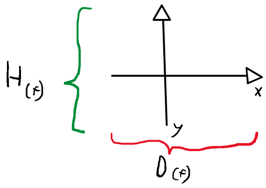
Tahák

středa 12. června 2024 13:46

# FUNKCE

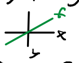
- **definiční obor**
  - značí se $D(f)$
  - $D(f) = \langle -5, 5 \rangle$
  - označuje velikost funkce na grafu ! pouze hodnota X
- **obor hodnot**
  - značí se $H(f)$
  - $H(f) = \langle 3, 7 \rangle$
  - narozdíl od definičního oboru určuje velikost funkce na hodnotu Y




- **určení funkce**: 1) tabulkou =>

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| x | 0 | 0.6 | -1 | 1.8 | 2 |
| y | 0 | 1 | 1 | 2 | 2 |

  2) předpisem => $f: y = 3x$

  3) grafem => 

- **výpočet $D(f)$**: - závislosti: 1) $\frac{x}{y}$ => $y \neq 0$ (nesmí být 0)

  2) $\sqrt{x}$ => $x \geq 0$ (rovno nebo větší než 0)

  - příklad:

  1) $y = \frac{x+3}{x-2}$ $\quad x \neq 2$ => $\boxed{D(f) = R - \{2\}}$

  2) $y = \sqrt{-3+7x}$ $\quad -3+7x \geq 0$ => $x \geq \frac{3}{7}$ => $\boxed{D(f) = \langle \frac{3}{7}, \infty)}$

- **výpočet průsečíků**: 1) $P_x$: - do předpisu funkce dosadíme $Y = 0$
  - příklad $y = x+3$ => $0 = x+3$ => $x = -3$ => $\boxed{P_x [-3, 0]}$

  2) $P_y$: - do předpisu funkce dosadíme $x = 0$
  - příklad $y = x+3$ => $y = 0+3$ => $y = 3$ => $\boxed{P_y [0, 3]}$

- **vlastnosti funkcí**: 1) **definiční obor**: - velikost funkce v ose x

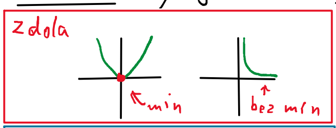
  2) **obor hodnot**: - velikost funkce v ose y

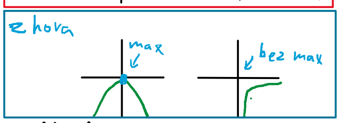
  3) **parita**: - **funkce sudá**: - je $f(-x) = f(x)$
  - souměrná podle osy y

  - **funkce lichá**: - je $f(-x) = -f(x)$
  - středově souměrná podle bodu

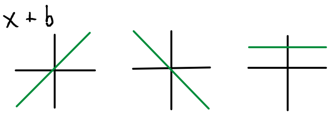
  4) **monotónost**: - **funkce rostoucí**: - funkce roste
  - **funkce klesající**: - funkce klesá
  - **funkce konstantní**: - funkce neroste ani neklesá
  - **funkce prostá**: - každá hodnota Y má jen 1 hodnotu X
  - **maximum funkce**: - nejvyšší hodnota funkce v ose y
  - **minimum funkce**: - nejnižší hodnota funkce v ose y

  5) **omezenost**: - **shora**: maximum/nejbližší hodnota co funkce nikdy nepřesáhne
  - **zdola**: minimum/nejbližší hodnota pod kterou funkce nikdy nepůjde
  - **omezená**: když je funkce shora i zdola




# LINEÁRNÍ FUNKCE

- tvar: $y = ax + b$
- graficky: 
- kolik má funkce řešení podle typu: 1) konstantní -> žádné

  2) lin. funkce -> jedno řešení

  3) když $y = 0$ -> nekonečně mnoho

- grafické řešení postup: 1 neznámá: $\frac{x}{2} + 1 = x + 2$ / vypočítáme X a to bude $P_x$

  $\frac{x}{2} - x = 1$

  $x = -2$

- grafické řešení postup: 1 neznámá: $\frac{x}{2}+1=x+2$ / vypočítáme x a to bude Px

$\frac{x}{2}-x=1$

$x=-2$

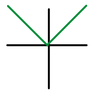
$\frac{0}{2}+1=0+2$ / nyní vypočítáme Py

$0=1$ / po dosazení 0 nám vyjde Py

/ propojíme body v grafu a hotovo

2 neznámé => stejný postup jen nejdříve spočítáme soustavu rovnic

- s absolutní hodnotou: $-y=|x|$



- posuny grafů ; $y=-(x+1)^2-4$

po ose y do -4

po ose x do nulového bodu (-1)

