

ITO - Teorie obvodů

# Semestrální projekt

Řešení zadaných obvodů

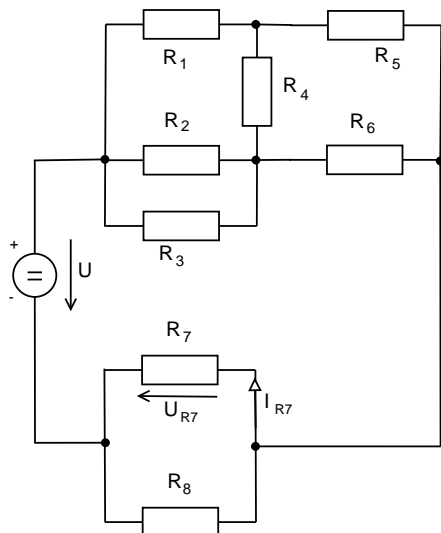
20. prosince 2012

Autor: Roman Blanco, [xblanc01@stud.fit.vutbr.cz](mailto:xblanc01@stud.fit.vutbr.cz)  
Fakulta Informačních Technologii  
Vysoké Učení Technické v Brně

## Příklad č. 1 [A]

### Zadání

Stanovte napětí  $U_{R_7}$  a proud  $I_{R_7}$ . Použijte metodu postupného zjednodušování obvodu.



$$\begin{aligned}U &= 80V \\R_1 &= 350\Omega \\R_2 &= 650\Omega \\R_3 &= 410\Omega \\R_4 &= 130\Omega \\R_5 &= 360\Omega \\R_6 &= 750\Omega \\R_7 &= 310\Omega \\R_8 &= 190\Omega\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}U_{R_7} &=?V \\I_{R_7} &=?A\end{aligned}$$

### Výpočet

Vypočítání paralelních obvodů:

$$R_{78} = \frac{R_7 \times R_8}{R_7 + R_8} = \frac{310 \times 190}{310 + 190} = \frac{58900}{500} = 117,8\Omega$$

$$R_{23} = \frac{R_2 \times R_3}{R_2 + R_3} = \frac{650 \times 410}{650 + 410} = \frac{266500}{1060} = 251,4150943\Omega$$

Konverze trojúhelníku na hvězdu:

$$R_A = \frac{R_1 \times R_{23}}{R_1 + R_{23} + R_4} = \frac{87995,28301}{731,4150943} = 120,3082678\Omega$$

$$R_B = \frac{R_1 \times R_4}{R_1 + R_{23} + R_4} = \frac{45500}{731,4150943} = 62,20817748\Omega$$

$$R_C = \frac{R_4 \times R_{23}}{R_1 + R_{23} + R_4} = \frac{32683,96226}{731,4150943} = 44,68592802\Omega$$

Vypočítání sériového zapojení obvodu ve stejných větvích:

$$R_{B5} = R_B + R_5 = 404,68592802\Omega$$

$$R_{C6} = R_C + R_6 = 794,68592802\Omega$$

Vypočítání paralelního odporu  $R_{B5C6}$  a následně celkového odporu  $R_{EKV}$ :

$$R_{B5C6} = \frac{R_{B5} \times R_{C6}}{R_{B5} + R_{C6}} = 268,138868397\Omega$$

$$R_H = R_{B5C6} + R_A = 388,447136197\Omega$$

$$R_{EKV} = R_H + R_{78} = 506,247136197\Omega$$

Vypočítání celkového  $I$  a  $U_{R78}$  ( $= U_{R7}$ ):

$$I = \frac{U}{R_{EKV}} = 0,158025585A$$

$$U_{R78} = I_{R78} \times R_{78} = 18,615413947V$$

$$I = I_H = I_{R78}$$

$$U_{R78} = U_{R8} = U_{R7}$$

Vypočítání  $I_{R7}$ :

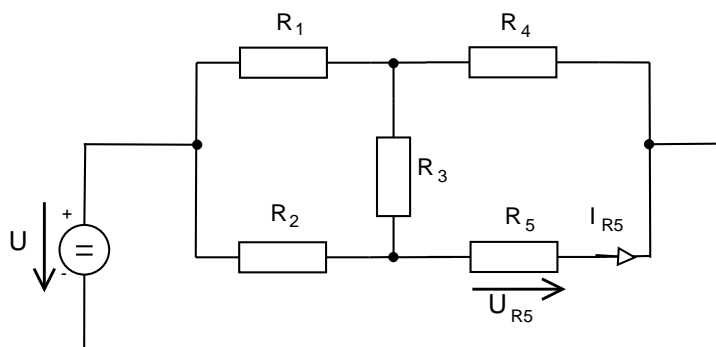
$$I_{R7} = \frac{U_{R7}}{R_7} = 0,060049722A$$

$$U_{R7} = 18,615413947V$$

## Příklad č. 2 [E]

### Zadání

Stanovte napětí  $U_{R_5}$  a proud  $I_{R_5}$ . Použijte metodu Theveninovy věty.



