

Prověřka "elektrostatika" - řešení

R5.12 $F = 3,6 \text{ N}$, $r = 10 \text{ cm} = 10^{-1} \text{ m}$; $Q = ?$

$$Q = r \sqrt{\frac{F}{k}} = 2 \cdot 10^{-6} \text{ C} = 2 \text{ } \mu\text{C}$$

Poněvadž se náboje navzájem přitahují, mají náboje opačné znaménko: $Q_1 = +2 \text{ } \mu\text{C}$, $Q_2 = -2 \text{ } \mu\text{C}$.

R5.15 $Q_1 = 6 \text{ } \mu\text{C} = 6 \cdot 10^{-6} \text{ C}$, $Q_2 = -4 \text{ } \mu\text{C} = -4 \cdot 10^{-6} \text{ C}$, $r = 6 \text{ cm} = 6 \cdot 10^{-2} \text{ m}$; a) $F = ?$, b) $F' = ?$, $Q' = ?$

$$\text{a) } F = k \frac{Q_1 Q_2}{r^2} = 60 \text{ N}$$

$$\text{b) } Q' = \frac{Q_1 + Q_2}{2} = 10^{-6} \text{ C} = 1 \text{ } \mu\text{C}$$

$$F' = k \frac{Q'^2}{r^2} = 2,5 \text{ N}$$

R5.17 $E = 4 \cdot 10^5 \text{ N} \cdot \text{C}^{-1}$, $Q = 25 \text{ } \mu\text{C} = 2,5 \cdot 10^{-5} \text{ C}$; $F = ?$

$$F = QE = 10 \text{ N}$$

R5.20 $Q_1 = 1 \text{ } \mu\text{C} = 10^{-6} \text{ C}$, $Q_2 = 5 \text{ } \mu\text{C} = 5 \cdot 10^{-6} \text{ C}$, $r = 20 \text{ cm} = 0,2 \text{ m}$; $E = ?$

$$E_1 = k \frac{Q_1}{\left(\frac{r}{2}\right)^2}, E_2 = -k \frac{Q_2}{\left(\frac{r}{2}\right)^2}$$

$$E = E_1 - E_2 = k \frac{1}{\left(\frac{r}{2}\right)^2} (Q_1 - Q_2) = 3,6 \cdot 10^6 \text{ N} \cdot \text{C}^{-1}$$

R5.23 $Q_A = 8 \cdot 10^{-8} \text{ C}$, $Q_B = -8 \cdot 10^{-8} \text{ C}$, $r = 0,4 \text{ m}$, $c = 0,3 \text{ m}$; $E_C = ?$, $E_D = ?$

a) Ve středu C úsečky AB jsou intenzity \mathbf{E} elektrického pole nábojů Q_A a Q_B stejně velké a stejného směru (viz obr. 5-23a [5-2a]). Velikost výsledné intenzity pole je proto

$$E_C = \frac{2kQ}{r^2},$$

kde $Q = Q_A = |Q_B|$. Pro dané veličiny je $E_C = 9 \cdot 10^3 \text{ N} \cdot \text{C}^{-1}$.

b) V bodě D ležícím na ose úsečky AB jsou intenzity \mathbf{E} elektrického pole od nábojů Q_A a Q_B opět stejné velké, ale různého směru (viz obr. 5-23b [5-2b]).

Velikost intenzity od každého náboje je $E = kQ/d^2$, kde

$$d = \sqrt{r^2 + c^2} = 0,5 \text{ m}.$$

Velikost výsledné intenzity je pak

$$E_D = 2E \cos \alpha,$$

kde $\cos \alpha = r/d$. Po dosazení $E = kQ/d^2$ dostáváme

$$E_D = \frac{2kQr}{d^3}.$$

Pro příslušné číselné hodnoty $E_D = 4,6 \cdot 10^3 \text{ N} \cdot \text{C}^{-1}$.

