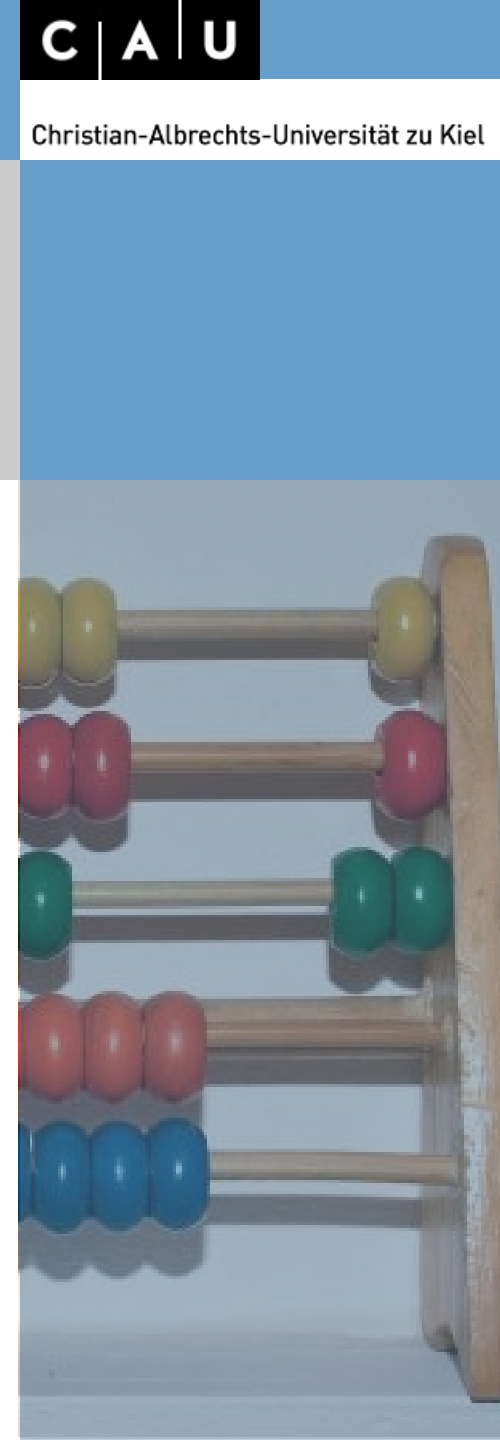
```
> shapiro.test(klingenlaenge)
```

Shapiro-Wilk normality test

```
data: klingenlaenge
```

```
W = 0.902, p-value = 0.04494
```

Aber: t-Test ist relativ robust, eine Nicht-Ablehnung durch den ks.test reicht eigentlich aus (bei größeren n-Werten).

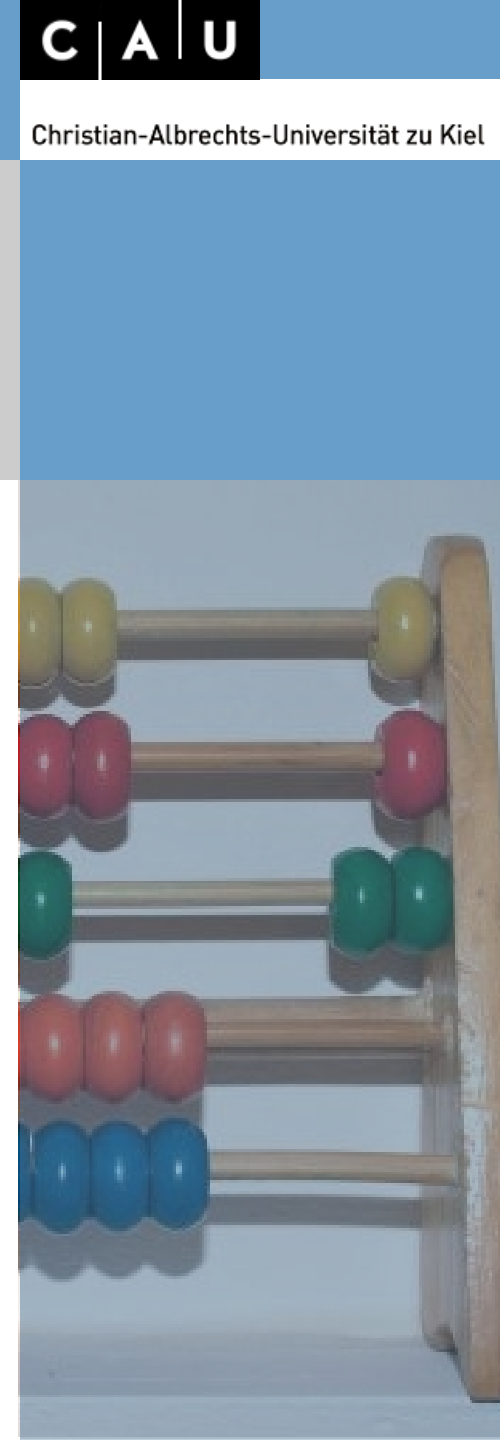
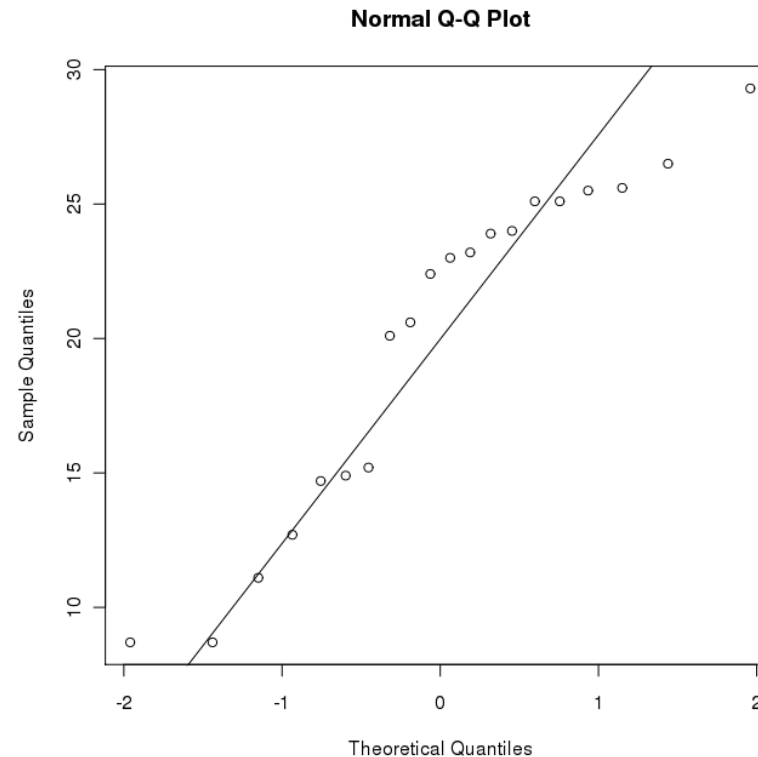


Prüfen auf Normalverteilung QQ-Plot

Graphische Kontrolle auf Normalverteilung

Abtrag der Quantile der Verteilung gegen die Quantile einer Normalverteilung

```
> qqnorm(klingenlaenge)  
> qqline(klingenlaenge)
```

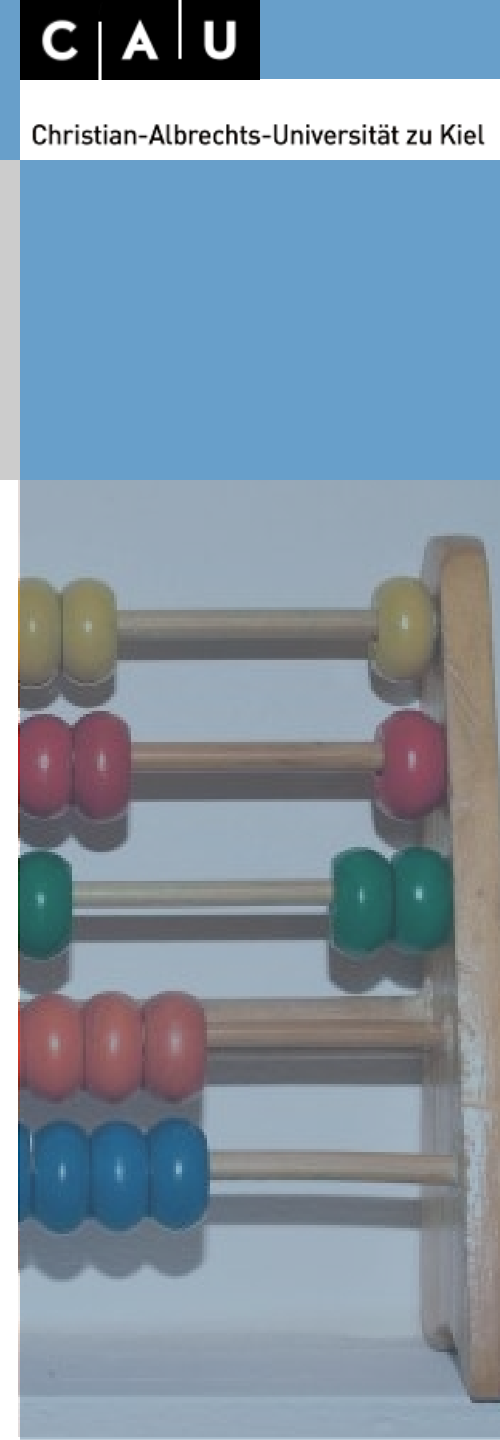


Aufgabe Prüfen auf Normalverteilung

Henkellängen von Amphoren der Dresseltypen 10 (Ihm 1978)

Gegeben sind die Henkellängen verschiedener Amphoren. Stellen Sie mit allen Ihnen zur Verfügung stehenden Mitteln fest, ob diese normalverteilt sind.

