

Coinceurs à cames en escalade libre



Sommaire



Présentation du système

Répartition des efforts



Dimensionnement et géométrie d'une came

Théorie géométrique et expérience de validation



Optimisation du système

Optimisation de la masse



Analyse et conclusion

Mise en relation des résultats

I. Présentation du système

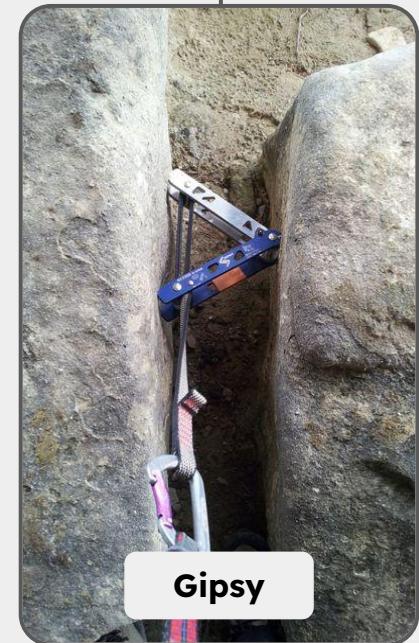
Coinceurs



Bicoins

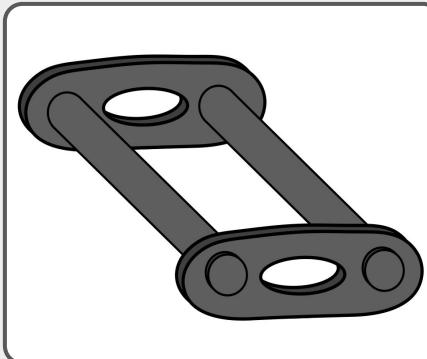
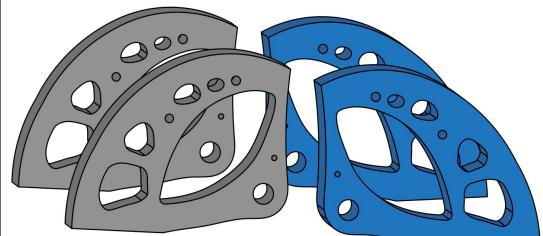


Friend

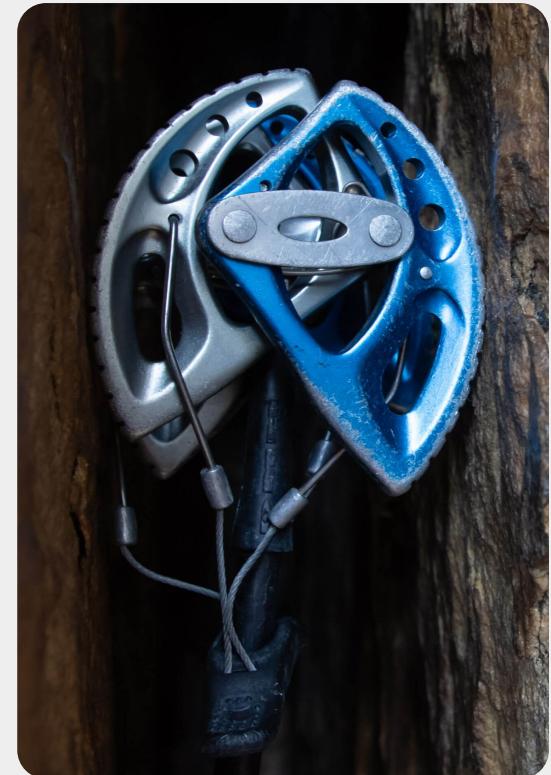


Gipsy

Composition



- **2 ou 4 lobes** montées en opposition
- **1 ou 2 axes** de rotation en acier
- **Ressorts** maintenant les cames ouvertes
- **Câbles de commande** pour refermer les lobes

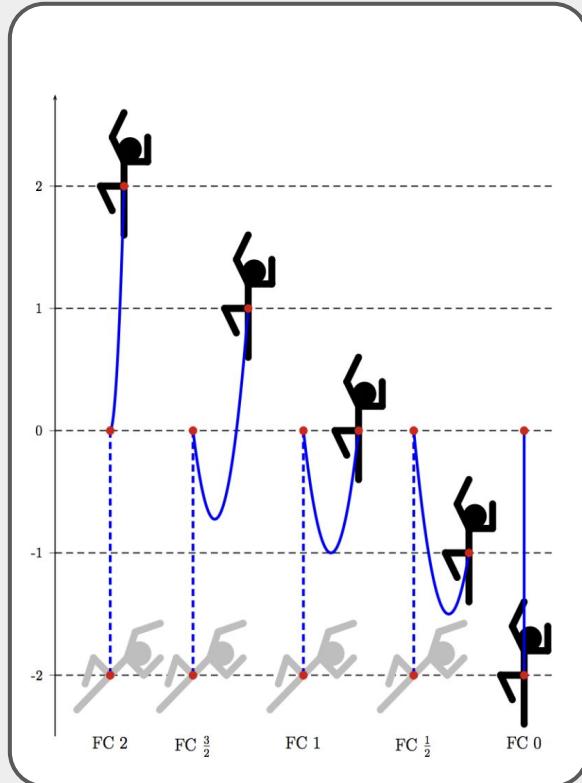


Force de choc :

$$F_c = \frac{h}{L}$$

- h : hauteur de chute
- L : longueur de corde entre le grimpeur et le point d'assurage

$$F_{choc} = mg \left[1 + \sqrt{1 + \frac{2SEF_c}{mg}} \right]$$



AN:

$$E = 112 \text{ MPa}$$

$$m = 75 \text{ kg}$$

$$D_{corde} = 1 \text{ cm} \iff S = 80 \text{ mm}^2$$

$$F_c = 2$$

$$F_{choc} \approx 5,9 \text{ kN}$$

Norme européenne
5 kN

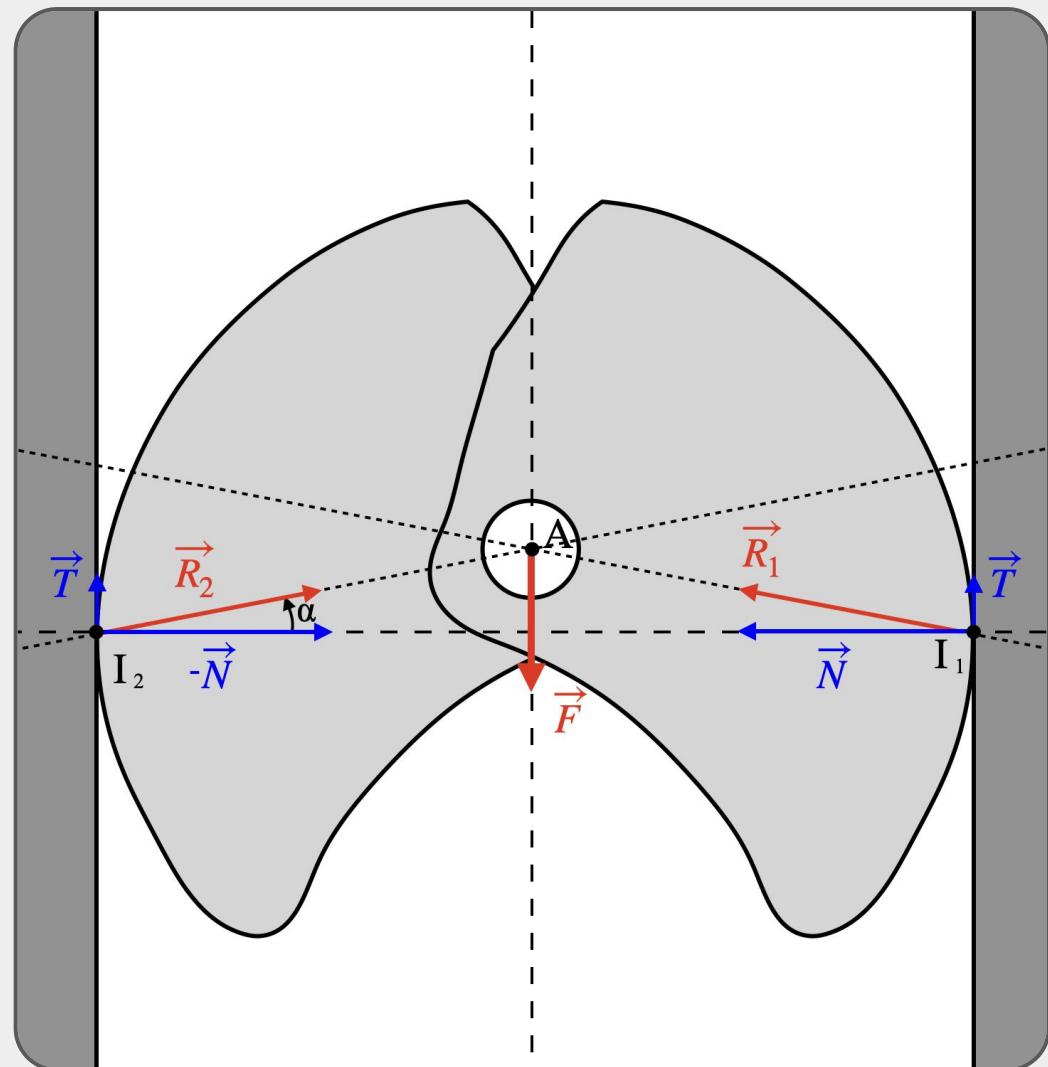
Répartition des efforts

Principe fondamental
de la statique

$$\|\vec{F}\| = 2\|\vec{T}\|$$

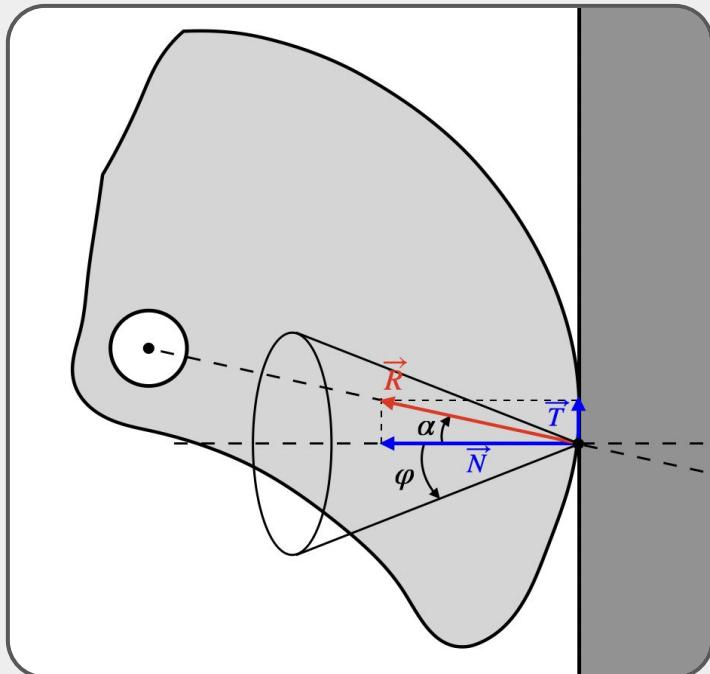
$$\|\vec{T}\| = \tan(\alpha)\|\vec{N}\|$$