Velikost intenzity elektrického pole ve středu C dané úsečky je $9 \cdot 10^3 \text{ N} \cdot \text{C}^{-1}$, v bodě D je $4,6 \cdot 10^3 \text{ N} \cdot \text{C}^{-1}$.

R5.24 $Q_1 = 1 \text{ } \mu\text{C} = 10^{-6} \text{ C}$, $E_C = 0$; $Q_2 = ?$, $Q_3 = ?$

Intenzita elektrického pole v bodě C bude nulová, když budou náboje Q_1 a Q_2 souhlasné a stejně velké, tzn. když $Q_2 = 1 \text{ } \mu\text{C}$, a když náboj Q_3 bude nulový ($Q_3 = 0$).

R5.25 $Q = 10 \text{ } \mu\text{C} = 10^{-5} \text{ C}$, $E = 10^4 \text{ V} \cdot \text{m}^{-1}$, $s = 10 \text{ cm} = 0,1 \text{ m}$; $W_e = ?$

a) $W_e = Fs = QEs = 10^{-2} \text{ J}$

b) Jestliže elektrická síla působí ve směru kolmém k intenzitě elektrického pole, práce se nekoná, $W_e = 0$.

R5.29 $\varphi_A = +120 \text{ V}$, $\varphi_B = -80 \text{ V}$, $W_e = 2 \cdot 10^{-4} \text{ J}$; $Q = ?$

$$\Delta\varphi = \varphi_A - \varphi_B = 200 \text{ V}$$

$$Q = \frac{W_e}{\Delta\varphi} = 10^{-6} \text{ C} = 1 \text{ } \mu\text{C}$$

R5.30 $Q = 1 \text{ } \mu\text{C} = 10^{-6} \text{ C}$, $\varphi_1 = 300 \text{ V}$, $\varphi_2 = 800 \text{ V}$; $W_e = ?$, a) $A \rightarrow B$, b) $A \rightarrow C$

a) $W_e = Q\Delta\varphi = 5 \cdot 10^{-4} \text{ J}$

b) $W_e = 0$

R5.32 $U = 1\,000 \text{ V}$, $d = 0,1 \text{ m}$, $q = 10^{-6} \text{ C}$; $E = ?$, $W = ?$

a) Vztah mezi napětím U a intenzitou elektrického pole E mezi dvěma rovnoběžnými vodivými deskami je $U = Ed$. Odtud

$$E = \frac{U}{d}.$$

Pro dané hodnoty je velikost intenzity $E = 10^4 \text{ V} \cdot \text{m}^{-1}$.

b) Vztah mezi napětím U a prací W , která se vykoná při přenesení náboje q mezi deskami, je $U = W/q$. Odtud $W = qU$.

Pro dané hodnoty je práce $W = 10^{-3} \text{ J}$.

Velikost intenzity elektrického pole je $10^4 \text{ V} \cdot \text{m}^{-1}$, práce vykonaná při přenesení náboje je 10^{-3} J .

R5.34 $d = 5 \text{ cm} = 5 \cdot 10^{-2} \text{ m}$, $Q = 10 \text{ } \mu\text{C} = 10^{-5} \text{ C}$, $F_e = 1 \text{ N}$; $U = ?$

$$U = \frac{F_e d}{Q} = 5 \cdot 10^3 \text{ V} = 5 \text{ kV}$$

R5.36 $U = 220 \text{ V}$, $E = 50 \text{ kV} \cdot \text{m}^{-1} = 5 \cdot 10^4 \text{ V} \cdot \text{m}^{-1}$; $d = ?$

$$d = \frac{U}{E} = 4,4 \cdot 10^{-3} \text{ m} = 4,4 \text{ mm}$$

R5.37 $r = 10 \text{ cm} = 0,1 \text{ m}$, $Q = 1 \text{ } \mu\text{C} = 10^{-6} \text{ C}$; $\sigma = ?$

$$\sigma = \frac{Q}{S} = \frac{Q}{4\pi r^2} = 8 \cdot 10^{-6} \text{ C} \cdot \text{m}^{-2} = 8 \text{ } \mu\text{C} \cdot \text{m}^{-2}$$