File: henkel_amphoren.csv



Lösung Prüfen auf Normalverteilung

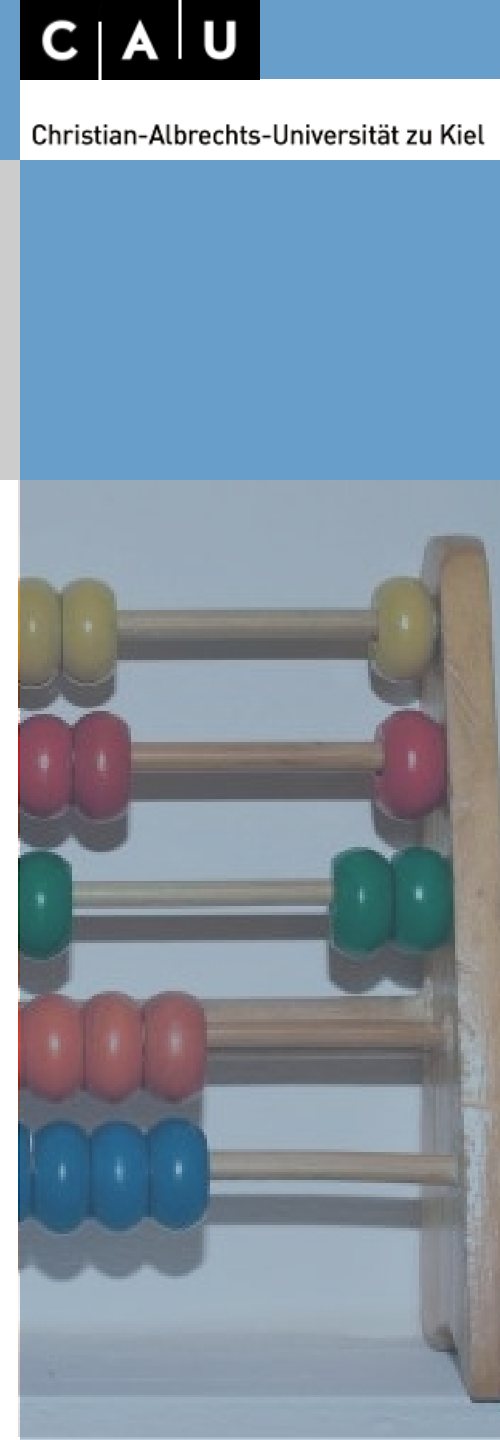
Henkellängen von Amphoren der Dresseltypen 10 (Ihm 1978)

Gegeben sind die Henkellängen verschiedener Amphoren. Stellen Sie mit allen Ihnen zur Verfügung stehenden Mitteln fest, ob diese normalverteilt sind.

File: henkel_amphoren.csv

```
> henkel<-read.csv2("henkel_amphoren.csv",row.names=1)
> shapiro.test(henkel$henkellaenge)
...
W = 0.8849, p-value = 0.02174
>
ks.test(henkel$henkellaenge,"pnorm",mean(henkel$henkellaenge),sd(henkel$henkellaenge))
...
D = 0.1542, p-value = 0.7286
...
> qqnorm(henkel$henkellaenge)
> qqline(henkel$henkellaenge)
```

Nach ks.test normal, nach shapiro nicht. QQ zeigt zwei Ausreißer an den Enden.





F-Test

F-Test [1]

Test auf Varianzgleichheit zweier Stichproben

Voraussetzungen: zwei unabhängig normalverteilte Stichproben

H_0 : Beide Stichproben haben die gleiche Varianz (Streuung).

H_1 : Eine Stichprobe hat eine größere Varianz (Streuung).

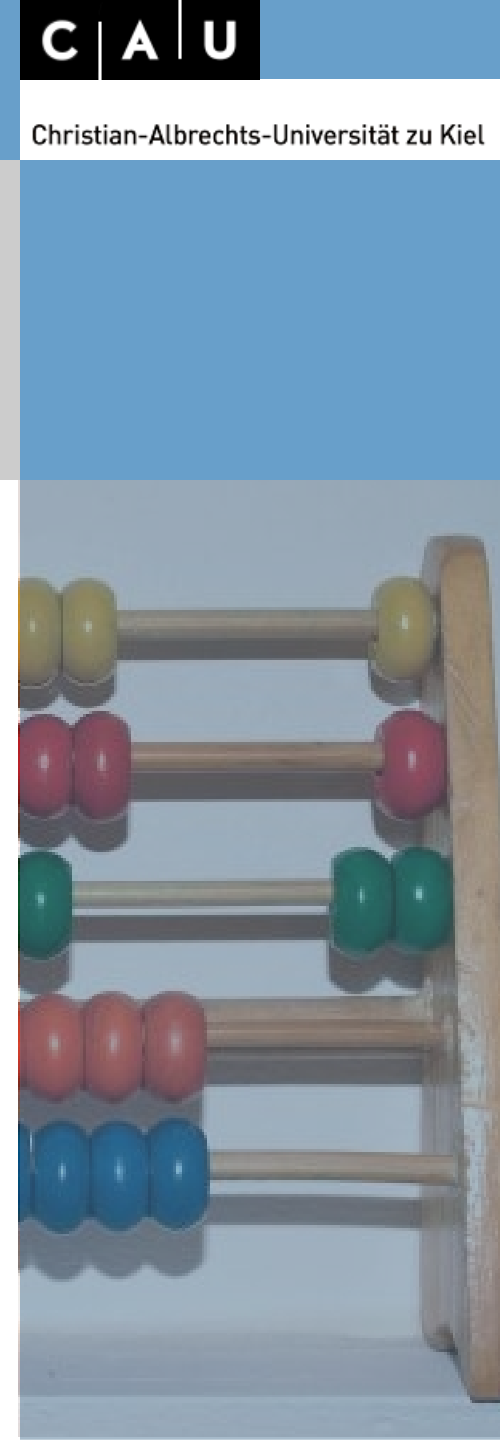
Idee: Wenn Varianzen gleich sind, müßte ihr Quotient 1 betragen.

$$s_1^2 = s_2^2; \text{ dann } \frac{s_1^2}{s_2^2} = 1$$

Der Quotient wird mit nach Anzahl von Freiheitsgraden ($df_1 = n_1 - 1$, $df_2 = n_2 - 1$) und gewünschtem Signifikanzlevel mit einer Tabelle F-verteilter Werte verglichen (z.B. Shennan). Wenn der errechnete Quotient > Grenzwert, dann muß die H_0 verworfen werden, sonst ist sie beizubehalten.

Signifikant: ungleiche Varianzen

Nicht signifikant: es kann von gleichen Varianzen ausgegangen werden



F-Test [2]

Beispiel: Klingenlänge zweier Fundstellen, Berechnung von Hand

n Fundstelle 1 = 20; \bar{x} Fundstelle 1 = 20.015

$$\text{Varianz Fundstelle 1} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n - 1} = \frac{\sum_{i=1}^{20} (x_i - 20.015)^2}{20 - 1} = 40.20871$$

n Fundstelle 2 = 25; \bar{x} Fundstelle 2 = 20.492

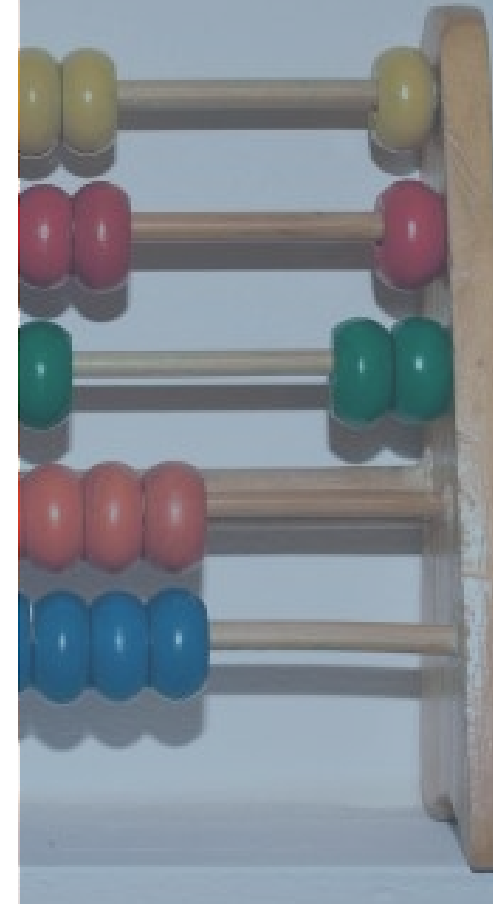
$$\text{Varianz Fundstelle 2} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n - 1} = \frac{\sum_{i=1}^{25} (x_i - 20.492)^2}{25 - 1} = 33.0641$$

$$F = \frac{s_1^2}{s_2^2} = \frac{40.20871}{33.0641} = 1.216083607$$

$df_1 = 20 - 1 = 19$, $df_2 = 25 - 1 = 24$; $\text{Sign.level} = 0.05$

Grenzwert bei $df_1 = 19$, $df_2 = 24$, $\alpha = 0.05$: 2.114

$1.216083607 < 2.114$, nicht signifikant, die Varianzen unterscheiden sich nicht signifikant voneinander



F-Test [3]