$$\begin{aligned}U &= 250V \\R_1 &= 335\Omega \\R_2 &= 625\Omega \\R_3 &= 245\Omega \\R_4 &= 250\Omega \\R_5 &= 180\Omega\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}U_{R_5} &=?V \\I_{R_5} &=?A\end{aligned}$$

### Výpočet

Konverze trojúhelníku na hvězdu:

$$R_A = \frac{R_1 \times R_2}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{209375}{1205} = 173,755186722\Omega$$

$$R_B = \frac{R_1 \times R_3}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{82075}{1205} = 68,112033195\Omega$$

$$R_C = \frac{R_2 \times R_3}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{153125}{1205} = 127,074688797\Omega$$

Vypočítání sériového zapojení:

$$R_{B4} = R_B + R_4 = 318,112033195\Omega$$

Vypočítání  $U_0$  a  $R_i$ :

$$U_0 = U \times \frac{R_{B4}}{R_A + R_{B4}} = 161,6859288V$$

$$R_i = \frac{R_{B4} \times R_A}{R_{B4} + R_A} + R_C = 239,449763793\Omega$$

Vypočítání požadovaných hodnot:

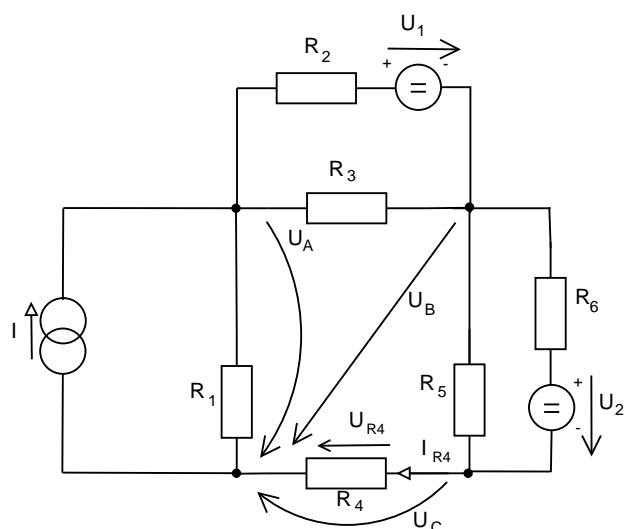
$$I_{R5} = \frac{U_0}{R_i + R_5} = 0,385471498A$$

$$U_{R5} = R_5 \times I_{R5} = 69,384869647V$$

## Příklad č. 3 [B]

### Zadání

Stanovte napětí  $U_{R4}$  a proud  $I_{R4}$ . Použijte metodu uzlových napětí ( $U_A$ ,  $U_B$ ,  $U_C$ ).



$$U_1 = 150V$$

$$U_2 = 70V$$

$$I = 0,8A$$

$$R_1 = 490\Omega$$

$$R_2 = 450\Omega$$

$$R_3 = 610\Omega$$

$$R_4 = 340\Omega$$

$$R_5 = 340\Omega$$

$$R_6 = 270\Omega$$

$$U_{R4} = ?V$$

$$I_{R4} = ?A$$

### Výpočet

Stanovení rovnic jednotlivých uzlů:

$$A: I - I_{R1} + I_{R2} - I_{R3} = 0$$

$$B: I_{R3} - I_{R2} + I_{R6} - I_{R5} = 0$$

$$C: I_{R5} - I_{R6} - I_{R4} = 0$$

Vyjádření jednotlivých proudů:

$$I_{R1} : I_{R1} \times R_1 - U_A = 0$$

$$I_{R2} : I_{R2} \times R_2 - U_1 - U_B + U_A = 0$$

$$I_{R3} : I_{R3} \times R_3 + U_B - U_A = 0$$

$$I_{R4} : I_{R4} \times R_4 - U_C = 0$$

$$I_{R5} : I_{R5} \times R_5 + U_C - U_B = 0$$

$$I_{R6} : I_{R6} \times R_6 - U_2 + U_B - U_C = 0$$

$$I_{R1} = \frac{U_A}{R_1} \quad I_{R2} = \frac{U_1 + U_B - U_A}{R_2} \quad I_{R3} = \frac{U_A - U_B}{R_3} \quad I_{R4} = \frac{U_C}{R_4} \quad I_{R5} = \frac{U_B - U_C}{R_5}$$

