TK 5.1)$_1$

Impulsformung für optimale Übertragung:

Aufgabe: Wie formt man Impulse, sodass sie nahe der maximalen Symbolrate (Nyquist) übertragen werden können?

Abtasttheorem von Nyquist:

Die Symbolrate darf maximal die doppelte Bandbreite der verwendeten Impulse betragen.

$$R_s \leq 2B$$

Bandbreiteneffizienz:

Informationstransport bezogen auf die eingesetzte Bandbreite.

$$\eta_s = \frac{R_i}{B} = \frac{R_s \cdot H}{B} \quad \ldots\ldots\, [Bit/s/Hz]$$

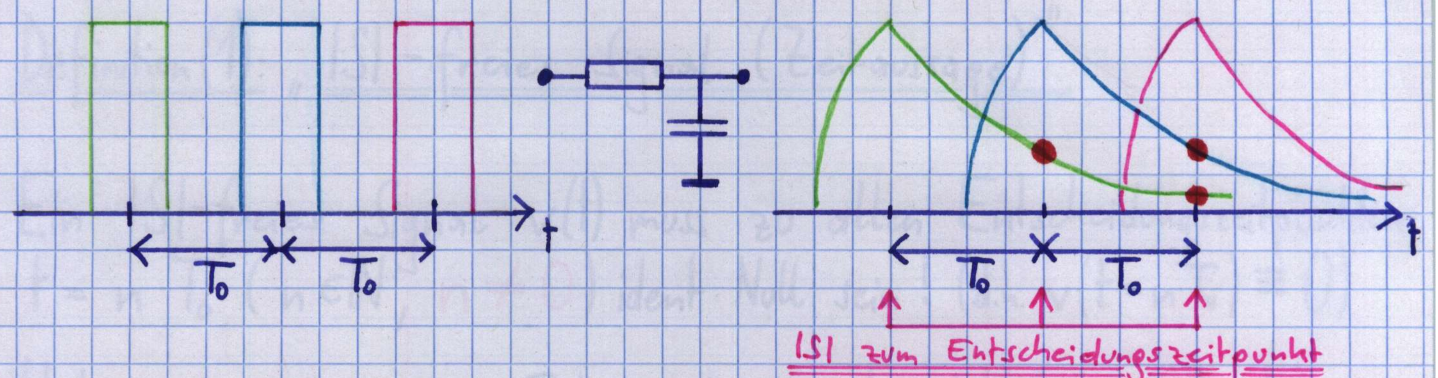
Frage: η_s für Rechteck-Impuls?

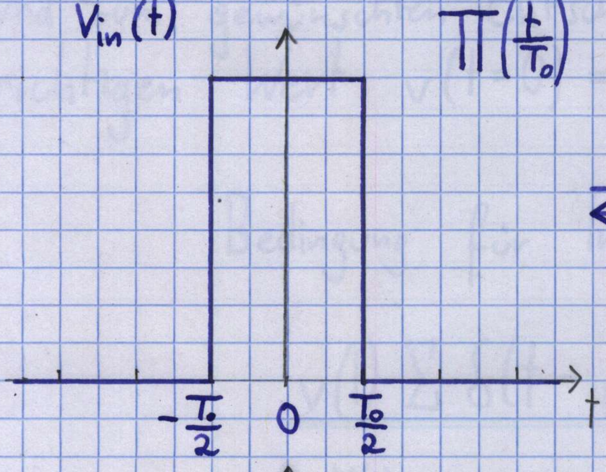
$$\eta_s = 0 \; Bit/s/Hz \qquad (\text{weil } B = \infty)$$

Rechteckige Impulse können über bandbeschränkte Kanäle nur übertragen werden, wenn ein bestimmtes Maß an Verformung der Impulse zugelassen wird. ⇒ ISI [Intersymbolinterferenz]

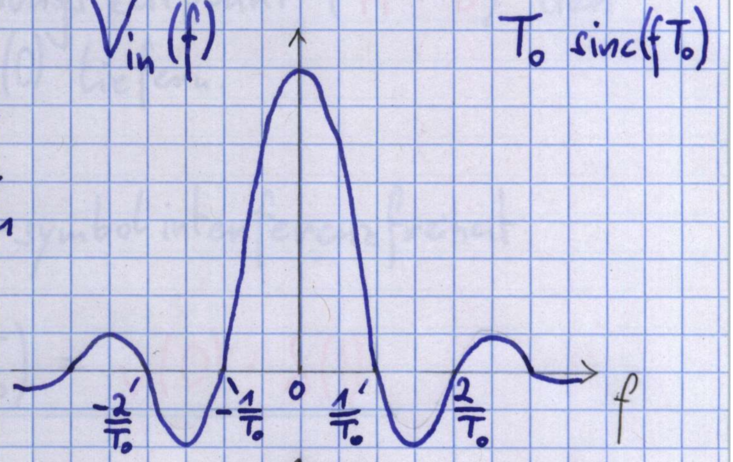
TK 5.1)

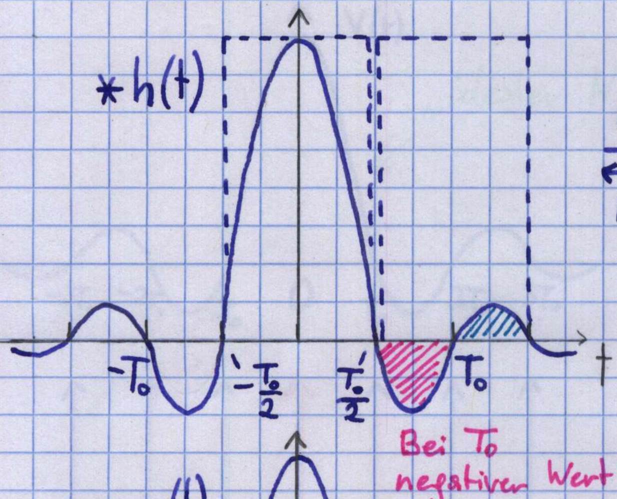
Übertragung von rechteckigen Impulsen über einen bandbeschränkten Kanal