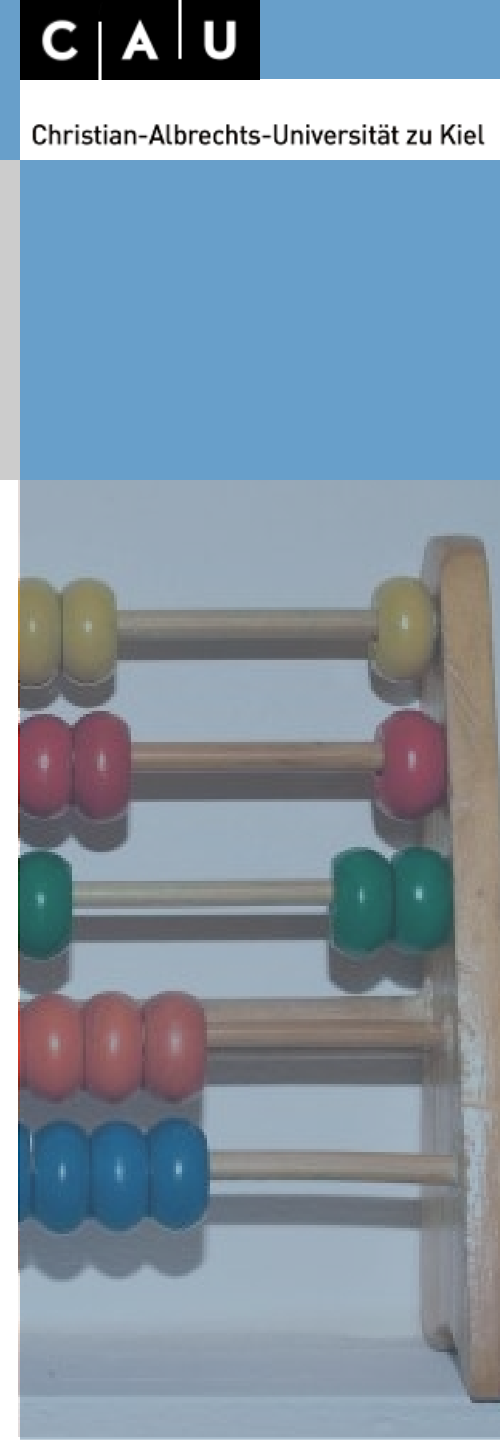
F-Test in R

```
> klingenlaenge <- read.csv2("klingenlaengen.csv", row.names=1)
> var.test(laenge~fundort, data=klingenlaenge)
```

F test to compare two variances

```
data: laenge by fundort
F = 1.2161, num df = 19, denom df = 24, p-value = 0.643
alternative hypothesis: true ratio of variances is not equal to 1
95 percent confidence interval:
 0.5185518 2.9822271
sample estimates:
ratio of variances
      1.216084
```

Ergebnis nicht signifikant, Varianzen unterscheiden sich nicht signifikant voneinander



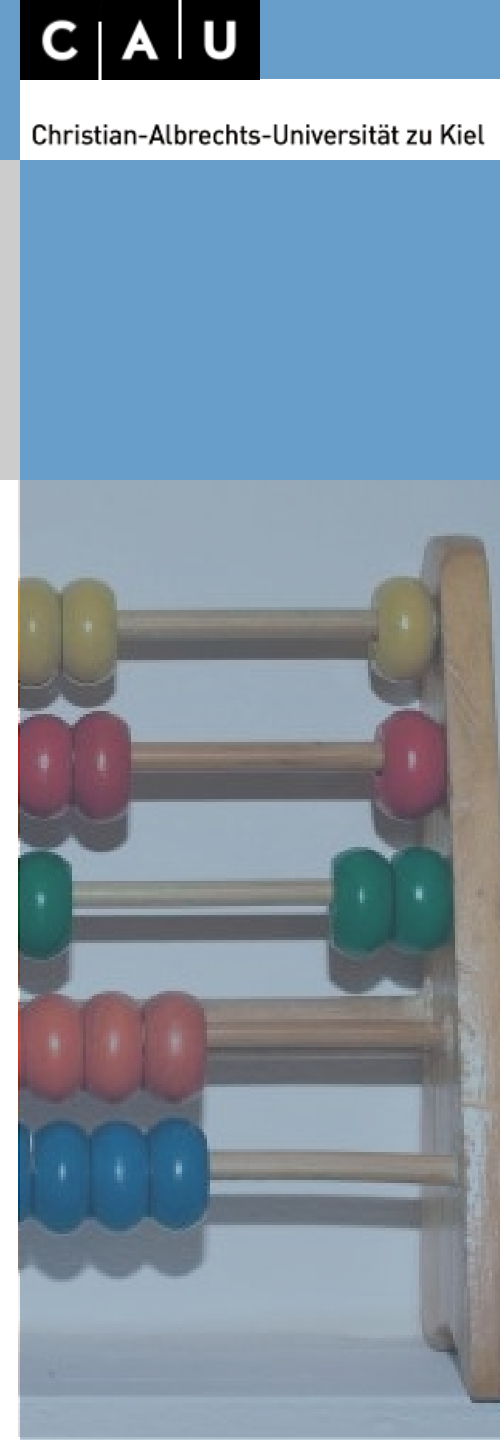
Aufgabe F-Test

(logarithmierte) Größe von zeremoniellen Erdwerken auf den Gesellschaftsinseln (Beispiel nach Shennan)

Gegeben sind die (logarithmierten) Größen von zeremoniellen Erdwerken in zwei verschiedenen Tälern auf den Gesellschaftsinseln.

Stellen Sie fest, ob die Varianzen in beiden Tälern als gleich anzusehen sind!

File: marae.csv



Aufgabe F-Test

(logarithmierte) Größe von zeremoniellen Erdwerken auf den Gesellschaftsinseln (Beispiel nach Shennan)

Gegeben sind die (logarithmierten) Größen von zeremoniellen Erdwerken in zwei verschiedenen Tälern auf den Gesellschaftsinseln.

Stellen Sie fest, ob die Varianzen in beiden Tälern als gleich anzusehen sind!

File: marae.csv

```
> marae<-read.csv2("marae.csv")  
> var.test(groesse~tal,data=marae)
```

F test to compare two variances

data: groesse by tal

F = 1.4132, num df = 13, denom df = 9, p-value = 0.6124

alternative hypothesis: true ratio of variances is not equal to 1

95 percent confidence interval:

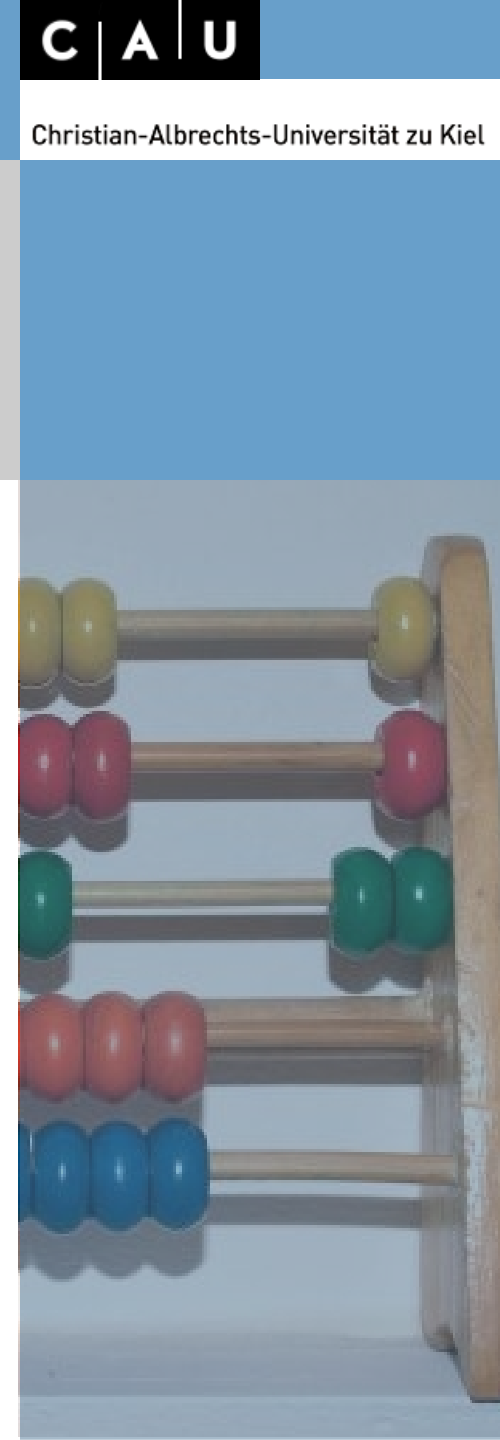
0.3689233 4.6805505

sample estimates:

ratio of variances

1.413196

Die Varianzen sind als gleich anzusehen!





T-Test

t-Test, gleiche Varianzen [1]

Test für den Vergleich der Mittelwerte zweier Stichproben

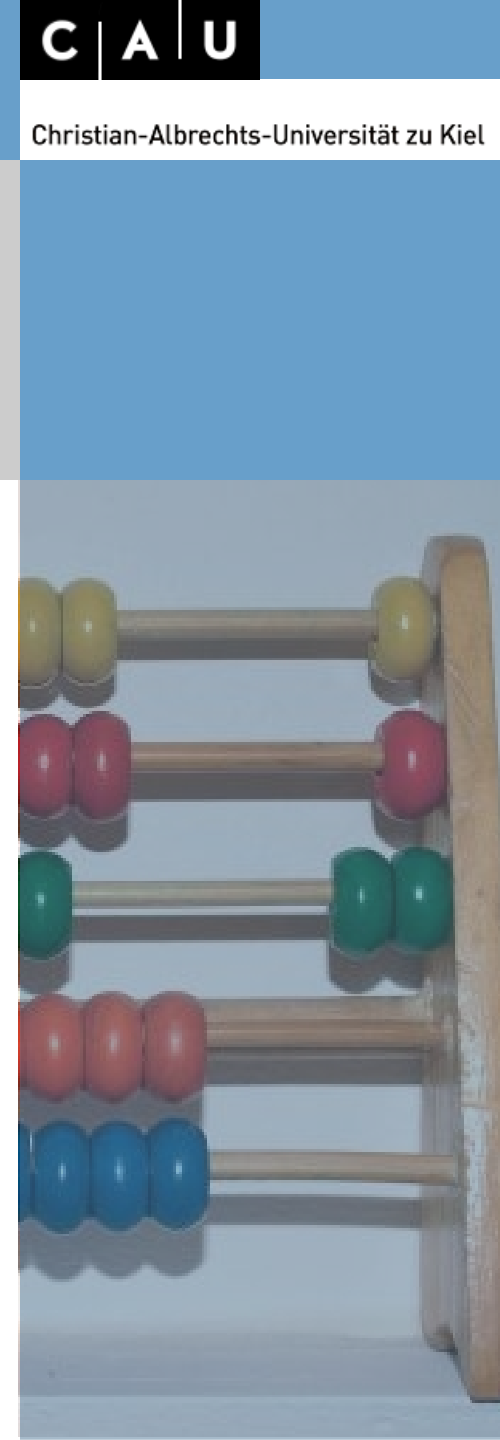
Wenn die Mittelwerte sich signifikant unterscheiden, stammen die Stichproben von unterschiedlichen Populationen