⊖ otočí graf vzhůru nohama

- graf funkcí s dvěma abs. hodnotami
  - příklad f: $y=|x-4|+|x-2|$ / nalezneme nulové body $x=4$ ; $x=2$

/ vytvoříme tabulku

| | $(-\infty,2)$ | $\langle 2,4\rangle$ | $(4,\infty)$ |
|---|---|---|---|
| $x-4$ | $-$ | $-$ | $+$ |
| $x-2$ | $-$ | $+$ | $+$ |

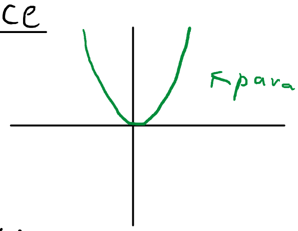
/ následně převracíme hodnoty v závorce pokud vyjde minus

$y=-x+4+(-x+2)$ ; $y=-x+4+x-2$ ; $y=x-4+x-2$

$y=-2x+6$ ; $y=2$ ; $y=2x-6$ / výsledné hodnoty ze kterých tvoříme graf

# Kvadratické funkce

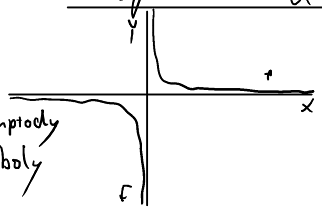
- předpis $\rightarrow y=ax^2+bx+c$
- výpočet vrcholu: $\left[x=\frac{-b}{2a}\ ,\ y=c-\frac{b^2}{4a}\right]$
- $P_x$ = nulové body



parabola

# Nepřímá úměrnost

- $y=\frac{1}{x}$
- X a Y -> asymptoty
- f -> hyperboly



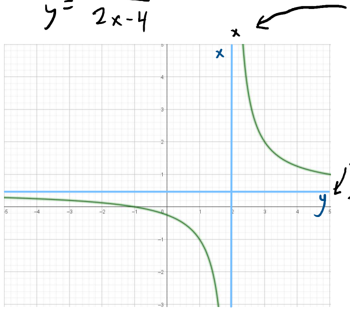

$y=\frac{x+1}{2x-4}$

x = podmínka = 2

$2x-4\neq 0$

$2x\neq 4$

$x\neq 2$




$y=\frac{x+1}{2x-4}$ ignorujeme $=\frac{x}{2x}=\frac{1}{2}$

$P_x[-1,0]$ -> řešíme pouze $y=x+1$

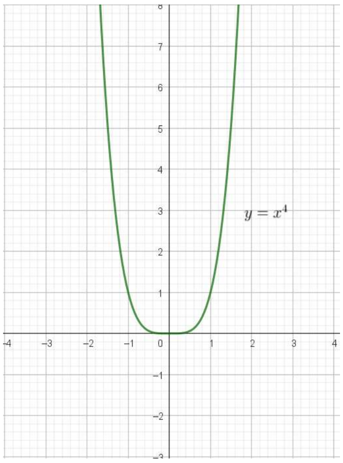
$P_y[0,-\frac{1}{4}]$

# Mocninné funkce

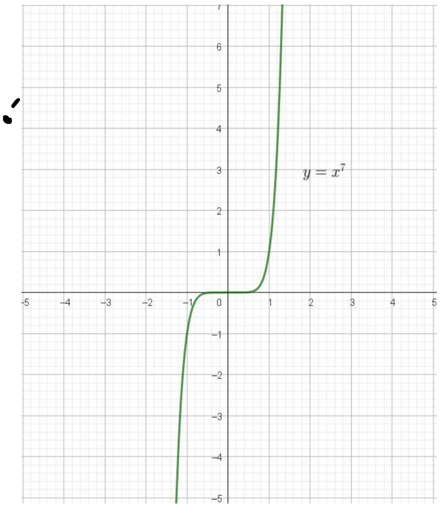
tvar = $y=x^n$

- 4 tvary:
  - sudá $(y=x^2)$ -> sudý exponent
  - lichá $(y=x^3)$ -> lichý exponent
  - záporná sudá $(y=x^{-2})$ -> záporný sudý exponent
  - záporná lichá $(y=x^{-3})$ -> záporný lichý exponent