$$I_{R6} = \frac{U_2 - U_B + U_C}{R_6}$$

Dosazení vyjádřených proudů do rovnic pro jednotlivé uzly:

$$I - \frac{U_A}{R_1} + \frac{U_1 + U_B - U_A}{R_2} - \frac{U_A - U_B}{R_3} = 0$$

$$\Rightarrow 0,8 - \frac{U_A}{490} + \frac{150 + U_B - U_A}{450} - \frac{U_A - U_B}{610} = 0$$

$$\frac{U_A - U_B}{R_3} - \frac{U_1 + U_B - U_A}{R_2} + \frac{U_2 - U_B + U_C}{R_6} - \frac{U_B - U_C}{R_5} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{U_A - U_B}{610} - \frac{150 + U_B - U_A}{450} + \frac{70 - U_B + U_C}{270} - \frac{U_B - U_C}{340} = 0$$

$$\frac{U_B - U_C}{R_5} - \frac{U_2 - U_B + U_C}{R_6} - \frac{U_C}{R_4} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{U_B - U_C}{340} - \frac{70 - U_B + U_C}{270} - \frac{U_C}{340} = 0$$

$$U_A = 286,579V$$

$$U_B = 144,543V$$

$$U_C = 73,1494V$$

Vypočítání požadovaného napětí  $U_{R2}$  a proudu  $I_{R2}$ :

$$U_{R4} = U_C = 73,1494V$$

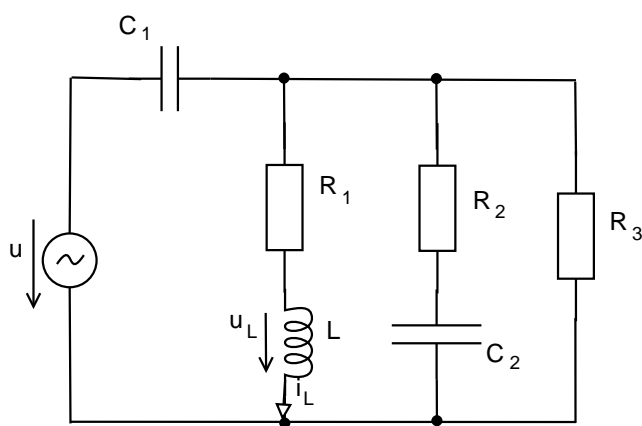
$$I_{R4} = \frac{U_{R4}}{R_4} = \frac{73,1494}{340} = 0,2151A$$

## Příklad č. 4 [A]

### Zadání

Pro napájecí napětí platí:  $u = U \times \sin(2\pi ft)$ . Ve vztahu pro napětí na cívce:  $u_L = U_L \times \sin(2\pi ft + \varphi_L)$  určete  $|U_L|$  a  $\varphi_L$ . Použijte metodu zjednodušování obvodu.

Pozn: Pomocný "směr šipky napájecího zdroje platí pro speciální časový okamžik ( $t = \frac{\pi}{2\omega}$ )."



$$\begin{aligned} U_1 &= 45V \\ R_1 &= 140\Omega \\ R_2 &= 210\Omega \\ R_3 &= 340\Omega \\ L_1 &= 470mH \\ C_1 &= 210\mu F \\ C_2 &= 150\mu F \\ f &= 70Hz \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} |U_L| &=?V \\ \varphi_L &=? \end{aligned}$$

### Výpočet

$$\omega = 2\pi f = 439,8229715 \text{ rad} \times s^{-1}$$

Vyjádření impedance jednotlivých kondenzátorů a cívky v obvodě

$$X_{C1} = \frac{-1}{\omega \times C_1} j = \frac{-1}{439,8229715 \times 210 \times 10^{-6}} j = -10,826866877 j \Omega$$

$$X_{C2} = \frac{-1}{\omega \times C_2} j = \frac{-1}{439,8229715 \times 150 \times 10^{-6}} j = -15,15761363 j \Omega$$

$$X_L = \omega \times L_1 j = 439,8229715 \times 470 \times 10^{-3} = 206,716796605 j \Omega$$