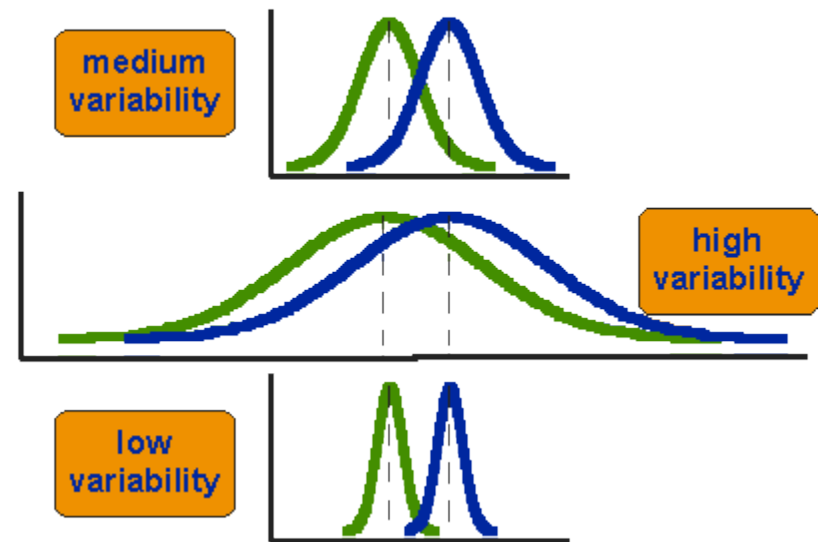
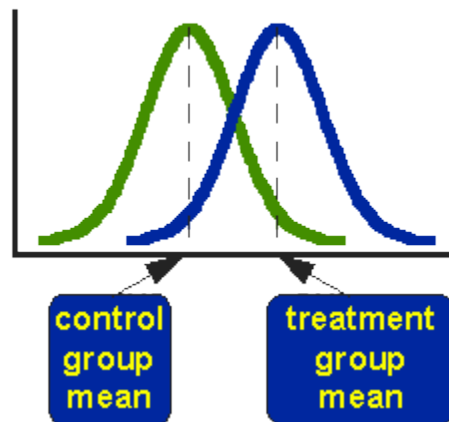
Voraussetzungen: zwei unabhängig normalverteilte Stichproben mit gleicher Varianz

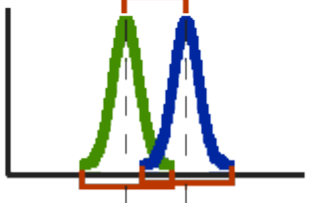
H_0 : Die Populationen beider Stichproben haben gleichen Mittelwert

H_1 : Die Populationen beider Stichproben haben verschiedenen Mittelwert

Idee: Wenn die Mittelwerte zweier Stichproben innerhalb des Standard-Fehlers der Schätzungen der Differenz der Mittelwerte der zugehörigen Populationen liegen, dann können beide Populationen gleich sein, sonst nicht.





$$\begin{aligned} \frac{\text{signal}}{\text{noise}} &= \frac{\text{difference between group means}}{\text{variability of groups}} \\ &= \frac{\bar{X}_T - \bar{X}_C}{\text{SE}(\bar{X}_T - \bar{X}_C)} \\ &= \text{t-value} \end{aligned}$$


t-Test, gleiche Varianzen [2]

Beispiel: Klingenlänge zweier Fundstellen, Berechnung von Hand

n Fundstelle 1 = 20; \bar{x} Fundstelle 1 = 20.015; $s_1^2 = 40.20871$

n Fundstelle 2 = 25; \bar{x} Fundstelle 2 = 20.492; $s_2^2 = 33.0641$

$$t = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{s_{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}}$$

$$s_{\bar{x}_1 - \bar{x}_2} = \sqrt{\frac{(n_1 - 1) * s_1^2 + (n_2 - 1) * s_2^2}{n_1 + n_2 - 2}} * \sqrt{\frac{n_1 + n_2}{n_1 * n_2}} = \sqrt{\frac{(20 - 1) * 40.20871 + (25 - 1) * 33.0641}{20 + 25 - 2}} * \sqrt{\frac{20 + 25}{20 * 25}}$$

$$s_{\bar{x}_1 - \bar{x}_2} = \sqrt{\frac{1557,50389}{43}} * \sqrt{\frac{45}{500}} = \sqrt{36,221020698} * \sqrt{0,09} = 1,805517062$$

$$t = \frac{20.015 - 20.492}{1,805517062} = -0,264190248$$

$$df = (n_1 - 1) + (n_2 - 1) = n_1 + n_2 - 2 = 20 + 25 - 2 = 43$$

Nachschlagen in Tabelle (z.B. Shennan): $df = 43$; Sign.level = 0.05;

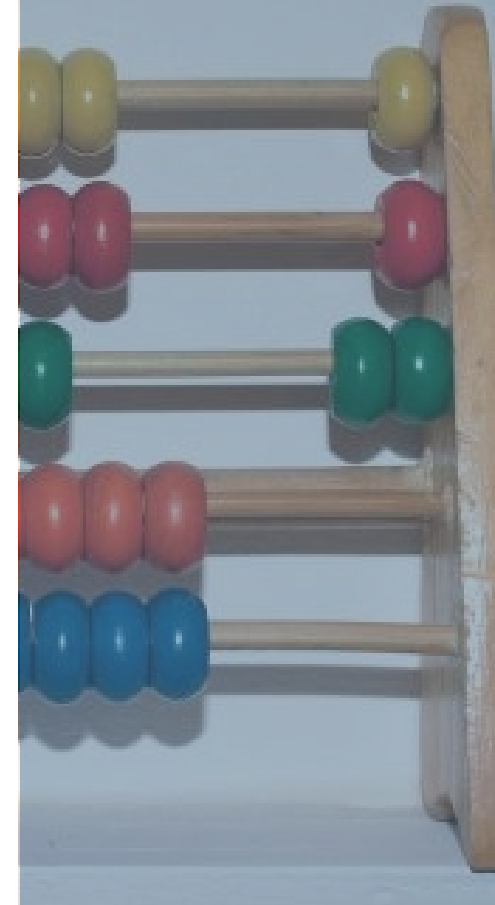
Mögliche Unterschiede: größer-kleiner, daher 2-seitige Fragestellung

Grenzwert = 2.021

$$-0,264190248 < 2.021$$

nicht signifikant, Null-Hypothese kann nicht abgelehnt werden

Es besteht kein signifikanter Unterschied zwischen den beiden Stichproben bezüglich der Mittelwerte, sie könnten aus der gleichen Population stammen!



t-Test, gleiche Varianzen [3]

Test für den Vergleich der Mittelwerte zweier Stichproben

Wenn die Mittelwerte sich signifikant unterscheiden, stammen die Stichproben von unterschiedlichen Populationen

Voraussetzungen: zwei unabhängig normalverteilte Stichproben mit gleicher Varianz

H_0 : Die Populationen beider Stichproben haben gleichen Mittelwert

H_1 : Die Populationen beider Stichproben haben verschiedenen Mittelwert

```
> t.test(laenge~fundort,data=klingenlaenge,var.equal=T)
```

Two Sample t-test

```
data: laenge by fundort
```

```
t = -0.2642, df = 43, p-value = 0.7929
```

```
alternative hypothesis: true difference in means is not equal to 0
```

```
95 percent confidence interval:
```

```
-4.118172  3.164172
```

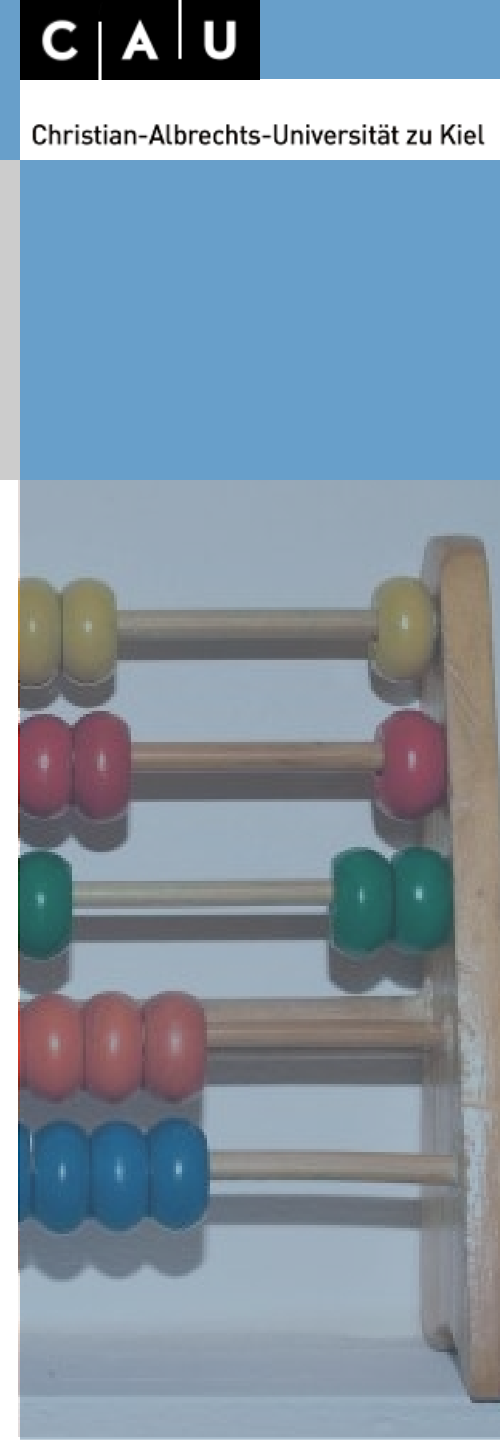
```
sample estimates:
```

```
mean in group site1 mean in group site2
```

```
20.015
```

```
20.492
```

Kein Signifikantes Ergebnis, die beiden Stichproben unterscheiden sich nicht signifikant hinsichtlich ihrer Mittelwerte.