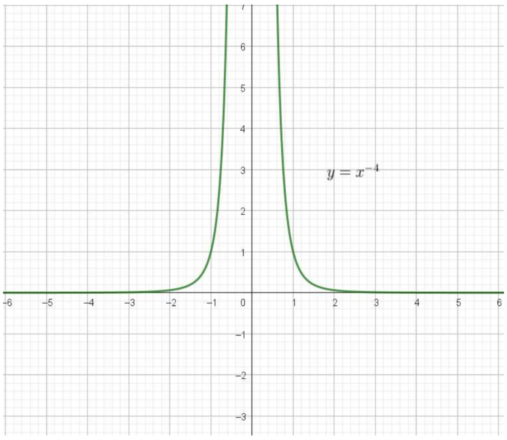
- sudá:
R



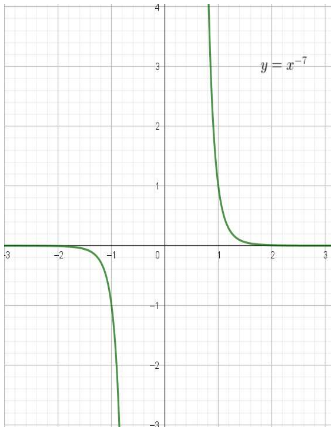

- lichá
R




- 2. sudá
R-{0}




2. lichá
R-{0}



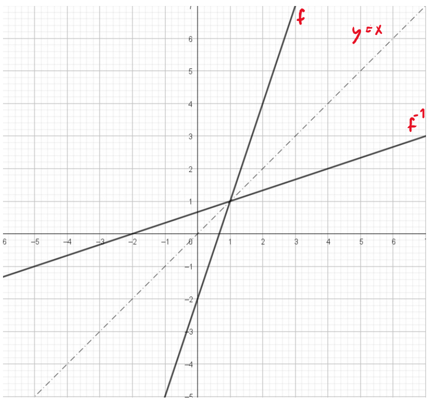

# Inverzní funkce

- inverzní funkce k funkci f je funkce $f^{-1}$
- platí: 1) $D_{f^{-1}} = H_f$
  2) $H_{f^{-1}} = D_f$
- grafy osy funkce původní a inverzní jsou souměrné podle $\boxed{y = x}$

f: $y = 3x - 2$ $\qquad$ $f^{-1} = ?$

1) vyjádříme si x $\rightarrow$ 2) prohodíme x a y

$x = \frac{y+2}{3} \longrightarrow y = \frac{x+2}{3}$




# Exponenciální Funkce

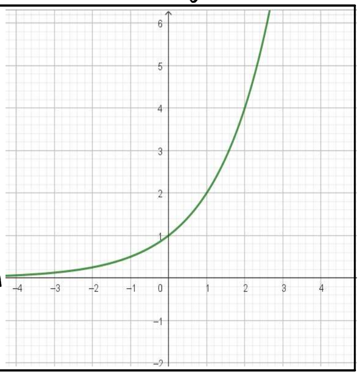
- tvar -> $y = a^x$
- „a" je základ a je kladné č. od 1

$y = 2^x$

$a > 1$

$2^x = \left(\frac{1}{2}\right)^{-x}$

rostoucí a prostá

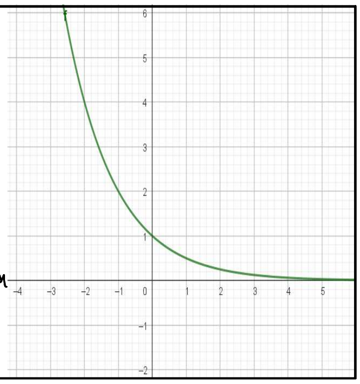


$-y = 2^{-x}$

$0 < a < 1$

$2^{-x} = \left(\frac{1}{2}\right)^x$

klesající a prostá



- definiční obor je $\{0, \infty\}$
- obě ~~jsou~~ omezená jen zdola a nemají min ani max

- definiční obor je $\{0,\infty\}$
- obě jsou omezená jen zdola a nemají min ani max

$y = 2^{x+1} + 1$ ← posouváme po y do +1

posun po x do $-1$

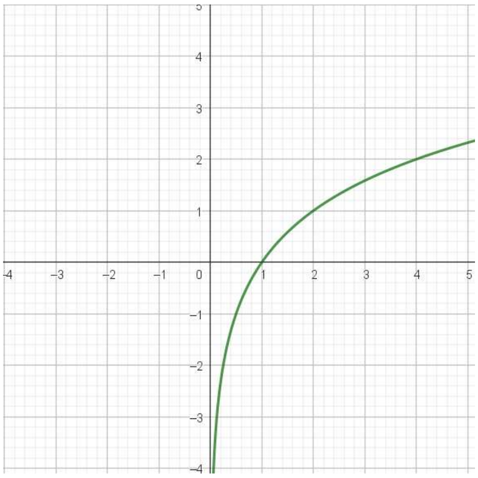
základ $2^x$ platí že nulový bod x je $P_y[0,1]$