$$\|\vec{N}\| = \frac{\|\vec{F}\|}{2 \tan(\alpha)}$$



II. Dimensionnement géométrique

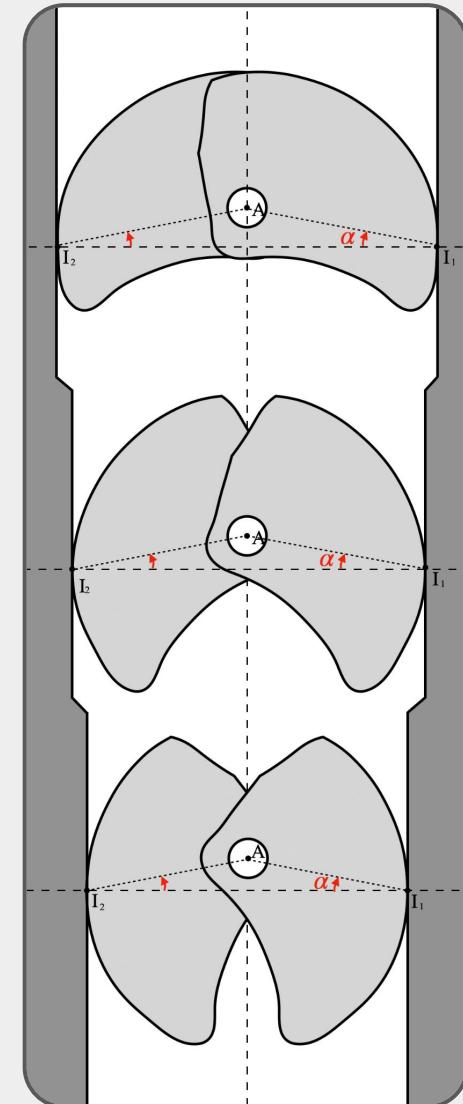
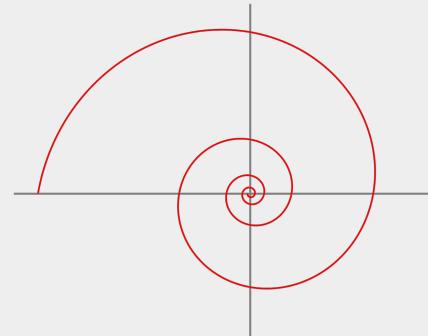
Loi de Coulomb : $\alpha \leq \varphi$



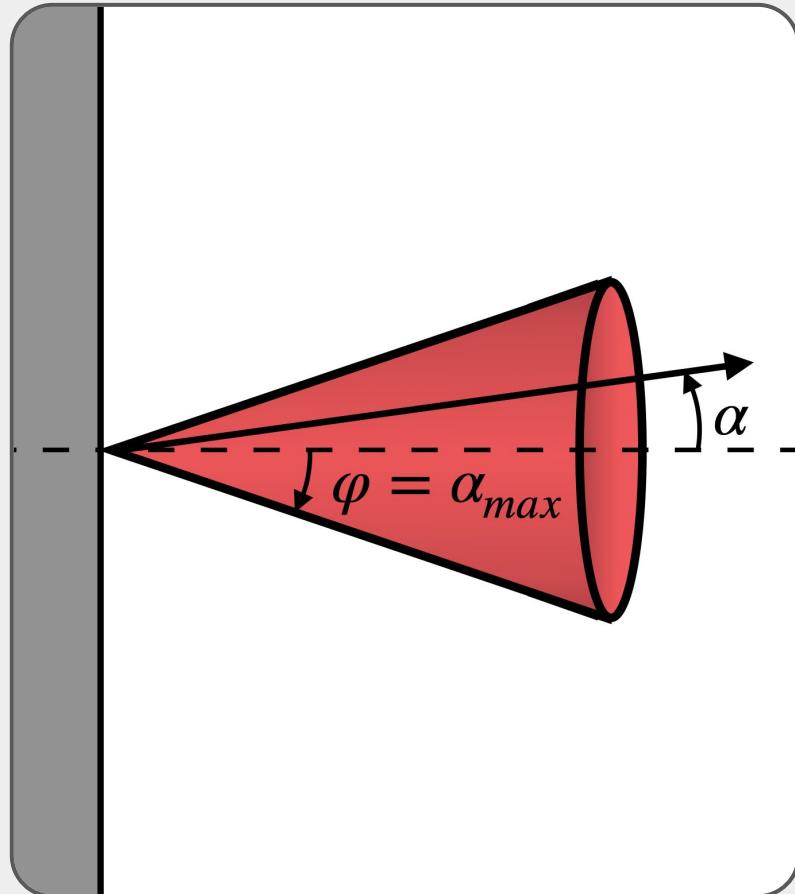
On souhaite avoir un **angle constant**

Spirale Logarithmique

$$r(\theta) = r_0 e^{\tan(\alpha)\theta}$$



Coefficient de frottement



Pour du **granite** :

- $\mu \in [0,32; 0,46]$
- $\varphi = \arctan(\mu)$
- $\varphi \in [18^\circ, 25^\circ]$

Par mesure de **sécurité** on prend le coefficient entre l'**alliage AW 2011 et de l'acier S235**

- $\mu = 0,27$
- $\varphi = \alpha_{max} = 15,1^\circ$

Pression admissible

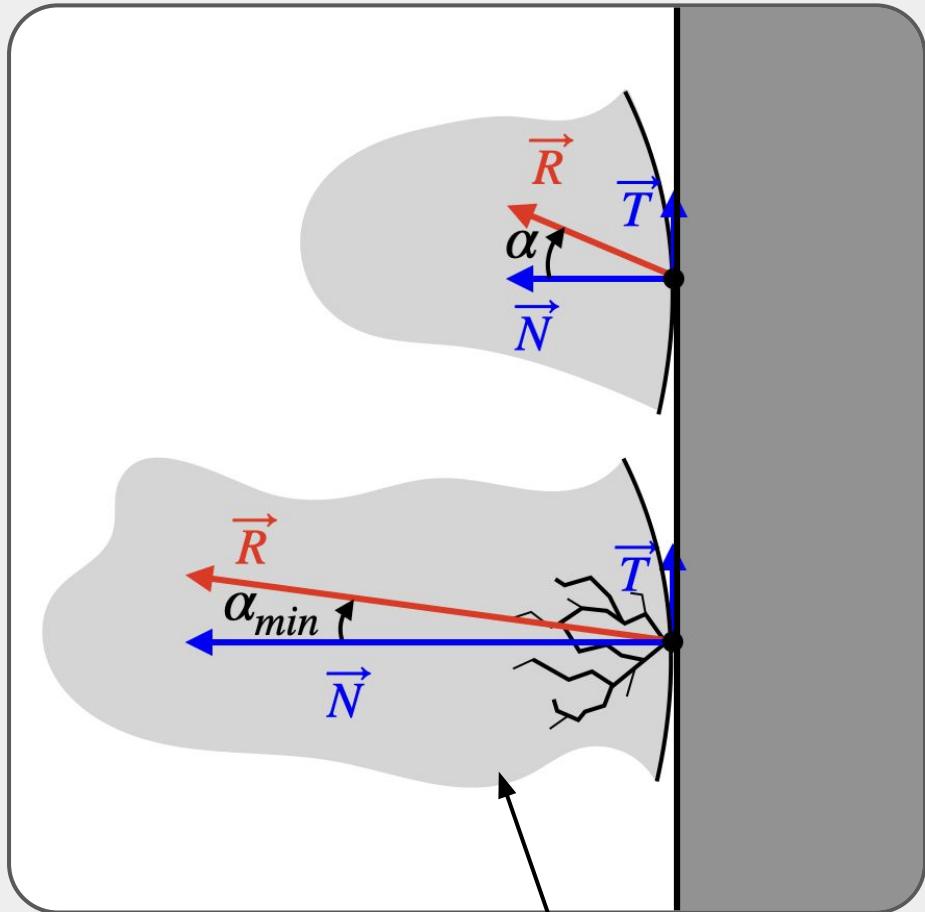
$$\|\vec{N}\| = \frac{\|\vec{F}\|}{2 \tan(\alpha)}$$



