

U[V]	C[F]	R[Ω]	$u_C(0)[V]$
20	8	100	5

Známe U, R, C, $U_{C(0)}$

1) Ohmův zákon:

$$I = \frac{U_R}{R}$$

2) Kirchhoffův zákon:

$$U = U_R + U_C$$

$$U - U_C - U_R = 0$$

3) Axiom:

$$u'_C = \frac{1}{C} \times I$$

$$U_C(0) = U_{CP}$$

1.krok

$$u'_C = \frac{1}{C} \times \frac{1}{R} \times U_R$$

$$U_R = U - U_C$$

$$u'_C = \frac{1}{RC} \times (U - u_C)$$

Jedná se o diferenciální rovnici 1. řádu

počáteční podmínka: $u_C(0) = U_{CP}$

$$u'_C + \frac{u_C}{RC} = \frac{U}{RC}$$

Charakteristická rovnice:

$$\lambda + \frac{1}{RC} = 0$$

$$\lambda = -\frac{1}{RC}$$

Očekávané řešení $u_C(t) = K(t)e^{\lambda t} = K(t)e^{-\frac{t}{RC}}$

Zderivujeme $u_c(t)$:

$$u_c(t) = K(t)e^{-\frac{t}{RC}}$$

$$u'_c(t) = K'(t)e^{-\frac{t}{RC}} - \frac{1}{RC} \times K(t)e^{-\frac{t}{RC}}$$

Nyní $u_C(t)$ a $u'_c(t)$ dosadíme do $u'_C + \frac{u_C}{RC} = \frac{U}{RC}$

$$K'(t)e^{-\frac{t}{RC}} - \frac{K(t)}{RC}e^{-\frac{t}{RC}} + \frac{K(t)e^{-\frac{t}{RC}}}{RC} = \frac{U}{RC}$$

$$K'(t)e^{-\frac{t}{RC}} = \frac{U}{RC}$$

Nyní zjistíme $K(t)$

$$K'(t)e^{-\frac{t}{RC}} = \frac{U}{RC} / e^{\frac{t}{RC}}$$

$$K'(t) = \frac{U}{RC} e^{\frac{t}{RC}} / \int$$

$$K(t) = \frac{U}{RC} (RC e^{\frac{t}{RC}})$$

$$K(t) = U e^{\frac{t}{RC}} + k$$

k je integrační konstanta

Nyní dosadíme do původní rovnice (TODO:change this text to reflect reality)

$$u_C(t) = (U e^{\frac{t}{RC}} + k) e^{-\frac{t}{RC}}$$

$$u_C(t) = U + k e^{-\frac{t}{RC}}$$

Dosadíme $u_C(0) = u_{CP} \implies k = 0$

$$u_{CP} = U + k e^0$$

$$u_{CP} - U = k$$

Analytické řešení

$$u_C(t) = U + (u_{CP} - U) e^{-\frac{t}{RC}}$$

Kontrola dosazením hodnot v $u_C(0)$

$$u_c(0) = 20 + (5 - 20) e^{-\frac{0}{100 \times 8}}$$

$$u_c(0) = 20 + (-15) e^{-\frac{0}{800}}$$

$$u_c(0) = 20 - 15 \times e^0$$

$$u_c(0) = 5$$

$$5 = 5$$