# Logaritmické funkce

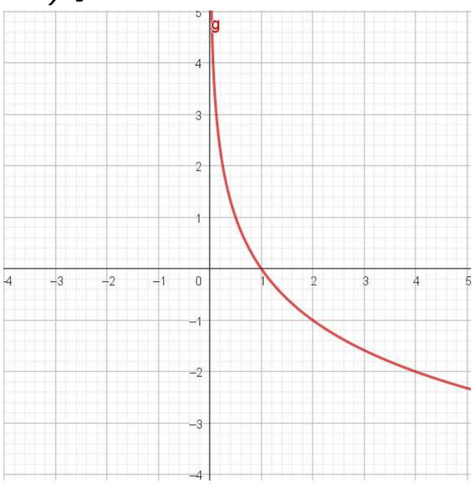
- základ: $y = \log_a(x)$
- $\log_{10}$ -> dekadický, na kalkulačce $\boxed{\text{Log}}$
- $\log_e$ -> přirozené, na kalkulačce $\boxed{\text{Ln}}$   $e = 2{,}718\ldots$

= 2 grafy:

- když $a > 1$:
  - $\log_2(x)$



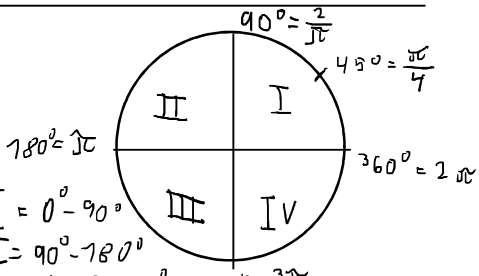
- když $0 < a < 1$:
  - $\log_{\frac{1}{2}}(x)$




- definiční obory u obou jsou $D_f = (0,\infty)$

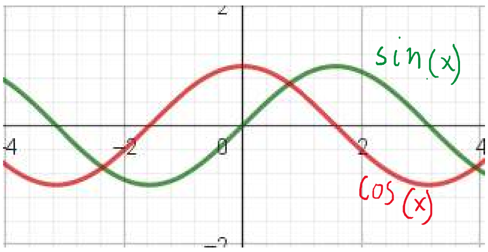
# Oblouková míra a kružnice

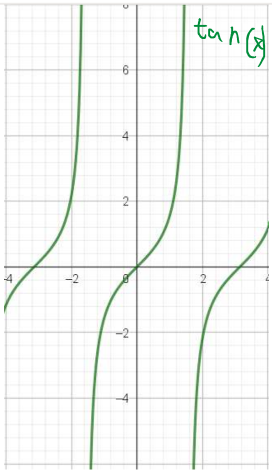
- $1 \text{ rad} = \frac{180}{\pi}$
- převody: 1) ° -> rad => $\cdot\frac{\pi}{180}$
  2) rad -> ° => $\cdot\frac{180}{\pi}$




- kvadranty v kružnici => I = 0°–90°
  II = 90°–180°
  III = 180°–270°
  IV = 270°–360°

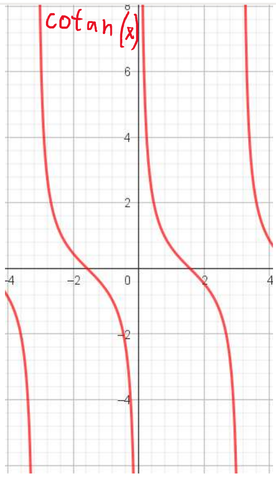
# Funkce Sin, Cos, Tan a Cotan




$\tan(x) = \frac{\sin(x)}{\cos(x)}$

$\tan(x) = \frac{1}{\operatorname{cotan}(x)}$



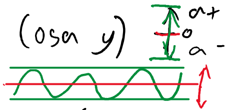

$\operatorname{cotan}(x) = \frac{\cos(x)}{\sin(x)}$

$\operatorname{cotan} = \frac{1}{\tan(x)}$

## Sin a Cos

$y = a \cdot \sin(bx + c) + d$

a = amplituda (osa y)




d = posun po y

(bx+c) = posun po x (nulový bod)