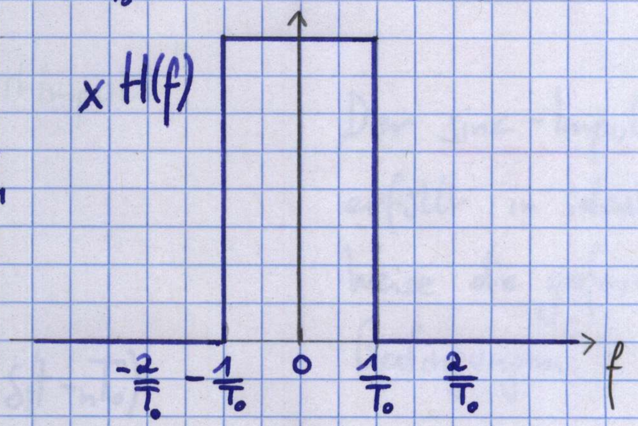


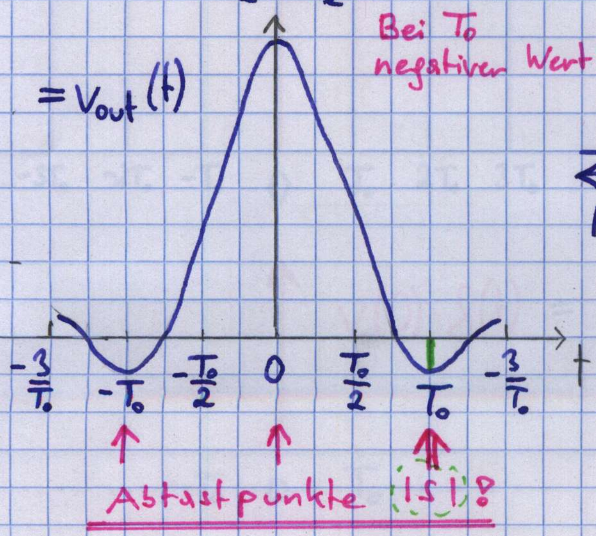
$\underset{FT^{-1}}{\overset{FT}{\rightleftarrows}}$



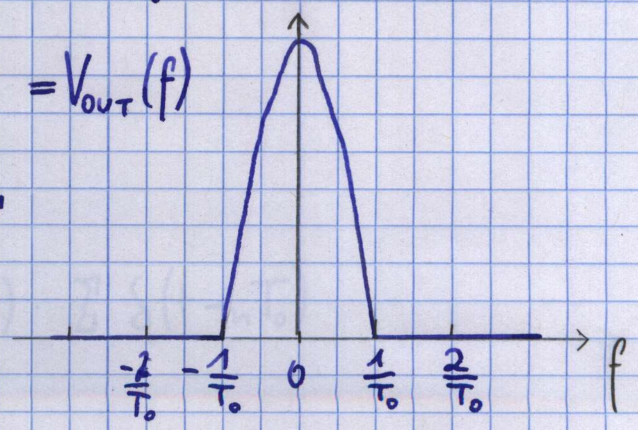


$\underset{FT^{-1}}{\overset{FT}{\rightleftarrows}}$





$\underset{FT^{-1}}{\overset{FT}{\rightleftarrows}}$



TK 5.1)

WICHTIG: ISI ist nur zum Entscheidungszeitpunkt relevant!

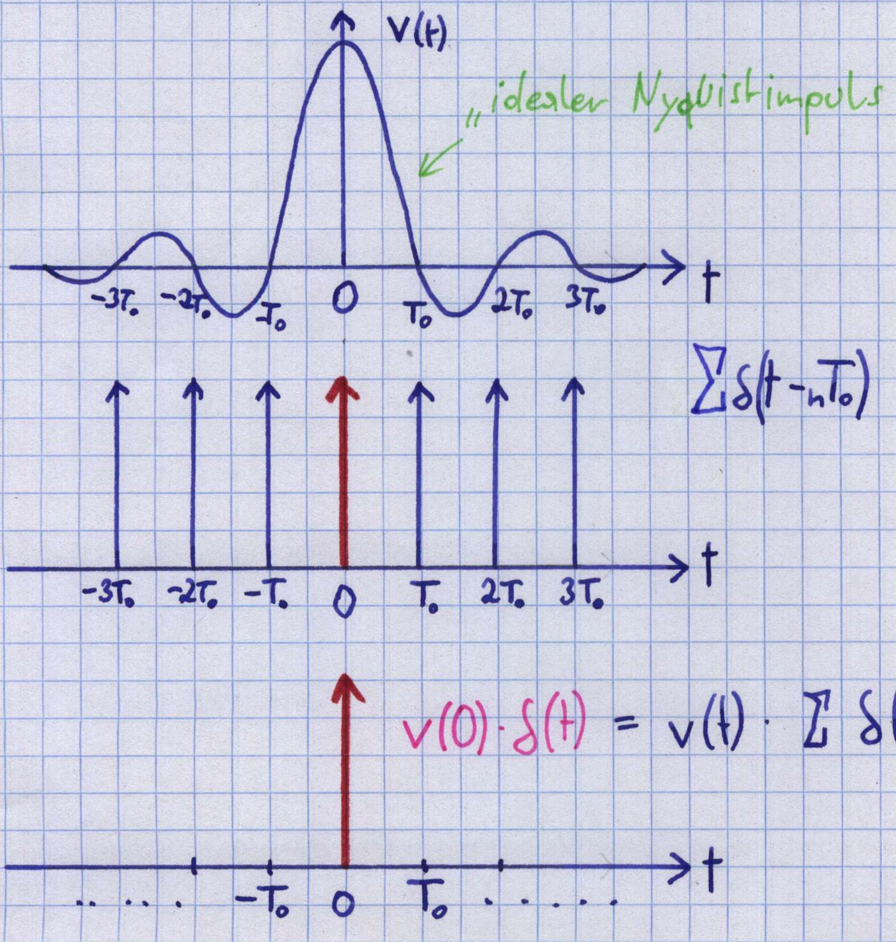
Definition (1): „ISI-freies Signal (Zeitaussage)"

Ein ISI-freies Signal $v(t)$ muss zu allen Entscheidungszeitpunkten $t = n \cdot T_0$ ($n \in \mathbb{N}$, $n \neq 0$) ident Null sein! (d.h. $v(t = n \cdot T_0) \equiv 0$)

Und zum gewünschten Entscheidungszeitpunkt ($n = 0$) den richtigen Wert $v(t=0) = v(0)$ liefern.

Bedingung für Intersymbolinterferenzfreiheit:

$$v(t) \cdot \sum \delta(t - n \cdot T_0) = v(0) \cdot \delta(t)$$



Der sinc-Impuls erfüllt in idealer Weise die geforderten Bedingungen.