$$\lim_{\alpha \rightarrow 0^+} \|\vec{N}\| = +\infty$$

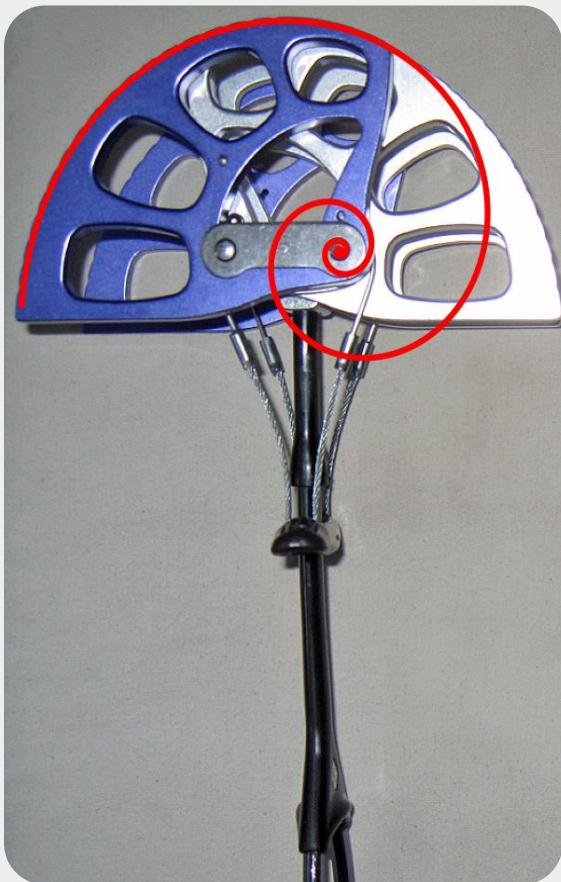
- $N_{max} = 16 \text{ kN}$
- $F = 5 \text{ kN}$