$$Z_1 = R_1 + X_L = 140 + 206,716796605 j \Omega$$

$$Z_2 = R_2 + X_{C2} = 210 - 15,1576 j \Omega$$

$$Z_3 = \frac{Z_1 \times Z_2}{Z_1 + Z_2} = \frac{140 + 206,7167 j \times 210 - 15,1576 j}{140 + 206,7167 j + 210 - 15,1576 j} = 121,2089 + 51,6279 j \Omega$$

$$Z_4 = \frac{Z_3 \times R_3}{Z_3 + R_3} = \frac{(121,2089 + 51,6279 j) \times 340}{121,2089 + 51,6279 j + 340} = 92,45624373 + 27,71014241 j \Omega$$



$$Z = Z_4 + X_{C1} = 92,45624373 + 27,71014241j - 10,82686688j = 92,45624373 + 16,88327553j\Omega$$

$$I = \frac{U}{Z} = \frac{45}{92,45624373 + 27,71014241j} = 0,4466001451 + 0,1338509236jA$$

$$U_L = I \times Z_4 = (0,4466001451 + 0,1338509236j) \times (92,45624373 + 27,71014241j) = \\ = 37,58194372 + 24,7507024jV$$

$$|U_L| = \sqrt{37,58194372^2 + 24,7507024^2} = 45V$$

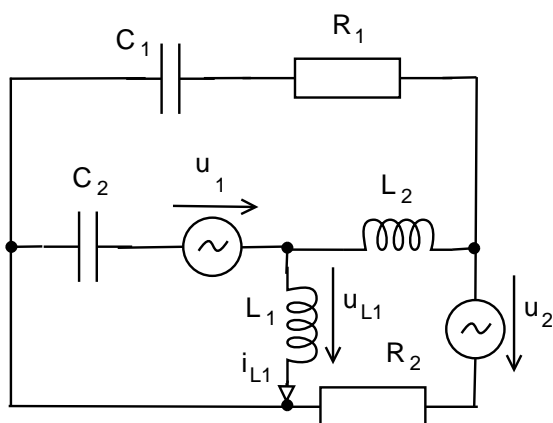
$$\varphi_{C1} = \arctan\left(\frac{Im(U_L)}{Re(U_L)}\right) = \frac{37,58194372}{24,7507024} = 0,582382966Rad$$

## Příklad č. 5 [E]

### Zadání

Pro napájecí napětí platí:  $u_1 = U_1 \times \sin(2\pi ft)$ ,  $u_2 = U_2 \times \sin(2\pi ft)$ . Ve vztahu pro napětí na cívce  $L_1$ :  $u_{L_1} = U_{L_1} \times \sin(2\pi ft + \varphi_{L_1})$  určete  $|U_{L_1}|$  a  $\varphi_{L_1}$ . Použijte metodu smyčkových proudů.

Pozn: Pomocný "směry šipek napájecích zdrojů platí pro časový okamžik ( $t = \frac{\pi}{2\omega}$ )."



$$\begin{aligned} U_1 &= 50V \\ U_2 &= 30V \\ R_1 &= 145\Omega \\ R_2 &= 135\Omega \\ L_1 &= 130mH \\ L_2 &= 60mH \\ C_1 &= 100\mu F \\ C_2 &= 65\mu F \\ f &= 90Hz \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} |U_{L_1}| &=?V \\ \varphi_{L_1} &=? \end{aligned}$$

### Výpočet

$$\omega = 2\pi f = 565,4866776 rad \times s^{-1}$$

Rovnice pro jednotlivé smyčky:

$$X_{C_1} = \frac{-1}{\omega C_1} j = -17,683882567\Omega$$

$$X_{C_2} = \frac{-1}{\omega C_2} j = -27,20597318\Omega$$

$$X_{L_1} = \omega L_1 j = 90,477868416\Omega$$

$$X_{L_2} = \omega L_2 j = 42,41150082\Omega$$

$$(1: ) I_A \times X_{C_1} + I_A \times R_1 + (I_A - I_C) \times X_{L_2} - U_1 + (I_A - I_B) \times X_{C_2} = 0$$

$$(2: ) (I_B - I_C) \times X_{L_1} + (I_B - I_A) \times X_{C_2} + U_1 = 0$$

$$(3: ) (I_C - I_B) \times X_{L_1} + I_C \times R_2 + U_2 + (I_C - I_A) \times X_{L_2} = 0$$