TK 5.1)

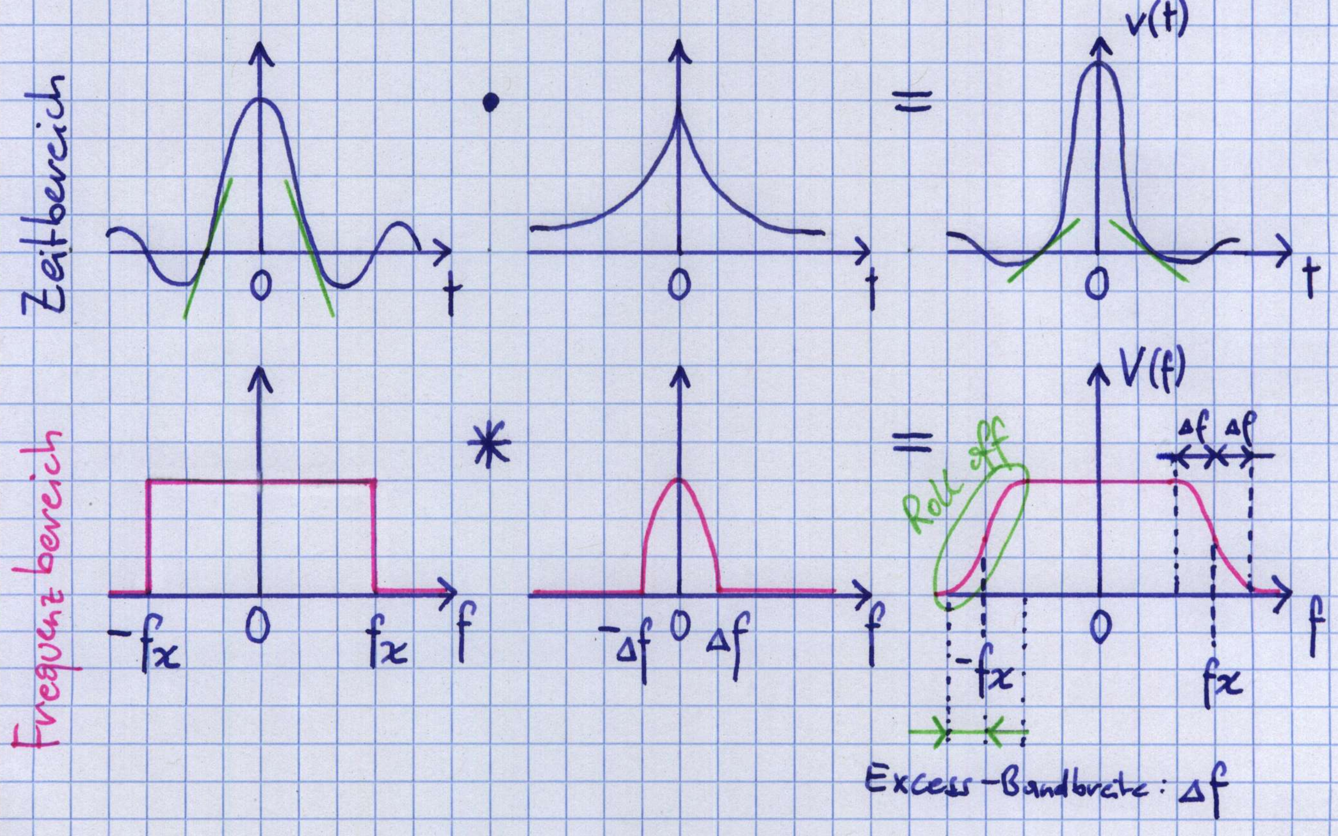
Die Realisierung einer ISI-freien Übertragung mit sinc-Impulsen hat zwei Nachteile:

[1] Sinc-Impulse sind physikalisch nicht realisierbar.

[2] Die Nebenkeulen der sinc-Impulse nehmen nur langsam ab (mit $1/t$).

$\Rightarrow$ Genaues Timing der Entscheidungszeitpunkte notwendig, weil Nullstellensteilheit sehr groß ist!

Abhilfe: Beaufschlage sinc-Impulse mit einer Dämpfungsfunktion. (Nullstellen bleiben erhalten, aber Nullstellensteilheit nimmt ab)



TK 5.1)

Definition (2): „ISI-freies Signal (Frequenzaussage)"

Ein ISI-freies Signal $v(t)$ hat ein Amplitudenspektrum $V(f)$ mit ungeraden Symmetrie bezüglich f_x.

$$v(t) \cdot \sum \delta(t - nT_0) = v(0) \cdot \delta(t) \quad \text{mit } n \in \mathbb{N}$$

...... Abtasten in den Nullstellen und $t = 0$

$$\Big\downarrow FT\{\cdot\}$$

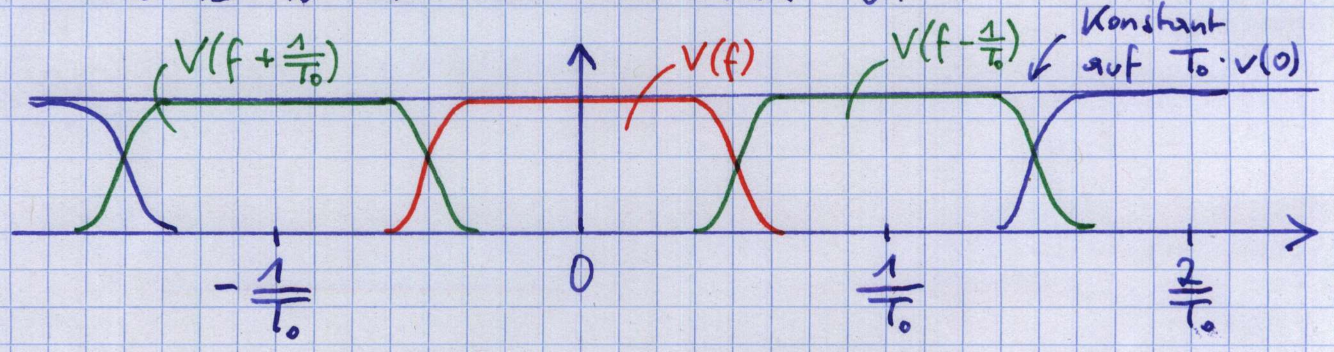
$$V(f) * \frac{1}{T_0} \cdot \sum \delta(f - n/T_0) = v(0) \cdot 1$$

$$\Rightarrow \frac{1}{T_0} \cdot \sum V(f - n/T_0) = v(0)$$

$$\Rightarrow \boxed{\sum V(f - n/T_0) = v(0) \cdot T_0}$$

Definition (3): „ISI-freies Signal (Frequenzaussage)"

Das Amplitudenspektrum $V(f)$ eines ISI-freien Signals $v(t)$ wiederholt sich periodisch entlang der Frequenzachse mit Periode $\frac{1}{T_0}$ und deren Summe ist eine Konstante $v(0) \cdot T_0$.