$$\alpha_{min} \approx 8,9^\circ$$



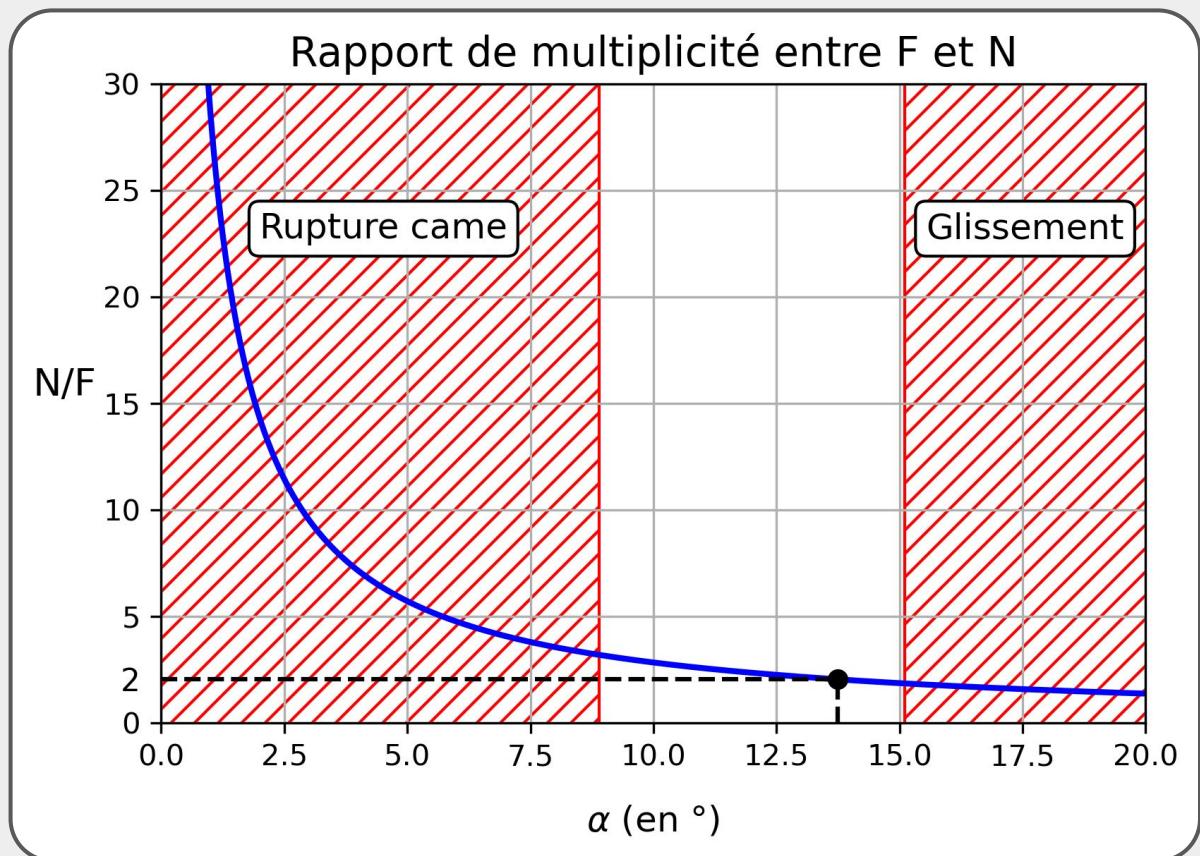
Aluminium 7075

Spirale logarithmique optimale



$$r(\theta) = r_o \cdot e^{\theta \tan(13.7^\circ)}$$

$$\|\vec{N}\| = \frac{\|\vec{F}\|}{2 \tan(\alpha)}$$



Objectif de l'expérience

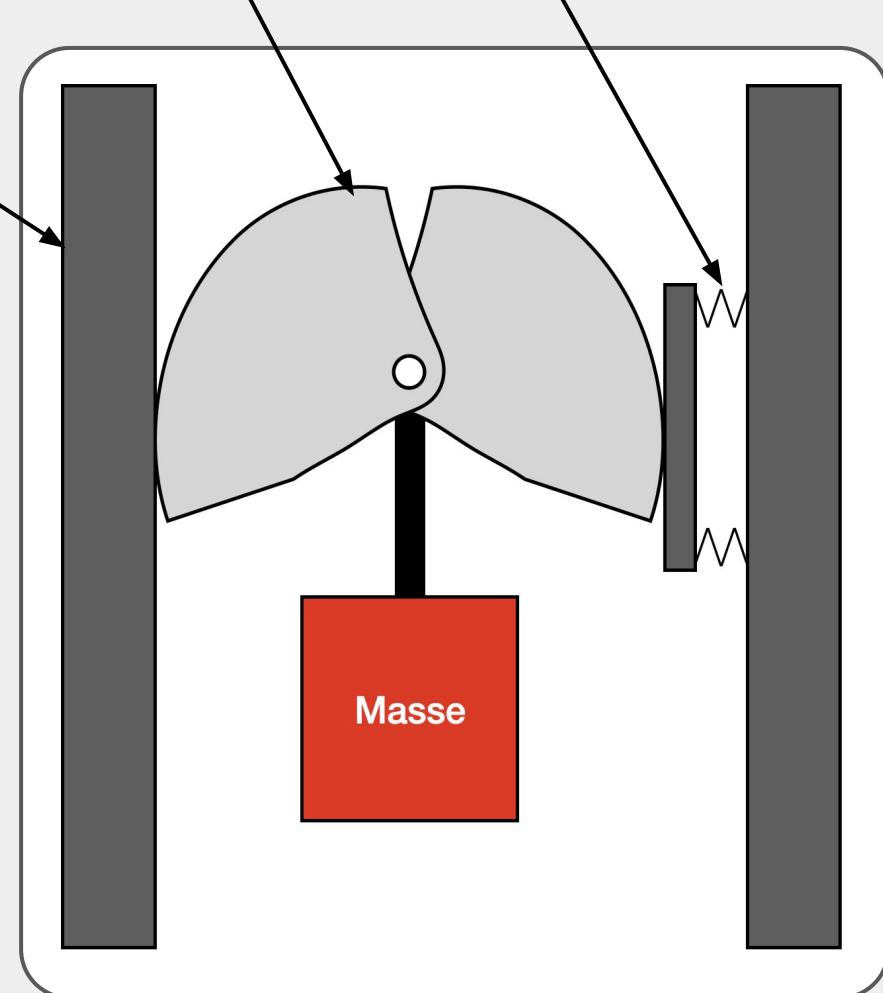
- Mesurer la **force normale** pour **differentes valeurs de masse**
- Analyser les répartitions d'effort
- Comparaison avec la théorie

$$\|\vec{N}\| = \frac{\|\vec{F}\|}{2 \tan(\alpha)}$$

Support rigide

Prototype de came

Jauge de contrainte

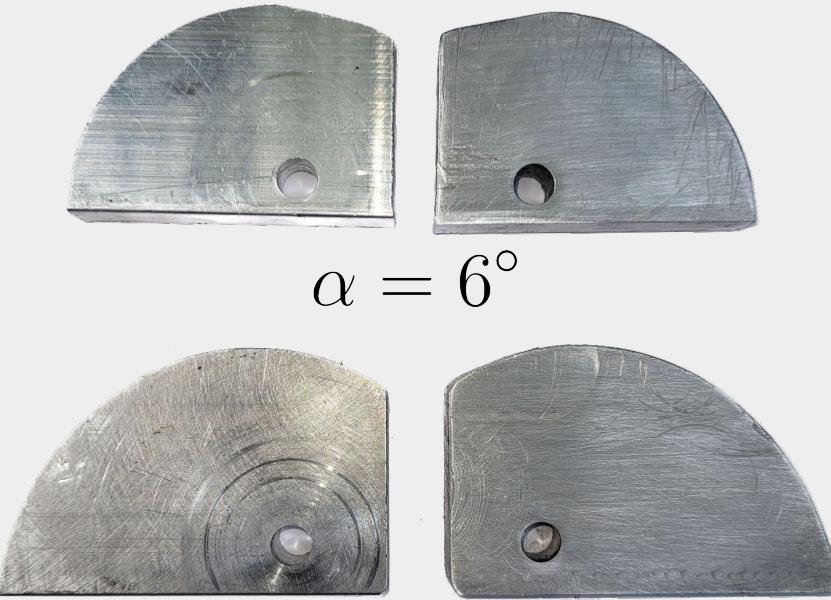
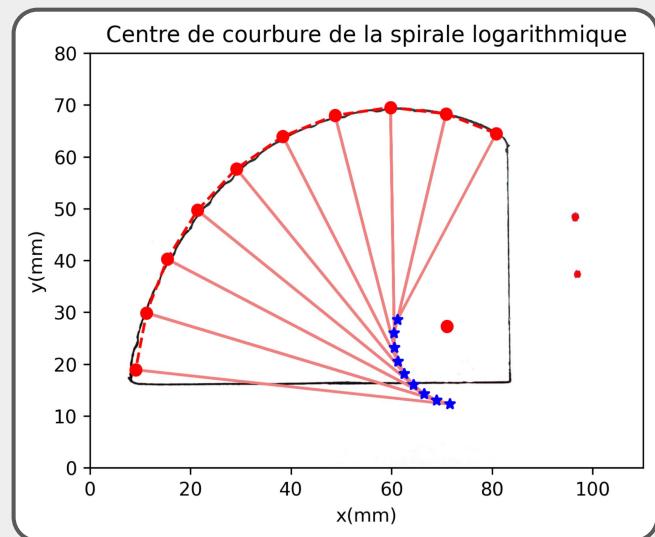