R5.38 $\sigma = 4 \text{ } \mu\text{C} \cdot \text{m}^{-2} = 4 \cdot 10^{-6} \text{ C} \cdot \text{m}^{-2}$, $\varepsilon_r = 2$; a) $E_0 = ?$ pro $\varepsilon_r = 1$, b) $E = ?$ pro $\varepsilon_r = 2$

$$E = k \frac{Q}{r^2}, \quad \sigma = \frac{Q}{4\pi r^2}$$

a) $E_0 = k4\pi\sigma = 4,5 \cdot 10^5 \text{ V} \cdot \text{m}^{-1}$

b) $E = \frac{E_0}{\varepsilon_r} = 2,3 \cdot 10^5 \text{ V} \cdot \text{m}^{-1}$

R5.45 $C = 5 \text{ nF} = 5 \cdot 10^{-9} \text{ F}$, $U = 200 \text{ V}$; $Q = ?$

$$Q = C\varphi = 10^{-6} \text{ C} = 1 \text{ } \mu\text{C}$$

R5.47 $r = 9 \text{ cm} = 9 \cdot 10^{-2} \text{ m}$, $Q = 1 \text{ } \mu\text{C} = 10^{-6} \text{ C}$; $C = ?$, $\varphi = ?$

$$C = \frac{Q}{\varphi} = \frac{Q}{k \frac{Q}{r}} = \frac{r}{k} = 10^{-11} \text{ F} = 10 \text{ pF}$$

$$\varphi = k \frac{Q}{r} = 10^5 \text{ V} = 100 \text{ kV}$$

R5.52 $C_0 = 500 \text{ pF} = 5 \cdot 10^{-10} \text{ F}$, $U_0 = 100 \text{ V}$, $\varepsilon_r = 2$; a) $C = ?$, b) $U = ?$

a) $C = \varepsilon_r C_0 = 10^{-9} \text{ F} = 1 \text{ nF}$

b) $U = \frac{Q}{C} = \frac{Q}{\varepsilon_r C_0} = \frac{U_0}{\varepsilon_r} = 50 \text{ V}$

R5.53 $C = 50 \text{ } \mu\text{F} = 5 \cdot 10^{-5} \text{ F}$, $U = 400 \text{ V}$; $W_e = ?$

$$W_e = \frac{1}{2} CU^2 = 4 \text{ J}$$

R5.56 $C_1 = 2 \text{ nF} = 2 \cdot 10^{-9} \text{ F}$, $C_2 = 3 \text{ nF} = 3 \cdot 10^{-9} \text{ F}$, $C_3 = 6 \text{ nF} = 6 \cdot 10^{-9} \text{ F}$, $U_0 = 300 \text{ V}$; a) $C = ?$,

b) $U_{1,2,3} = ?$

a) $\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}$

$$C = \frac{C_1 C_2 C_3}{C_2 C_3 + C_1 C_3 + C_1 C_2} = 10^9 \text{ F} = 1 \text{ nF}$$

b) Všechny kondenzátory mají stejný náboj, takže $U \sim 1/C$.

$$U_1 : U_2 : U_3 = \frac{1}{C_1} : \frac{1}{C_2} : \frac{1}{C_3}$$

$$U_1 = 150 \text{ V}, U_2 = 100 \text{ V}, U_3 = 50 \text{ V}$$

$$\mathbf{R5.57} \quad C_1 = 1 \text{ pF}, C_2 = 4 \text{ pF}, C_3 = 3 \text{ pF}; C = ?$$

$$\frac{1}{C_{12}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \Rightarrow C_{12} = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} = \frac{4}{5} \text{ pF}$$

$$C = C_{12} + C_3 = 3,8 \text{ pF}$$