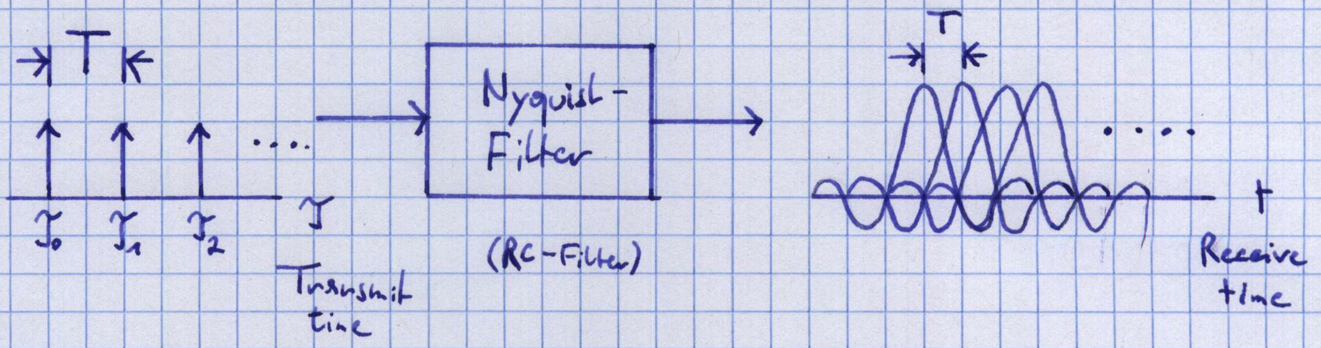


TK 5.2)$_1$

Nyquistfilter

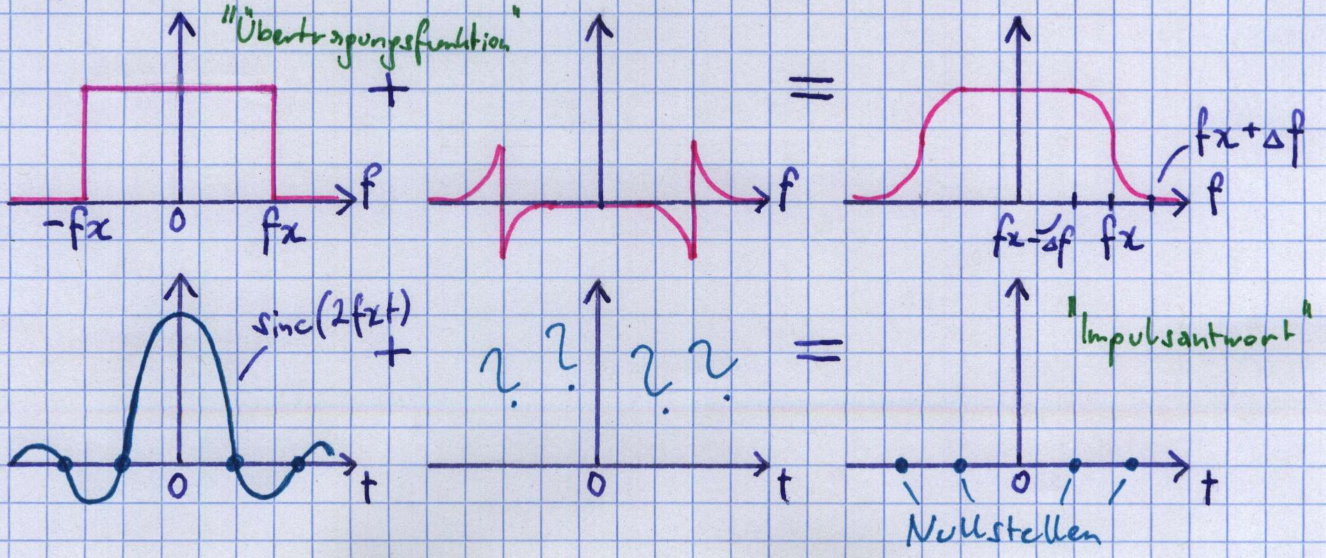
Sind Filter deren Impulsantworten intersymbolinterferenzfrei sind.

Anwendung: Erzeugen aus einem polarisierten Impulsstrom einen ISI-freien Symbolstrom (Kurvenformung - Signalerzeugung).



Konstruktion von Nyquistfiltern:

Addiert man zur Übertragungsfunktion $H(f)$ eines rechteckigen, linearen Tiefpasses (Rechteckfilter) eine bezüglich der Eckfrequenz f_x unsymmetrische Übertragungsfunktion, so bleiben in der Impulsantwort $h(t)$ die Nullstellen ($\mathrm{sinc}(2f_x t)$) erhalten.

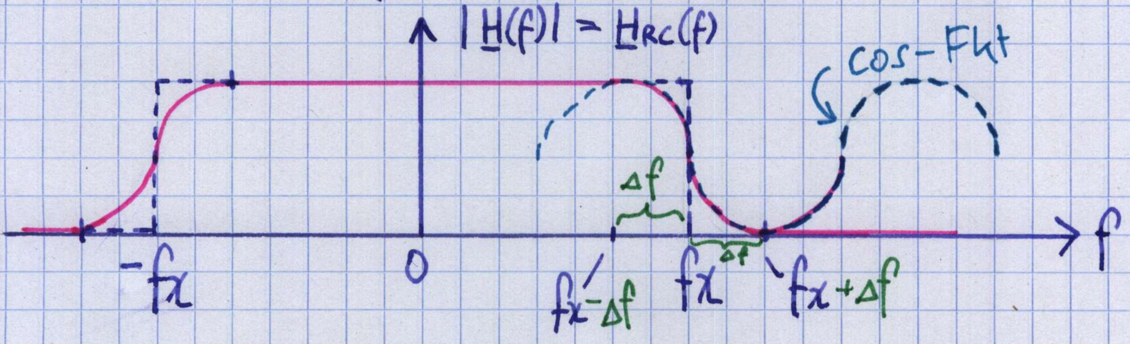


TK 5.2)$_2$

Definition: „Raised Cosine Filter"