Lobe d'angle **6° et 13,7°**

Usinage des coincideurs



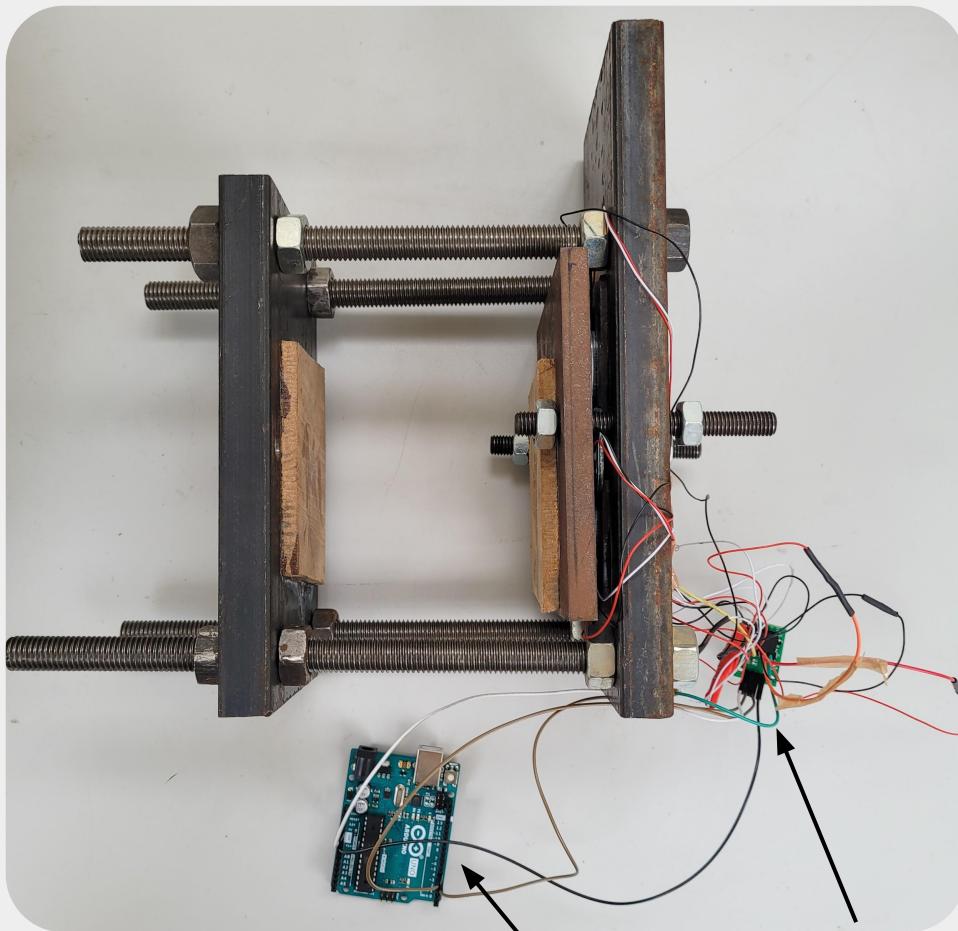
- Usinage **machine 3 axes**
- Forme de la spirale logarithmique obtenue à l'aide d'un script **Python**