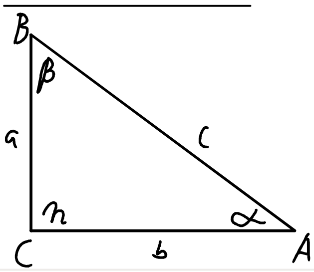
b = roztahuje / smrštuje graf

## Perioda


$\boxed{T = \frac{2\pi}{b}}$

# Trigonometrie

## Pravoúhlý Δ




$c^2 = a^2 + b^2$

$\sin \alpha = \frac{a}{c}$

$\cos \alpha = \frac{b}{c}$

$\tan \alpha = \frac{a}{b}$

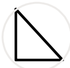
$\operatorname{cotan} \alpha = \frac{b}{a}$

## obecný trojúhelník

$$\boxed{\begin{aligned} a^2 &= b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos \alpha \\ b^2 &= a^2 + c^2 - 2ac \cdot \cos \beta \\ c^2 &= a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos \gamma \end{aligned}}$$

$$\boxed{\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = \boxed{2r}}$$

kružnice opsaná (poloměr)

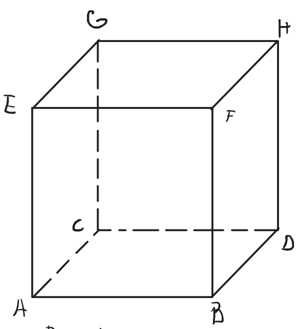


$$\boxed{S = \frac{1}{2} ab \sin \gamma = \frac{1}{2} bc \sin \alpha = \frac{1}{2} ac \sin B}$$

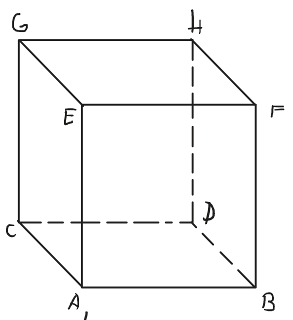
# STEREOMETRIE

– Pohledy:

## Shora

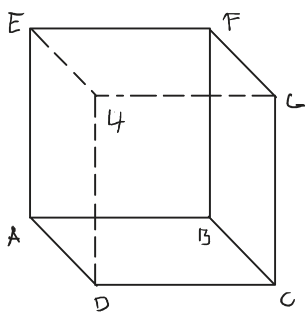



Pravý nadhled

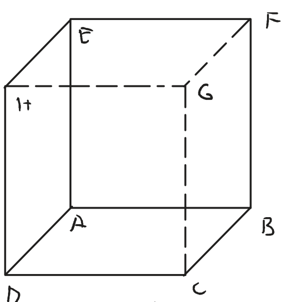



Levý nadhled

## Zdola




Pravý podhled

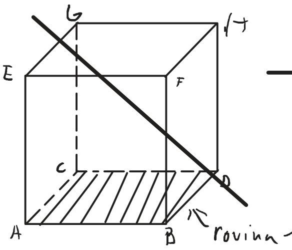



Levý podhled

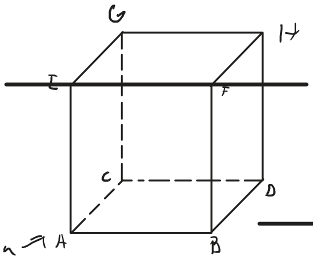
## Vzájemná poloha přímky a roviny

G G

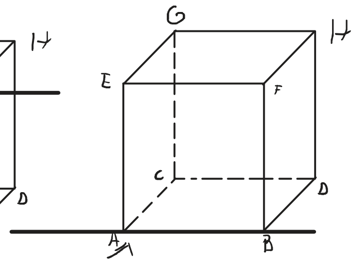
# Vzájemná poloha přímky a roviny




Různoběžné

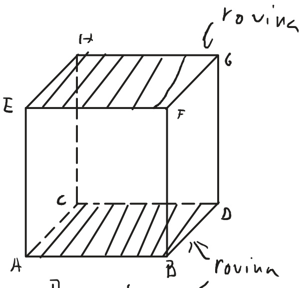



Rovnoběžná

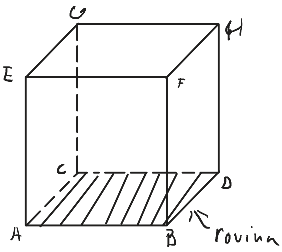



Leží

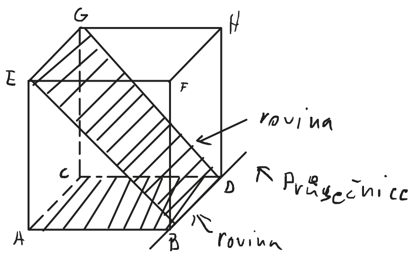
# Vzájemná poloha 2 rovin




Rovnoběžné




Totožné




Různoběžné

# Řezy