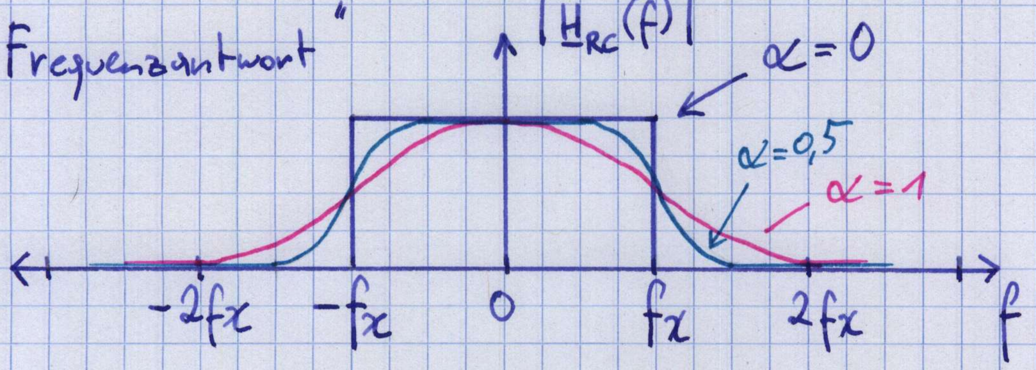
Sind eine wichtige Untergruppe der Nyquistfilter.

$\Rightarrow$ Der Roll-Off entspricht einer halben Kosinusfunktion



$f_x = R_s/2 = \frac{1}{2T_0}$ ..... Eckfrequenz des Vergleichsrechteckfilters

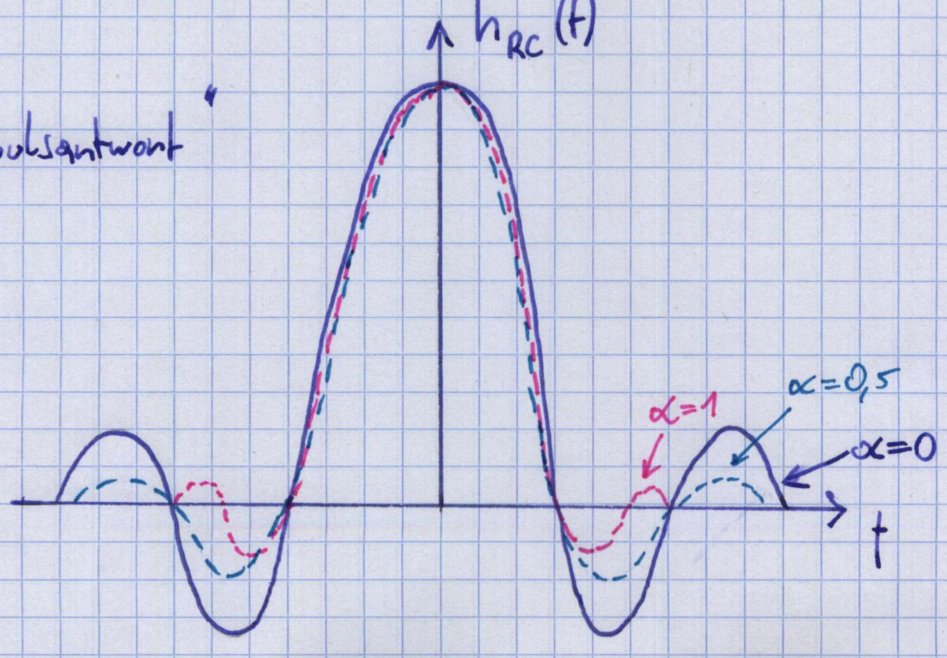
„Frequenzantwort"



Roll-Off:
$\alpha = \Delta f / f_x$

Bandbreite:
$B = (1/2T_0)(1+\alpha)$

„Impulsantwort"



Bandbreiteneffizienz:
$\eta_s = 2/(1+\alpha)$

TK 5.3)₁

Impulsformung für optimalen Empfang

Ziel: Verlässlichere Bitentscheidungen treffen zu können als bei Center Point Detection, d.h. $P_e \Rightarrow \min\{P_e\}$.

Dazu erweitert man die Idee der CDP zur „Matched Filter Detection".

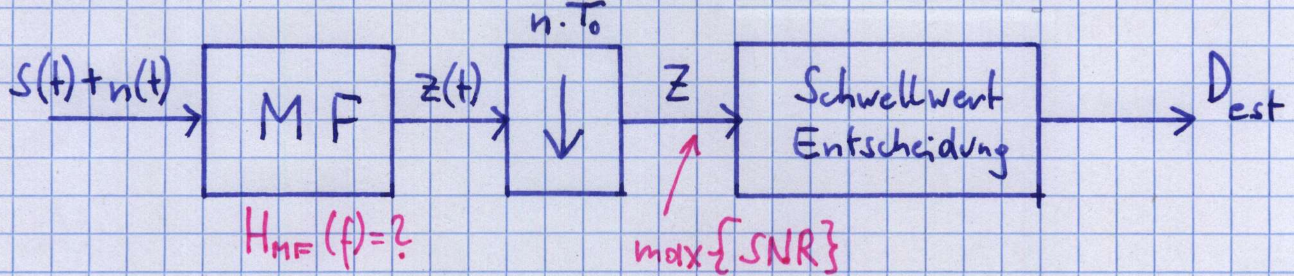
⇒ Durch Mehrheitsentscheidungen sind Einzelfehler korrigierbar!

Erweitert man die Mehrheitsentscheidung (diskret) auf unendlich viele Entscheidungsvariablen, so gelangt man zur Integration (analog) über die Symboldauer T_0 (Entscheidungsintervall).

⇒ „Integrate and Dump Detector (I&D)" → gehört zu den MF-Detektoren

Definition: „Matched Filter (MF)"

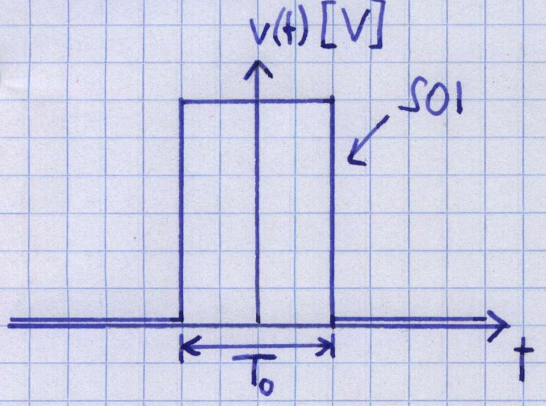
Das MF maximiert das SNR vor der Entscheidungsstufe.