$$\alpha = 6^\circ$$

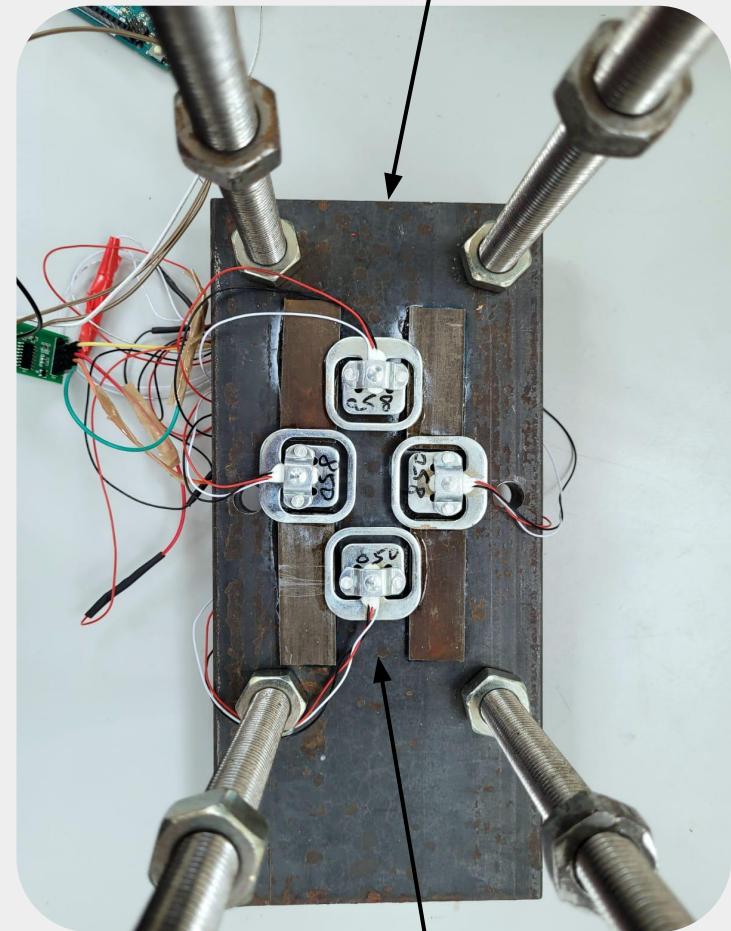
$$\alpha = 13, 7^\circ$$

Réalisation du support



Arduino Uno

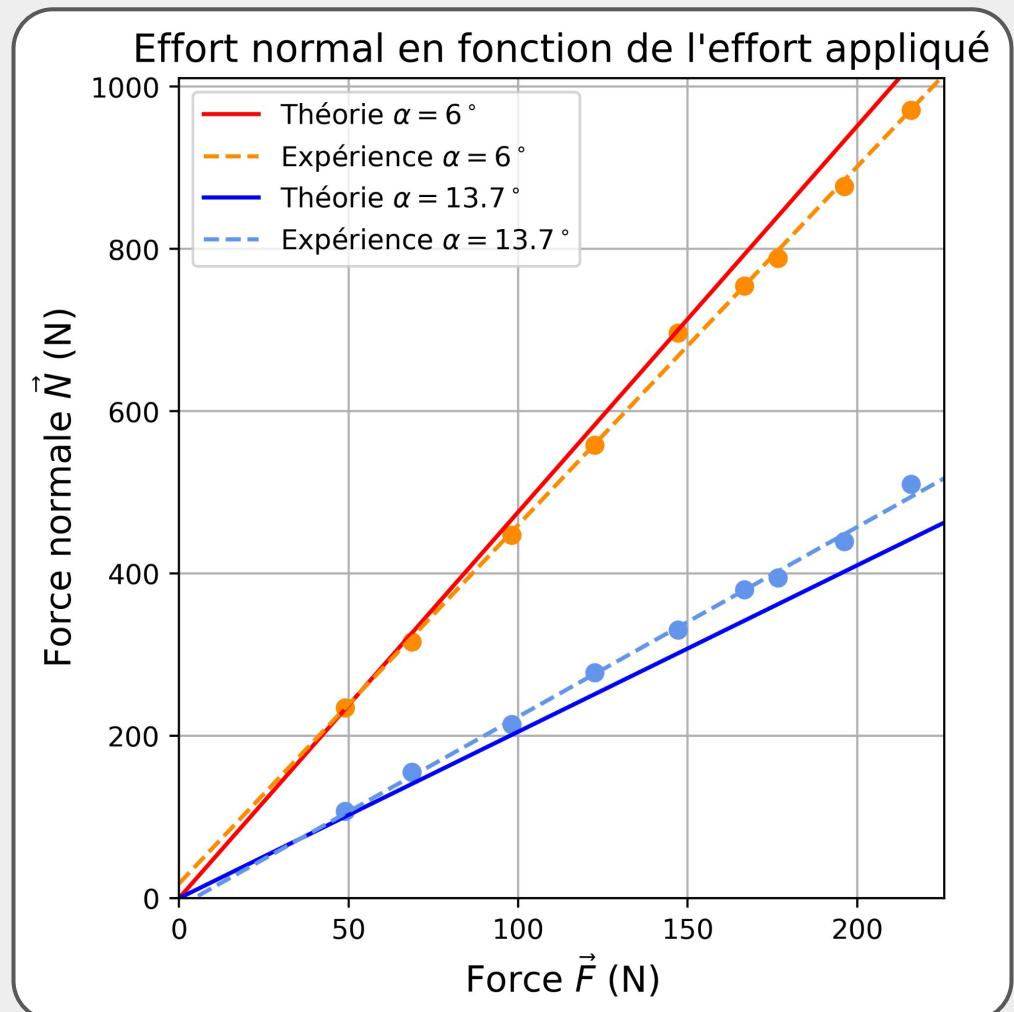
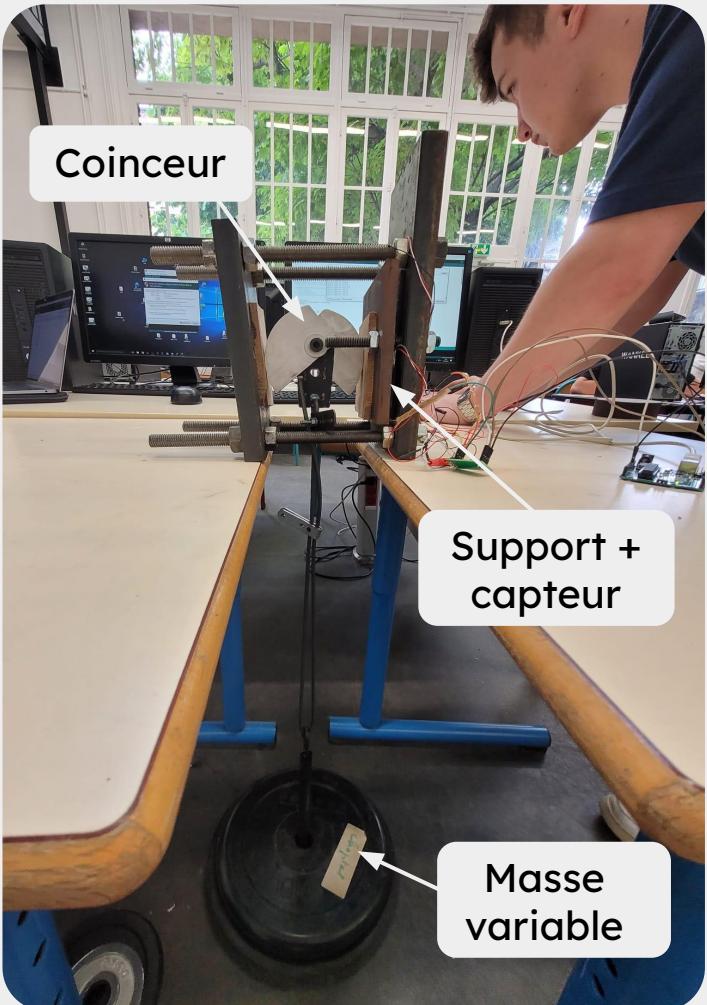
CAN



