

Univerza v Ljubljani
Fakulteta za matematiko in fiziko

Finančni praktikum
Projektna naloga 23:
Dominacija na grafih diametra 2

Avtorja: Jošt Plevel, Martin Iglič
Mentorja: doc. dr. Janoš Vidali, prof. dr. Riste Škrekovski

Ljubljana, 2023

1 Opis problema

Definicija 1 Naj bo graf $G = (V, E)$ podan z množico vozlišč V in množico povezav E . Graf je *diametra 2* natanko tedaj, ko sta vsaka dva vozlišča ali $u, v \in E$ soseda, ali pa obstaja vozlišče w , ki je sosednje in u in v .

Enakovredna zahteva je, da mora za vsak par vozlišč v grafu obstajati pot med tema dvema vozliščema dolžine največ 2.

Definicija 2 Naj bo graf $G = (V, E)$ podan z množico vozlišč V in množico povezav E . Podmnožica vozlišč $D \subset V$ grafa G imenujemo *dominacijska množica*, če je vsako vozlišče v iz V ali v D ali pa je pa sosednje vozlišče vozlišča v v D . *Dominacijsko število* je moč najmanjše takšne množice D .

Najina naloga je poiskati graf na n ogliščih, ki je diametra dva in ima izmed vseh grafov s temi lastnostmi največjo dominacijsko število med grafi velikoti n . Torej poiskati maksimum med dominacijskimi števili, ki pa so minimumi drugega problema.

2 Načrt dela

Nalogo sva si zato razdelila tako, da bo eden iskal dominacijsko število na grafih manjših od deset, drugi na večjih. Število deset je bilo arbitrarno določeno ob generiranju vseh možnih grafov velikosti do n . Pri deset se je najin program sesul, zato je za naju meja med velikimi in majhnimi grafi.

2.1 Majhni grafi

Do sedaj sva uspela najti algoritem, ki generira množico grafov velikosti n in dalje poišče podmnožico, ki ima le take z diametrom 2. Ker se program pri $n = 10$ sesuje, bova algoritem prilagodila tako, da bi kar sproti iskala dominacijsko število, ter za posamezno velikost grafa, glede na vozlišča, iskala le množico, ki vsebuje le graf z največjim dominacijskim številom.

Izziv predstavlja podalgoritem, ki bi poiskal dominacijsko množico in število posameznega grafa. Preizkusila bova napisati linearni program za iskanje tega. Poleg tega je v igri morda tudi prevedba na kakšen podoben problem. Na koncu bova analizirala velikost največjega dominacijskega števila glede na velikost grafa in časovno zahtevnost.

2.2 Veliki grafi

V drugem delu seminarske naloge bova generirala naključne grafe velikosti n za $n \geq 10$. Zaradi časovne zahtevnosti operacij na tako velikih grafih ne bova preverila dominacijskih števil *vseh* ustreznih grafov, temveč zgolj nekaterih. Najprej bova ustvarila naključen povezan graf (vendar ne poln, to bi namreč pomenilo, da ima premer 1). Če ima graf premer 2, je že ustrezen. V nasprotnem primeru bo program poiskal najdaljšo pot v grafu in ustvaril povezavo med naključnima nepovezanima

vozliščema na tej poti. Temu sledi ponovno preverjanje, ali ima graf premer 2 in po potrebi ponovitev opisanega.

Ko graf ima premer 2, preverimo njegovo dominacijsko število. Nato postopek ponavljamo za čim več grafov in upamo na čim večje dominacijsko število.

Pri tem je zaenkrat težko natančno predvideti, za kakšne n in koliko grafov bova pri posameznem številu vozlišč res preverila; vsekakor je sploh pri slednjem cilj čim več, da je dobljeni maksimum dejansko pomenljiv.