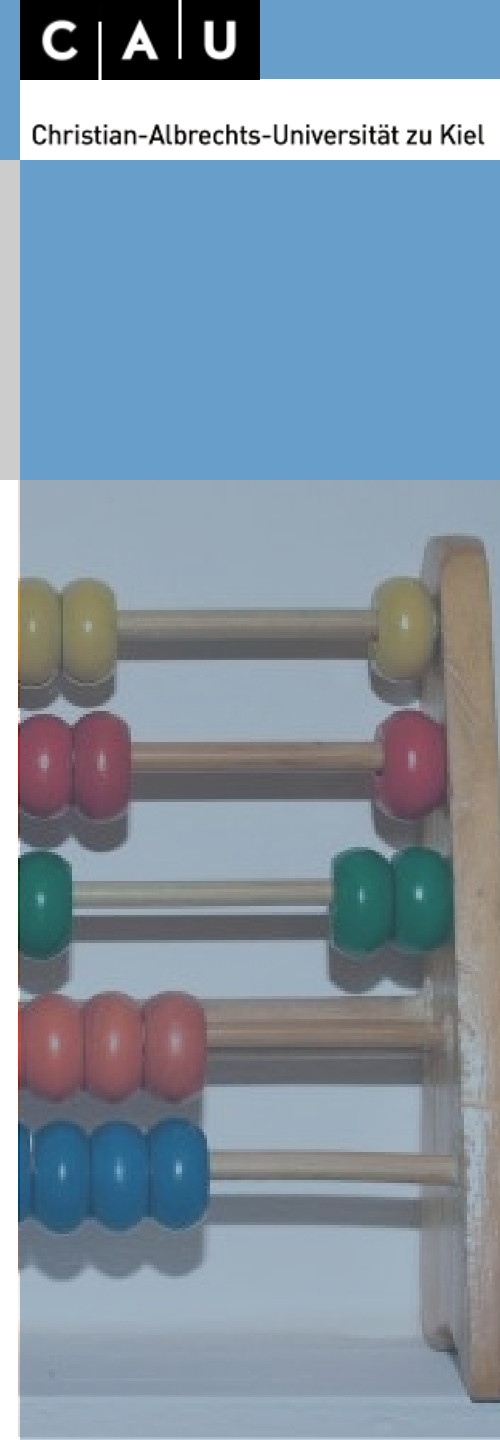


Aufgabe t-Test

(logarithmierte) Größe von zeremoniellen Erdwerken auf den Gesellschaftsinseln (Beispiel nach Shennan)

Gegeben sind wiederum die (logarithmierten) Größen von zeremoniellen Erdwerken in zwei verschiedenen Tälern auf den Gesellschaftsinseln. Stellen Sie fest, ob sich die Mittelwerte signifikant unterscheiden!

File: marae.csv



Aufgabe t-Test

(logarithmierte) Größe von zeremoniellen Erdwerken auf den Gesellschaftsinseln (Beispiel nach Shennan)

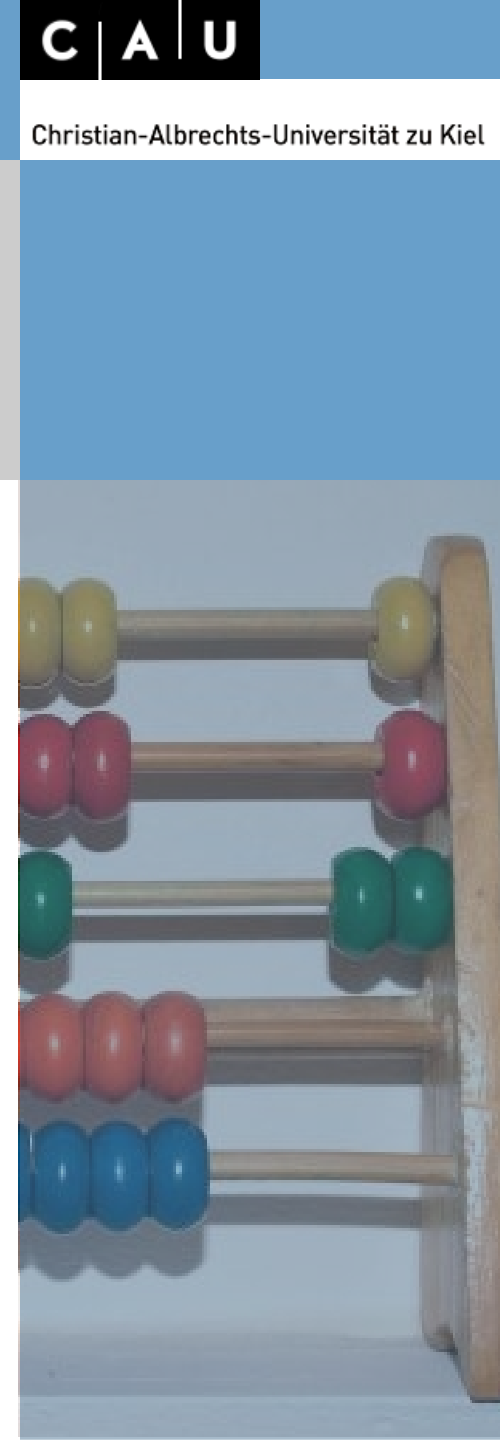
Gegeben sind wiederum die (logarithmierten) Größen von zeremoniellen Erdwerken in zwei verschiedenen Tälern auf den Gesellschaftsinseln. Stellen Sie fest, ob sich die Mittelwerte signifikant unterscheiden!

File: marae.csv

```
> marae<-read.csv2("marae.csv")  
> t.test(groesse~tal,data=marae)
```

Welch Two Sample t-test

```
data:  groesse by tal  
t = -1.026, df = 21.309, p-value = 0.3164  
alternative hypothesis: true difference in means is not equal to 0  
95 percent confidence interval:  
 -0.4193637  0.1421065  
sample estimates:  
mean in group tal1 mean in group tal2  
      2.134071      2.272700
```



Welch-Test (t-Test für ungleiche Varianzen mit Welch-Korrektur)

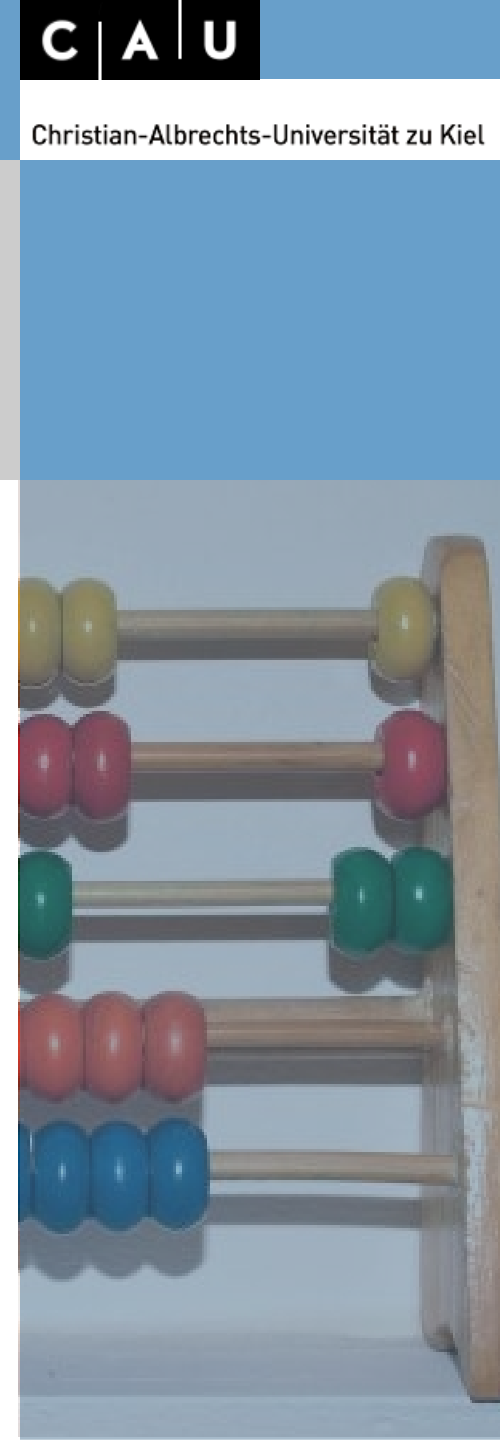
Wenn die Gleichheitsvoraussetzung nicht erfüllt ist

Annäherung der Ergebnisse durch Korrektur der Freiheitsgrade

```
> klingenlaenge3<-read.csv2("klingenlaenge3.csv",row.names=1)
>
var.test(klingenlaenge3$x,klingenlaenge$laenge[klingenlaenge$fundort
=="site1"])
...
F = 0.3535, num df = 19, denom df = 19, p-value = 0.02854
>
t.test(klingenlaenge3,klingenlaenge$laenge[klingenlaenge$fundort=="s
ite1"],var.equal=F)
```

Welch Two Sample t-test

```
data: klingenlaenge3 and klingenlaenge$laenge[klingenlaenge$fundort
=="site1"]
t = 1.8368, df = 30.941, p-value = 0.07586
alternative hypothesis: true difference in means is not equal to 0
95 percent confidence interval:
 -0.3346190  6.3946190
sample estimates:
mean of x mean of y
 23.045    20.015
```



Wiederholung: Unabhängige – Abhängige Stichprobe

Abhängige Stichproben:

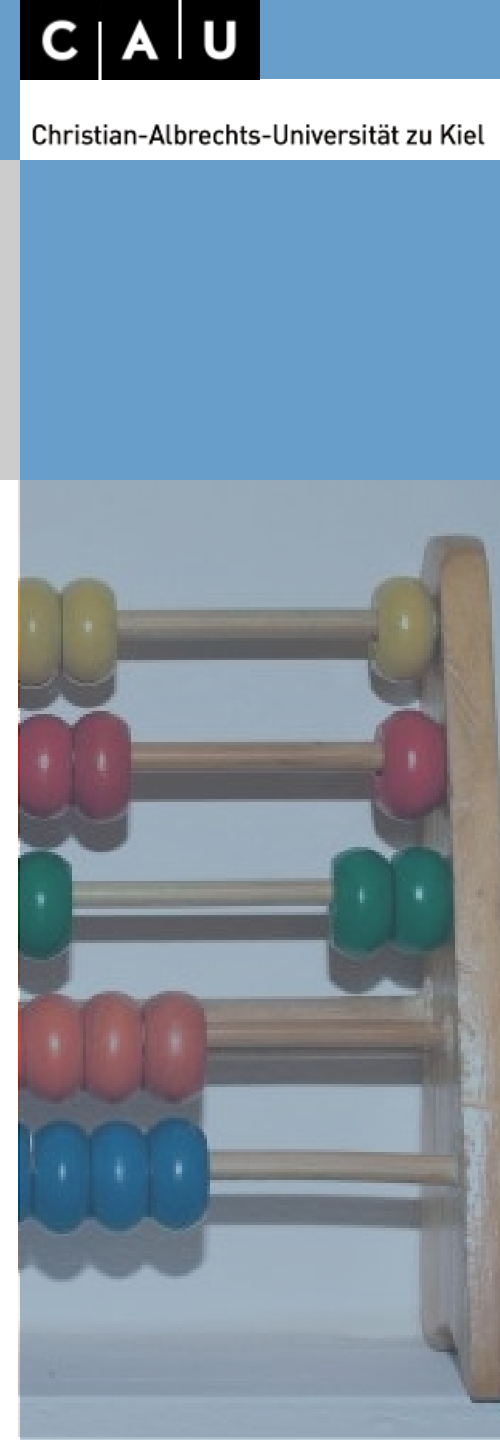
Das Ergebnis der einen Stichprobe ist teilweise von der anderen abhängig (Untersuchung von Patienten vor/nach Einnahme eines Medikamentes)

```
t.test(variable1,variable2,var.equal=F,paired=T)  
oder  
t.test(variable1,variable2,var.equal=T,paired=T)
```

Unabhängige Stichproben:

Das Ergebnis der einen Stichprobe ist nicht von der anderen abhängig (Untersuchung von zwei Gräberfeldern)

```
t.test(variable1,variable2,var.equal=F)  
oder  
t.test(variable1,variable2,var.equal=T)
```



Aufnahme und statistische Auswertung archäologischer Daten

Multiples Testen [1]

Das folgende trifft auf alle statistischen Tests zu! Was, wenn man mehr als zwei Gruppen vergleichen will?

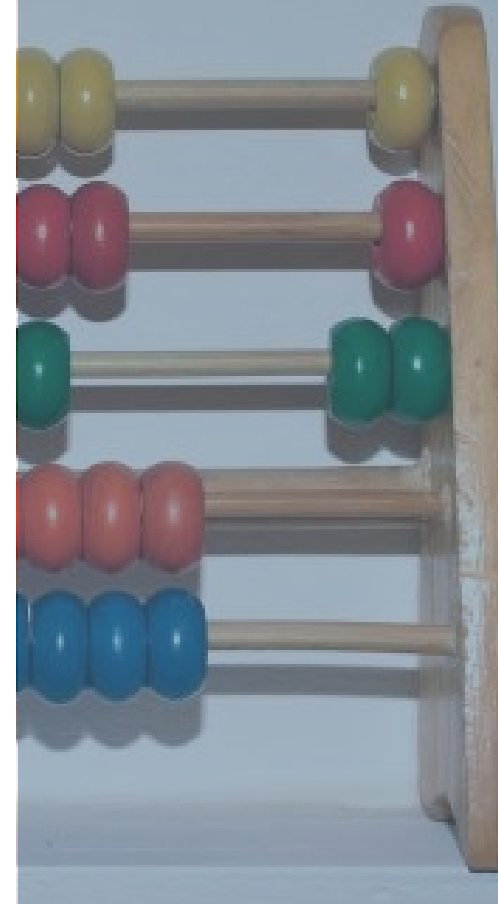
Gegeben sind hypothetische Größen von TRB-Siedlungen in Schleswig-Holstein nach Feuchtigkeit des Gebietes und Region.

```
> settlements<-read.csv2("settlements.csv",row.names=1)
> settlements
```

	size	regions	wetness
1	20.1956525	Stormarn	humid
2	37.5501213	Neumünster	humid
3	0.5980919	Neumünster	arid
...			

Frage: Unterscheiden sich die Siedlungsgrößen signifikant je nachdem, wie feucht der Untergrund ist?

Wie ist vorzugehen?



Aufnahme und statistische Auswertung archäologischer Daten

Multiples Testen [2]

Wohl intuitive, aber falsche Lösung!

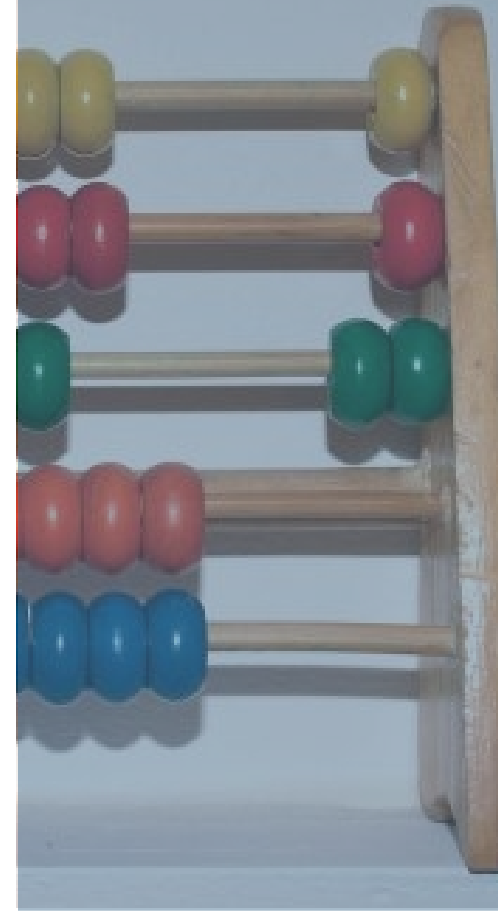
Man testet die verschiedenen Gruppen jeweils miteinander, ob es einen statistisch signifikanten Unterschied gibt.

Problem: Je öfter man testet, um so höher wird die Wahrscheinlichkeit, das ein signifikantes Ergebnis “per Zufall“ entsteht.

Beispiel: Wir testen 3 Gruppen gegeneinander, brauche dazu 3 Tests:
Rest ↔ Arid, Rest ↔ Medium, Rest ↔ Humid

Die Wahrscheinlichkeit, dass die Alternativhypothese trotz signifikantem Ergebnis falsch ist, liegt bei jedem Test bei 0.05 %. Das ergibt bei 3 Tests eine Fehlerwahrscheinlichkeit von $3 \cdot 0,05 = 0,15\%$.

Bei 100 Tests wären 5 Tests wahrscheinlich falsch signifikant!



Aufnahme und statistische Auswertung archäologischer Daten

Multiples Testen [3]

Lösungsmöglichkeit 1 (kann auch für alle anderen Tests verwandt werden): Korrektur der p-Werte, z.B. Bonferroni-Korrektur

Da die gesamte Prozedur als ein Test aufgefasst werden muss:
Teilen der Signifikanzschwelle für die Einzeltests durch Anzahl der Tests
ergibt globales Signifikanzniveau für jeden Test.

Beispiel: Vergleichen wir 3 Gruppen miteinander, werden 3 Tests durchgeführt. Signifikant werden nur die p-Werte gewertet, die kleiner als $0.05/3=0,016666667$ oder niedriger ausfallen.

t-Test

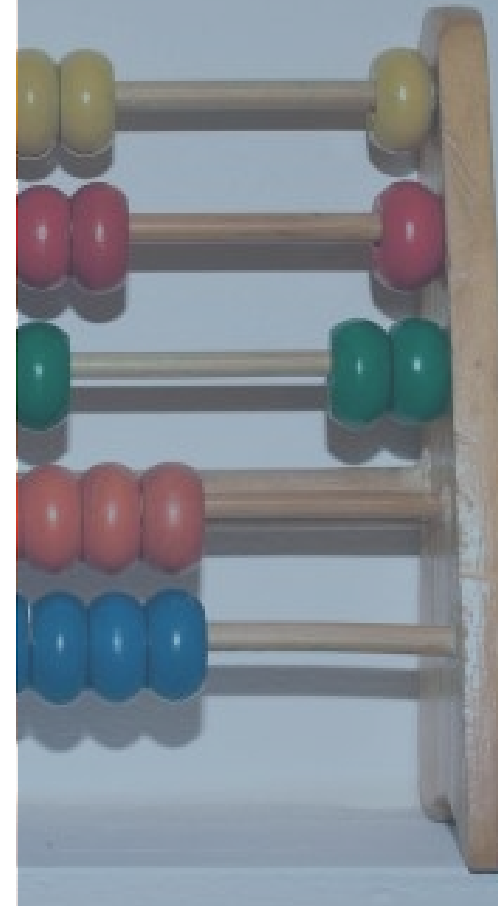
Medium ↔ Humid : p-Wert = 0.287

Humid ↔ Arid: p-Wert = 1.939e-07

Arid ↔ Medium: p-Wert = 3.436e-05

```
> p.adjust(c(0.287,1.939e-07,3.436e-05),method="bonferroni")  
[1] 8.6100e-01 5.8170e-07 1.0308e-04
```