Po dosazení:

$$I_A = 0.514496 + 0.146315jA$$

$$I_B = -1.56275 + 0.851291jA$$

$$I_C = -0.793995 - 0.089758jA$$

Určení  $U_{L_1}$ ,  $|U_L|$ ,  $\varphi_L$ :

$$\begin{aligned} U_{L_1} &= (I_B - I_C) \times X_{L_1} = (-0,768755 + 0,941049j) \times 90,477868416 = \\ &= -69,55531373 + 85,14410759jV \end{aligned}$$

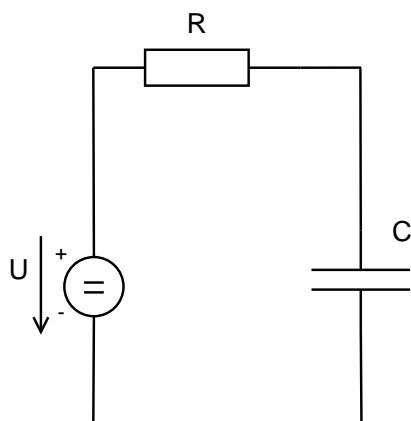
$$|U_{L_1}| = \sqrt{Re(U_L)^2 + Im(U_L)^2} = \sqrt{(-69,55531373)^2 + 85,14410759^2} = 109.9429885V$$

$$\varphi_{C1} = \arctan\left(\frac{Im(U_L)}{Re(U_L)}\right) = \frac{85,14410759}{-69,55531373} = -1,224120819Rad$$

## Příklad č. 6 [B]

### Zadání

Sestavte diferenciální rovnici popisující chodvání obvodu na obrázku, dále ji upravte dosazením hodnot parametrů. Vypočítejte analytické řešení  $u_C = f(t)$ . Proveďte kontrolu výpočtu dosazením do sestavené diferenciální rovnice.



$$\begin{aligned}U &= 6V \\C &= 10F \\R &= 20\Omega \\u_C(0) &= 3V\end{aligned}$$

### Výpočet

$$U'_C = \frac{1}{C} \times I$$

Pro celkové napětí platí:

$$U_R + U_C - U = 0$$

$$U = R \times I + U_C$$

$$I = \frac{U - U_C}{R}$$

Dosazení zadané hodnoty:

$$U'_C = \frac{1}{C} \times \frac{U - U_C}{R} = \frac{1 \times (6 - U_C)}{10 \times 20} = \frac{(6 - U_C)}{200}$$

Charakteristická rovnice:

$$200 \times U'_C + U_C = 6 \quad u_c(0) = 3$$

$$200\lambda + 1 = 0 \quad \lambda = -0,005$$

Očekávané řešení:

$$U_C(t) = K(t) \times e^{\lambda t} = K(t) \times e^{-0,005t}$$

$$U'_C(t) = K'(t) \times e^{\lambda t} + K(t) \times \lambda \times e^{\lambda t}$$

Dosazení do charakteristické rovnice:

$$200(K'(t) \times e^{\lambda t} + K(t) \times \lambda \times e^{\lambda t}) = 6$$

$$200K'(t) \times e^{\lambda t} = 6$$

$$K'(t) \times e^{\lambda t} = 0,03$$

$$K'(t) = \frac{0,03}{e^{\lambda t}} = \frac{0,03}{e^{-0,005t}} = 0,03e^{0,005t}$$

Integrace:

$$K(t) = 0,003 \times \frac{1}{0,005} \times e^{-0,005t} = 6 \times e^{-0,005t} + q$$

Dosazení do očekávaného řešení:

$$U_C(t) = (6 \times e^{0,005t} + q) \times e^{-0,005t} = 6 + q \times e^{-0,005t}$$

Nalezení  $q$ :

$$U_C(0) = 3$$

$$3 = 6 + q \times e^0$$

$$q = -3$$

$$U_C = 6 - 3 \times e^{-0,005t}$$

Zkouška:

$$200 \times U'_C + U_C = 6$$

$$0 + 3 \times e^{-0,005t} + 6 - 3 \times e^{-0,005t} = 6$$

$$6 = 6$$

Příklad	Skupina	Výsledky	
Příklad 1	A	$U_{R_7} = 18,6154V$	$I_{R_7} = 0,06004A$
Příklad 2	E	$U_{R_5} = 69,3848V$	$I_{R_5} = 0,3854A$
Příklad 3	B	$U_{R_4} = 73,1494V$	$I_{R_4} = 0,2151A$
Příklad 4	A	$ U_L  = 45V$	$\varphi_{C_1} = 0,5823Rad$
Příklad 5	E	$ U_{L_1}  = 109,9429V$	$\varphi_{L_1} = -1,2241Rad$
Příklad 6	B		