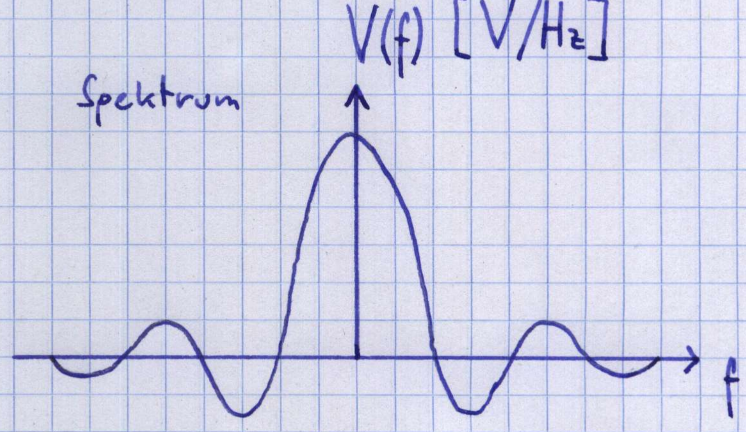


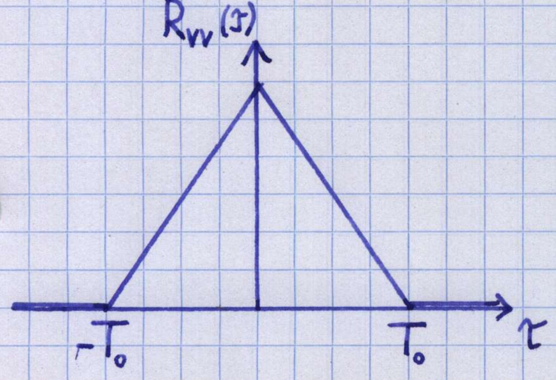
Um die Übertragungsfunktion des MF bestimmen zu können, benötigt man eine geeignete Beschreibung der beteiligten Signale, welche es gestattet das SNR zu erkennen.

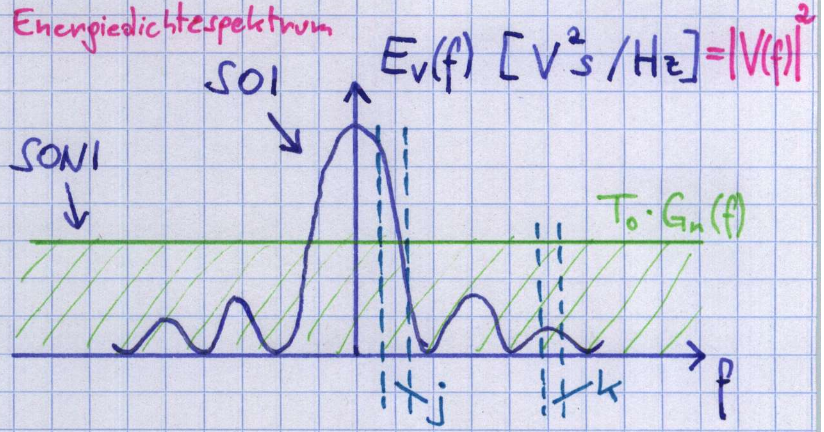
⇒ Die Leistung/Energie der Signale erkennt man im LDS/EDS.

TK 5.3)$_2$









SOI ... Signal of Interest

SONI ..... Signal of No Interest

<u>Annahme:</u> $G_n(f) = N_0 = const$ ..... LDS der Störung

Matched Filter Kriterium: $Z = \max\{SNR\}$

[1] Wir teilen das Frequenzband des Energiedichtespektrums (EDS) in Streifen.

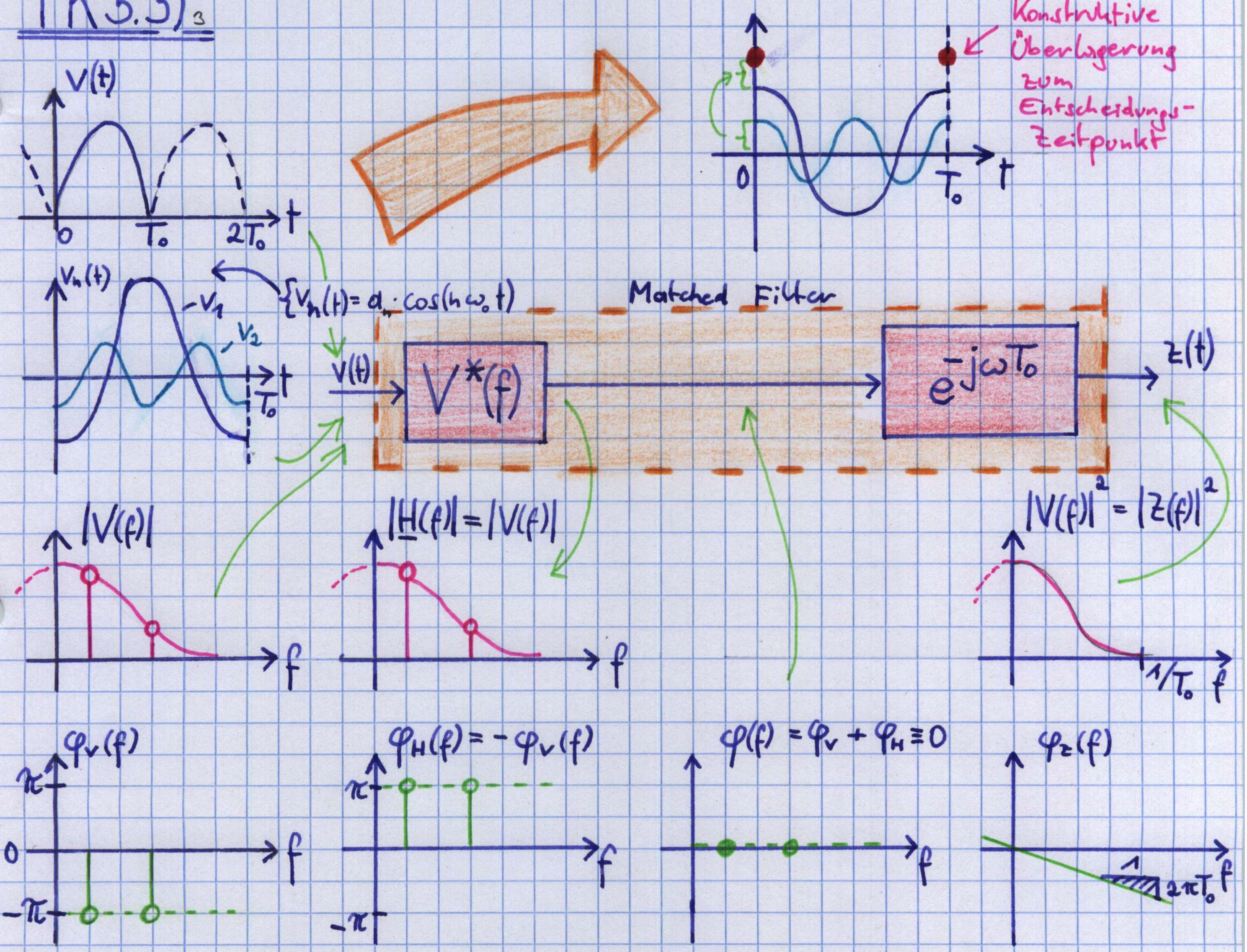
[2] Jene Streifen, welche <u>mehr Signal enthalten</u> bringen mehr für die Entscheidungsvariable Z $(SNR_j > SNR_k)$