Das erste Ergebnis ist bei drei Tests nicht signifikant.





nach



ANOVA

ANOVA [1]

Lösungsmöglichkeit 2 für den t-Test

Vergleich von mehreren Gruppen miteinander

Abhängige Variable: die zu testende Größe (hier size)

Unabhängige Variable: die zu testende Gruppierungsvariable (hier wetness)

Graphische Darstellung:

```
> boxplot(size~wetness, data=settlements)
```

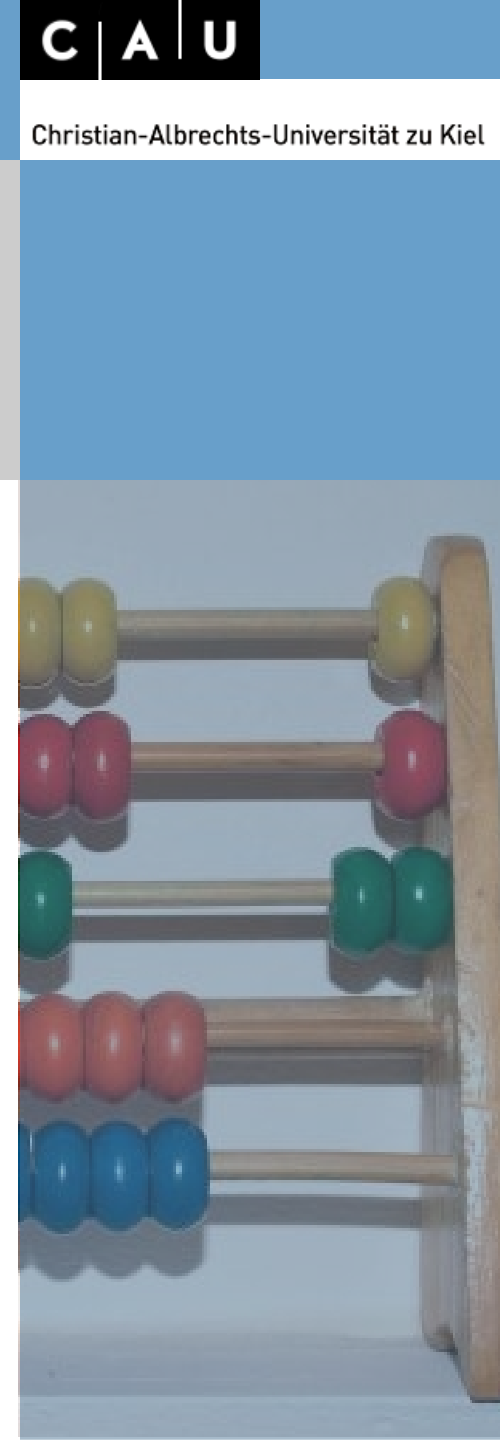
ANOVA

```
> summary(aov(size~wetness, data=settlements))
```

	Df	Sum Sq	Mean Sq	F value	Pr(>F)
wetness	2	3564	1782.1	23.12	1.7e-07 ***
Residuals	42	3238	77.1		

```
---  
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

Es gibt signifikante Unterschiede, nur wo?



ANOVA [2]

Detaillierte Darstellung der Unterschiede

Zur umfassenden Ausgabe wird der Datensatz als lineares Modell aufgefasst:

```
> summary.lm(aov(size~wetness, data=settlements))
```

...

Coefficients:

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t)	
(Intercept)	9.388	2.267	4.141	0.000163	***
wetnesshumid	20.387	3.206	6.359	1.21e-07	***
wetnessmedium	16.880	3.206	5.265	4.48e-06	***

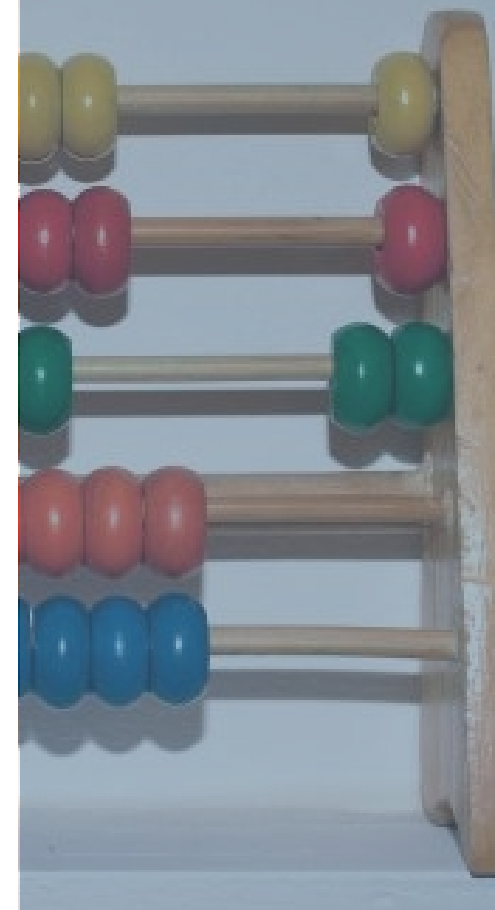
Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 8.78 on 42 degrees of freedom

Multiple R-squared: 0.524, Adjusted R-squared: 0.5013

F-statistic: 23.12 on 2 and 42 DF, p-value: 1.697e-07

Die erste Gruppe (arid) wird als Kontrollgruppe aufgefasst, die anderen Gruppen werden hiermit verglichen. Uns interessiert, wie feuchte und trockene Böden sich von mittelfeuchten Böden unterscheiden, daher muß die Kontrollgruppe auf medium umgestellt werden.



ANOVA [3]

Definieren der Kontrollgruppe

Umstellen der Kontrollgruppe (Referenz) auf mittelfeuchte Böden:

```
> wetness.new<-relevel(settlements$wetness, ref ="medium")  
> summary.lm(aov(settlements$size~wetness.new))
```

...

Coefficients:

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t)	
(Intercept)	26.268	2.267	11.587	1.15e-14	***
wetness.newarid	-16.880	3.206	-5.265	4.48e-06	***
wetness.newhumid	3.506	3.206	1.094	0.28	

Ein signifikanter Unterschied besteht zwischen Kontrollgruppe (medium) und ariden Böden. Das ganze auf einen Blick mit multiplen t-Tests:

```
> pairwise.t.test(settlements$size, settlements$wetness,  
p.adjust="bonferroni")
```

Pairwise comparisons using t tests with pooled SD

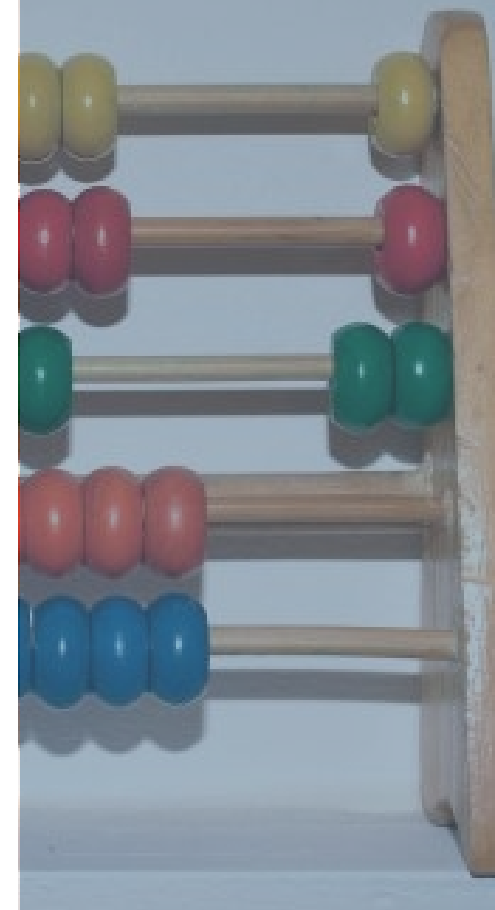
data: settlements\$size and settlements\$wetness

arid humid

humid 3.6e-07 -

medium 1.3e-05 0.84

P value adjustment method: bonferroni



ANOVA [4]

Zweifaktorielle ANOVA

Wenn der Einfluß zweier Gruppierungen auf die Größe untersucht werden soll. Hier: Siedlungsgröße und Region

Darstellung der Größe je Region:

```
> boxplot(size~regions, data=settlements)
```

Darstellung der Beziehungen von Region, Feuchtigkeit und Größe:

```
> interaction.plot(settlements$wetness, settlements$regions,  
settlements$size)
```

ANOVA:

```
> summary(aov(size~wetness*regions, data=settlements))
```

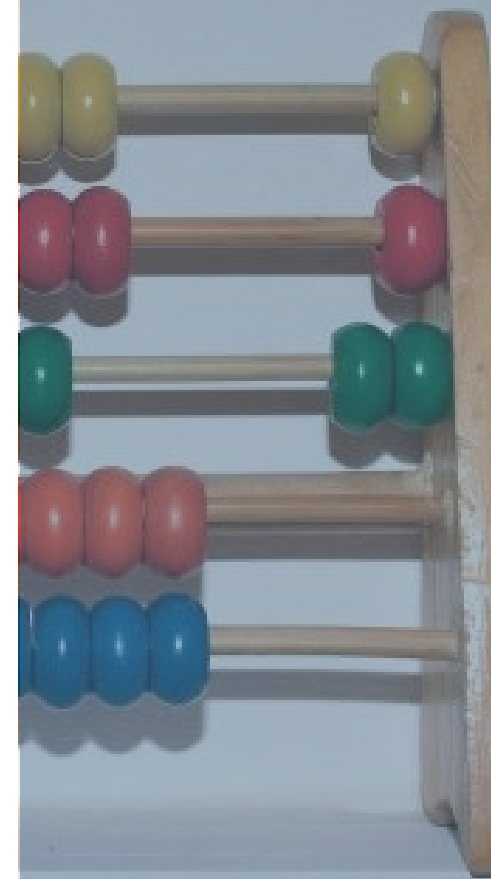
	Df	Sum Sq	Mean Sq	F value	Pr(>F)	
wetness	2	3564	1782.1	29.332	3.08e-06	***
regions	13	1372	105.6	1.738	0.142	
wetness:regions	12	832	69.4	1.142	0.391	
Residuals	17	1033	60.8			