[3] EDS am Ausgang des MF wird durch $|H(f)|^2$ bestimmt.
$(E_{out} = H^2 \cdot E_{ein})$

Die <u>quadrierte Filterübertragungsfunktion</u> muss die gleiche Form wie das EDS des Impulses auf den es angepasst ist haben!

$$\Rightarrow \boxed{|\underline{H}(f)|^2 = k^2 \cdot |\underline{V}(f)|^2} \quad \ldots \text{Betragsbedingung}$$

TK 5.3)



[1] Das MF zerlegt das Eingangssignal in seine spektralen Komponenten und ordnet diese so um, dass zum Entscheidungszeitpunkt ein Maximum auftritt. [konstruktive Überlagerung]

[2] Konstruktive Überlagerung tritt dann auf, wenn die Phasen der Komponenten des Eingangssignals negiert werden. [Nullphasenspektrum]

[3] Damit das Filter kausal wird, muss noch die Verarbeitungszeit eines Symbols investiert werden, bis das Ergebnis feststeht. [lineare Phase]

$$\boxed{\varphi(f) = -\varphi_v(f) - 2\pi f T_0}$$ ...... Phasenbedingung

TK 5.3)$_4$

Aus den MF-Bedingungen

$$|H(f)|^2 = k^2 \cdot |V(f)|^2$$

$$\varphi(f) = -\varphi_v - 2\pi f T_0$$

folgt die MF-Gleichung [im Frequenzbereich]:

$$\underline{H}(f) = k \cdot \underline{V}^*(f) \cdot e^{-j\omega T_0}$$

Um das Ausgangssignal eines LTI-Filters zu erhalten, muss man die Impulsantwort des Filters mit dem Eingangssignal falten:

$$z(t) = h(t) * v(t) \qquad v(t) \longrightarrow \boxed{h(t)} \longrightarrow z(t)$$

Die Impulsantwort erhält man durch Fourier-Rücktransformation der Übertragungsfunktion des MF's. ($h(t) = FT^{-1}\{\underline{H}(f)\}$

Transformation des MF-Kriteriums (Frequenzaussage) in den Zeitbereich:

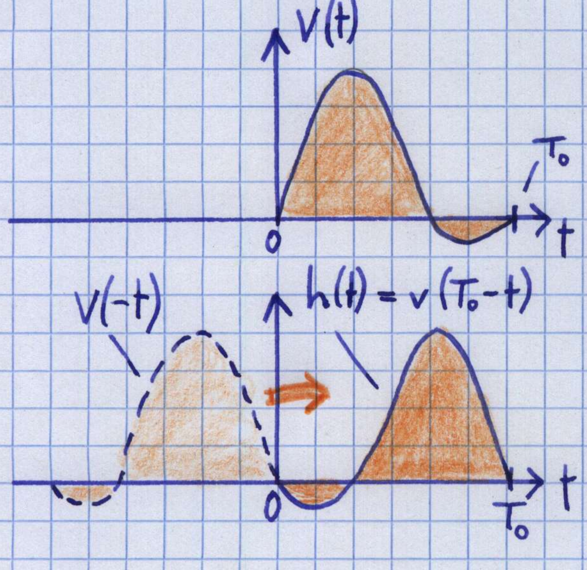
$$h(t) = FT^{-1}\{\underline{H}(f)\} = \int \underline{H}(f) \cdot e^{j2\pi f t}\, df =$$

$$= \int k \cdot \underline{V}^*(f) \cdot e^{j2\pi f (t-T_0)}\, df =$$

$$= k \left[\int \underline{V}(f) \cdot e^{j2\pi f (T_0 - t)}\, df \right]^* =$$

$$= k \cdot \underline{v}^*(T_0 - t)$$

TK 5.3)$_5$



Die Impulsantwort eines MF entspricht dem zeitinversen Impuls (an welchen es angepasst ist) verzögert um die Impulsdauer T_0.

Ausgangssignal: $z(t) = h(t) * v(t) = v(t) * [k \cdot \underline{v}^*(T_0 - t)] =$

$$= k \int v(t') \cdot v(T_0 - t + t')\, dt'$$

Substitution: $T_0 - t = \tau$

$$\boxed{z(t)} = z(T_0 - \tau) = k \int v(t') \cdot v(\tau + t')\, dt' = \boxed{k \cdot R_{vv}(\tau)} = k \cdot R_{hh}(\tau)$$

Weil die Impulsantwort dem zeitinversen und um T_0 verschobenen Eingangsimpuls entspricht, wird das Ausgangssignal durch die Faltungsoperation (durch eine nochmalige Zeitumkehr des Eingangsimpulses) die Autokorrelation des Eingangsimpulses!

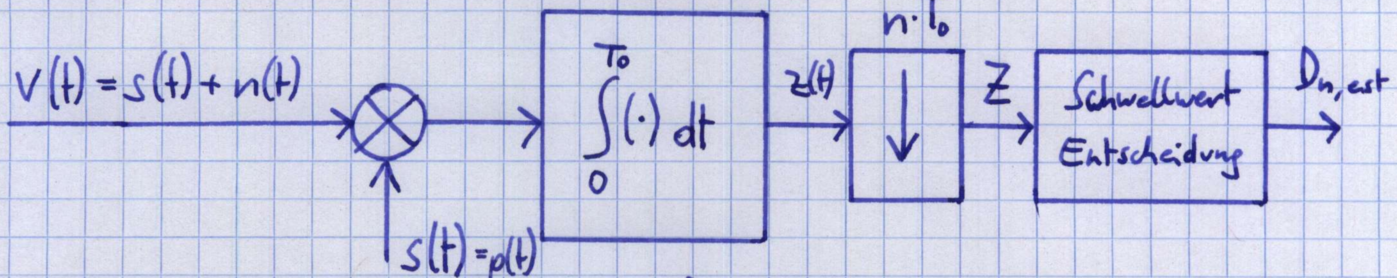
TK 5.4)$_1$

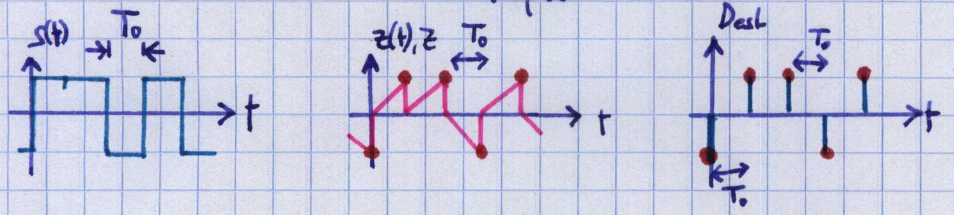
Realisierung eines Matched Filter's

Das Ausgangssignal des MF entspricht der um T_0 verschobenen Autokorrelationsfunktion des Eingangsimpulses.

Die Korrelationseigenschaft erlaubt die Realisierung im Zeitbereich.

$\Rightarrow$ Korrelationsdetektion (I & D)





Eigenschaften des I&D - MF:

[1] Nur ein Punkt der Korrelationsfunktion wird berechnet: $R_{vs}(0)$

[2] Einfach und billig

[3] Referenz muss synchron mit dem Eingangssignal mitlaufen.
D.h. eine Symbolsynchronisation ist notwendig.

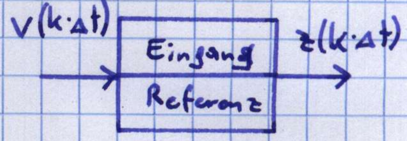
[4] Symboltakt muss vorhanden sein für exakten Entscheidungszeitpunkt.

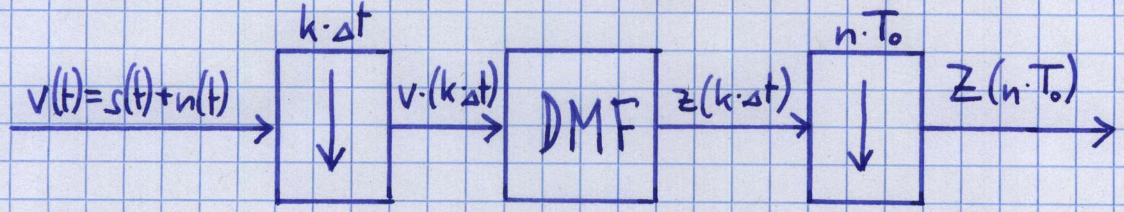
[5] Hardware billig, aber Synchronisation aufwendig.

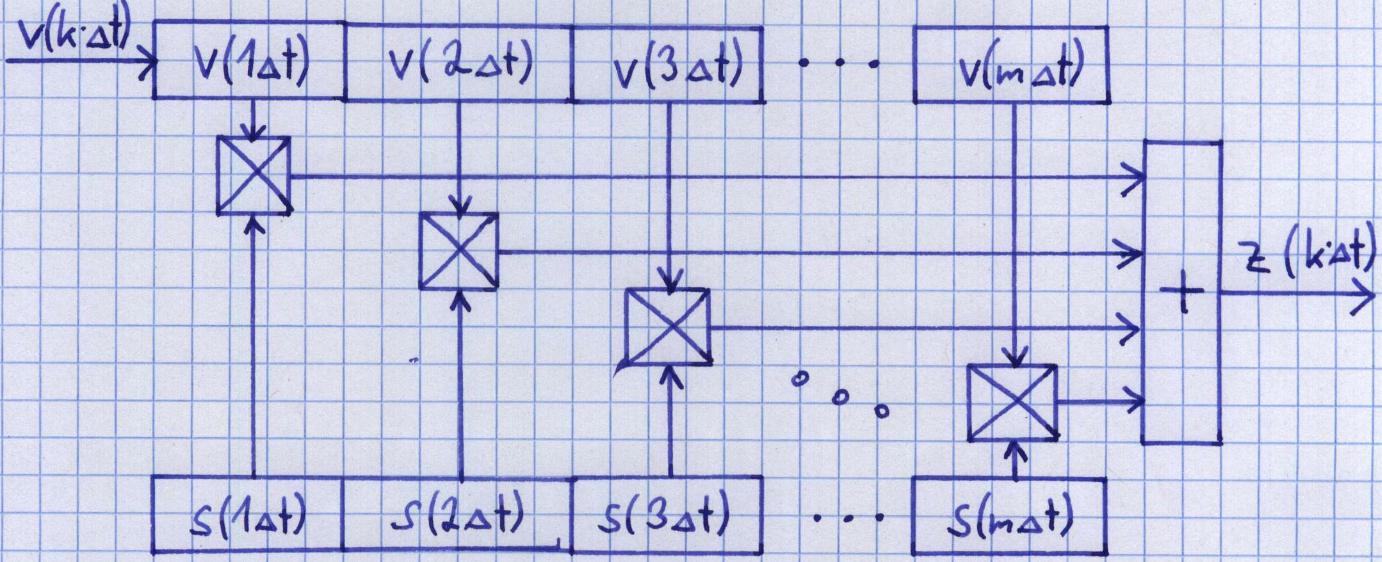
TK 5.4)

Digitales Matched-Filter:

Diskrete Realisierung, Referenz fest stehend







Eigenschaften des DMF:

[1] Alle Punkte der Korrelationsfunktion werden berechnet: $R_{vs}(\tau)$

[2] Aufwändig und teuer

[3] Höheren Leistungsverbrauch

[4] Referenz steht fest (eingebrannt) ⇒ Symbolsynchronisation innerhalb einer Symboldauer T_0 ⇒ Symbol meldet sich von selbst.

[5] Kein exakter Symboltakt vorhanden für Entscheidungszeitpunkt (SNR nicht unbedingt ein Maximum)