```
---  
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

Schreibweise in der Formel:

*: Die Beziehung der Variablen untereinander wird berücksichtigt

+: Die Beziehung der Variablen untereinander wird nicht berücksichtigt



ANOVA [5]

Zweifaktorielle ANOVA

Ergebnis: nur Feuchtigkeit hat signifikanten Einfluß auf Siedlungsgröße, nicht Region und auch nicht kombinierte Effekte von Region und Feuchtigkeit sind signifikant

Detaillierte Ausgabe:

```
> summary.lm(aov(size~wetness*regions, data=settlements))
```

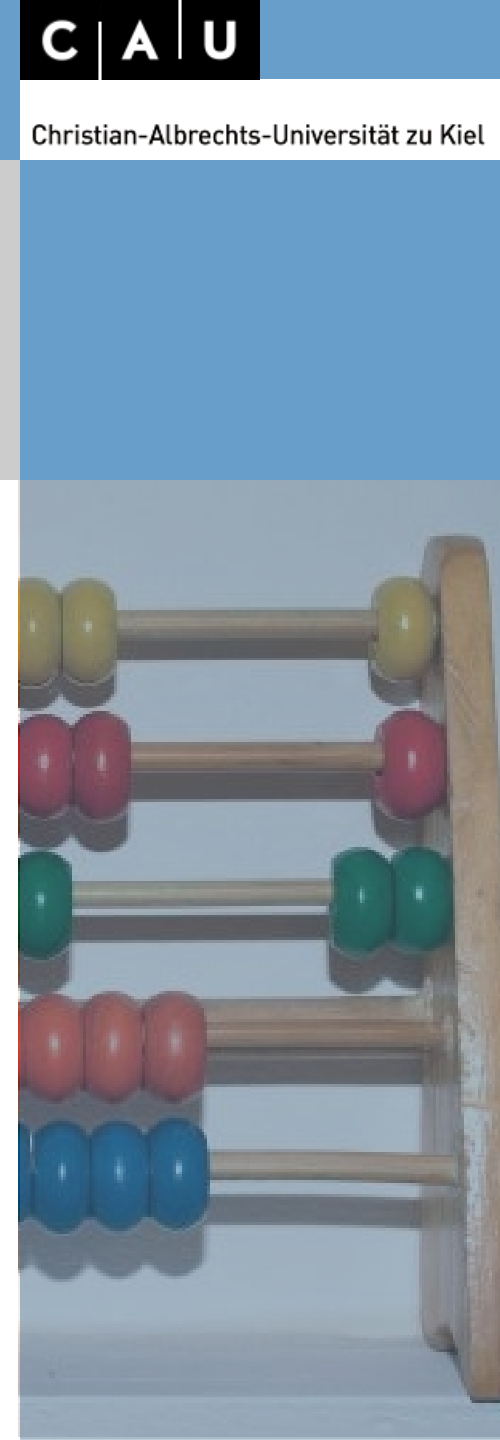
Ändern der Kontrollgruppe für die Regionen:

```
> regions.new<-relevel(settlements$region, ref ="Herzogtum  
Lauenburg")
```

Detaillierte Ausgabe:

```
> summary.lm(aov(size~wetness.new*regions.new, data=settlements))
```

Ergebnis: Von unserer Kontrollgruppe (mittelfeuchte Böden im Herzogtum Lauenburg) weichen keine anderen Gruppen signifikant ab. Nur die Feuchtigkeit hat einen signifikanten Einfluß auf die Siedlungsgröße, dabei sind nur Siedlungen auf feuchten Böden signifikant unterschiedlich von unserer Kontrollgruppe (mittelfeuchte Böden).



ANOVA [6]

Varianten der ANOVA

Einfaktorielle Varianzanalyse

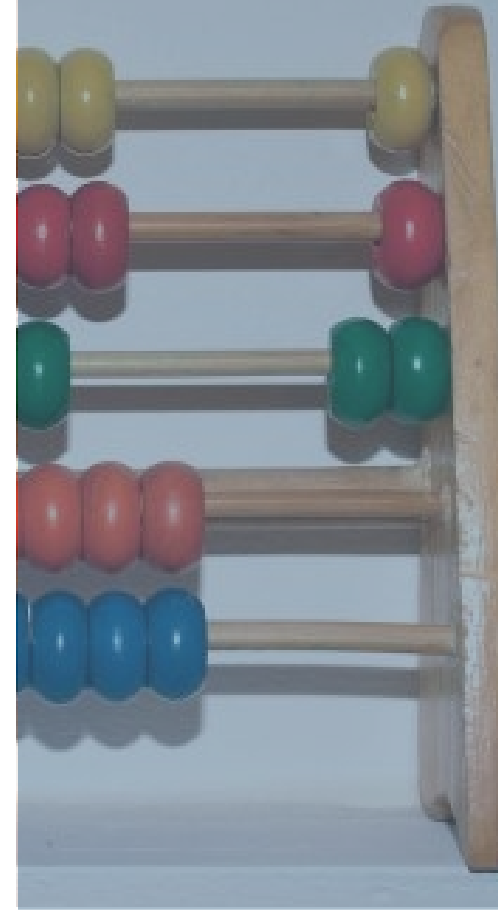
Ein unabhängiger Faktor (Gruppierungsvariable), eine abhängige Variable

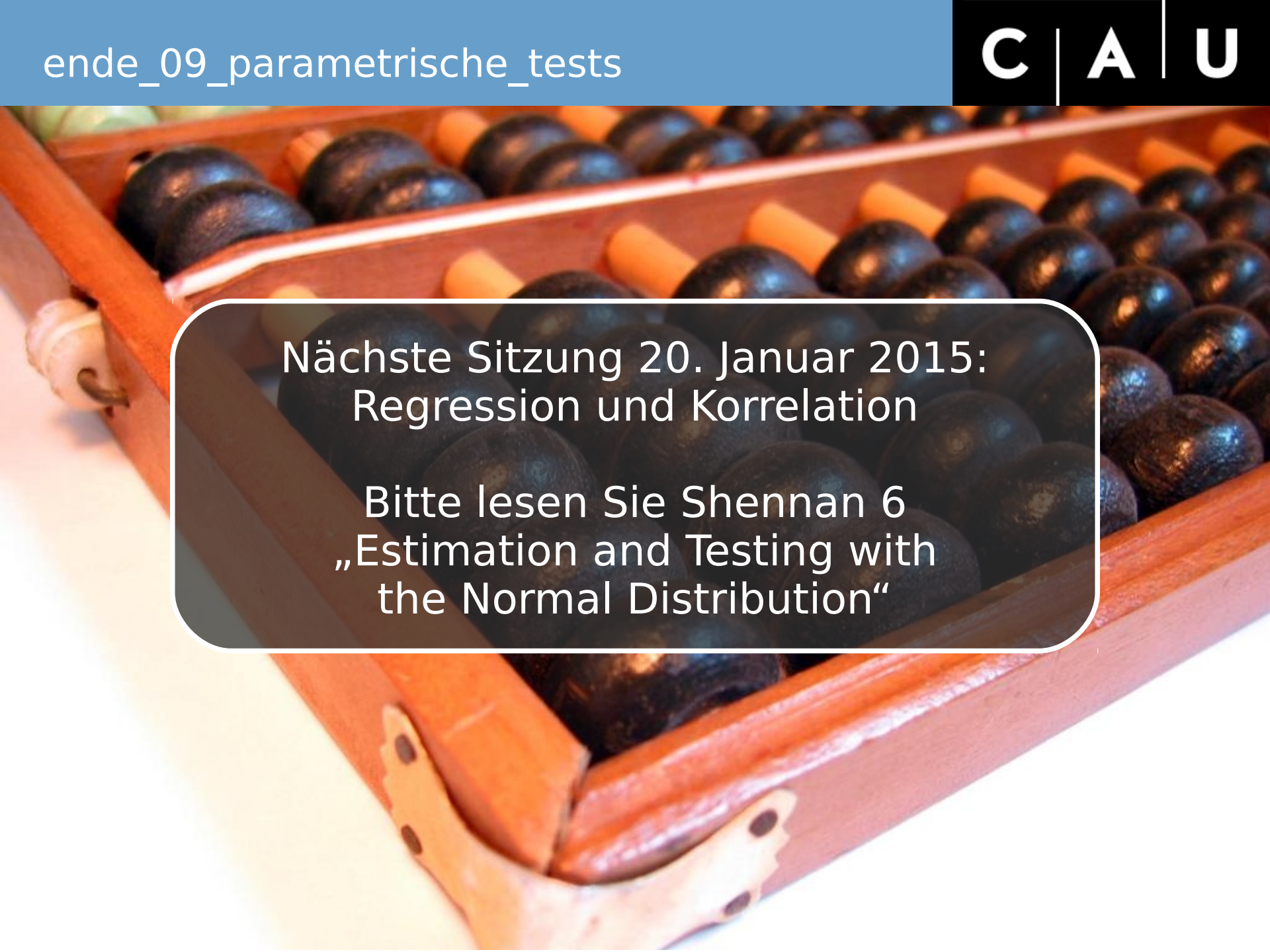
Zwei- / mehrfaktorielle Varianzanalyse

Zwei / mehrere unabhängige Faktoren (Gruppierungsvariable), eine abhängige Variable

multivariate Varianzanalyse (MANOVA)

Ein/Zwei/Viele unabhängige Faktoren (Gruppierungsvariable), mehrere abhängige Variable





Nächste Sitzung 20. Januar 2015:
Regression und Korrelation

Bitte lesen Sie Shennan 6
„Estimation and Testing with
the Normal Distribution“