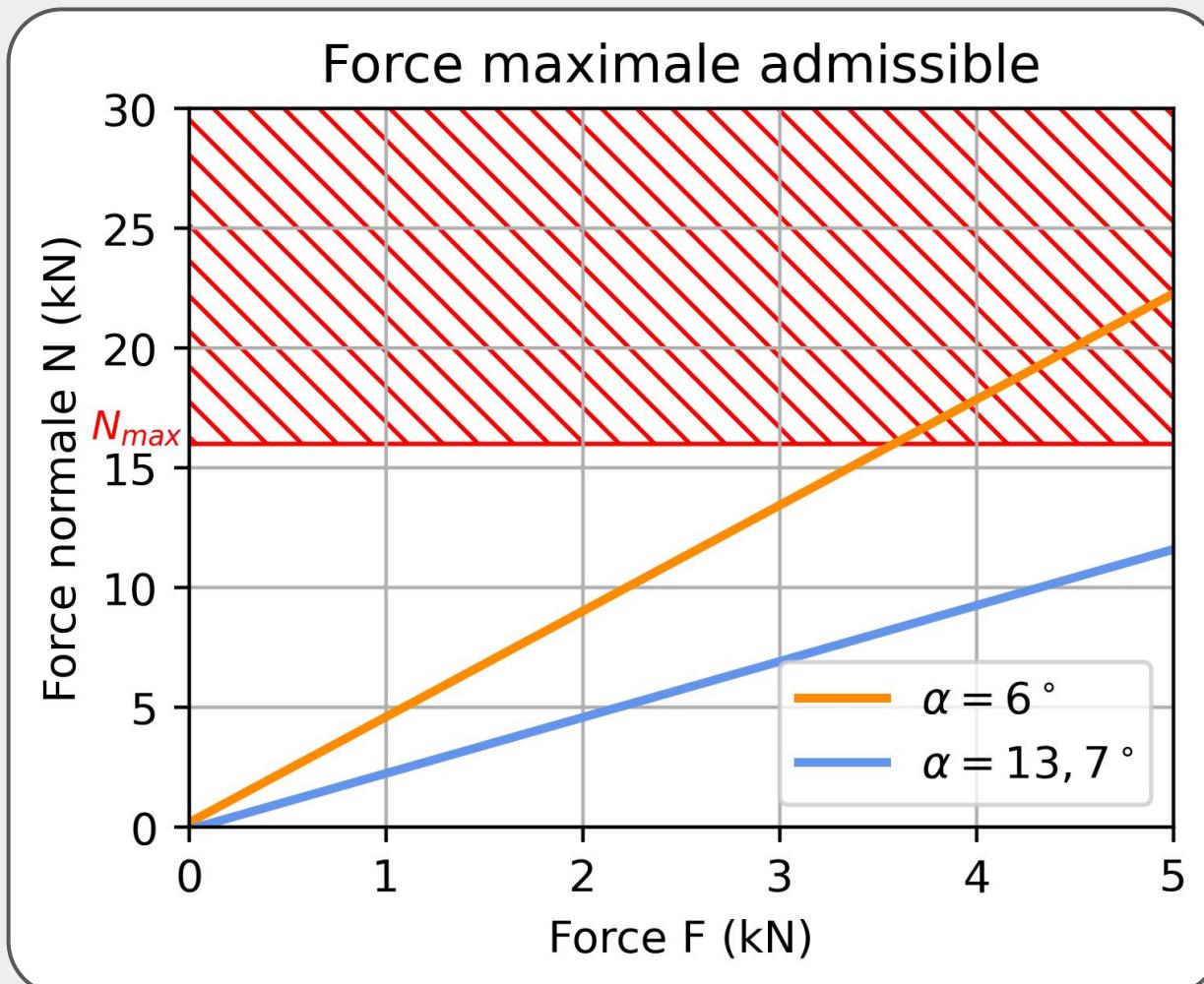
Jauge de contrainte

Support en acier

Expérience



Résultat



$\alpha = 6^\circ$



$\alpha = 13, 7^\circ$

III. Optimisation de la masse

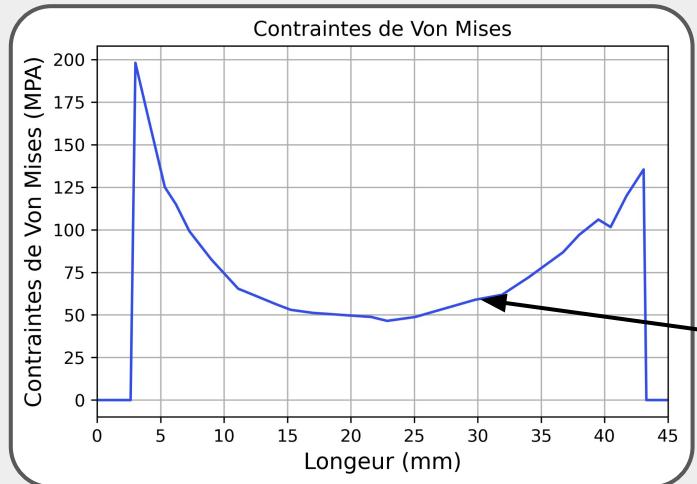
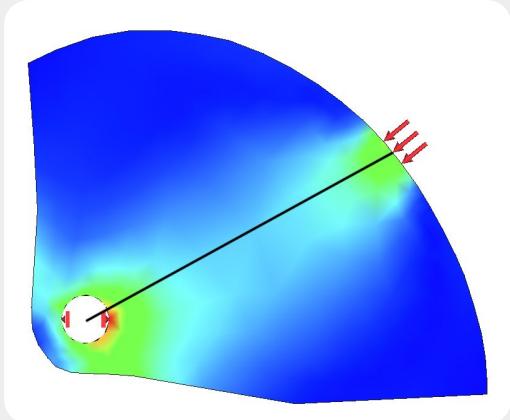
- Grande quantité de matériel nécessaire ($\approx 15\text{kg}$)
- Coinceur à came non optimisé :
 - **Un lobe : 30g**
 - **10 coincideurs : plus de 1 kg de lobe**



Problématique :

Comment optimiser la masse des lobes tout en vérifiant les critères de contraintes ?

Simulation des efforts par éléments finis

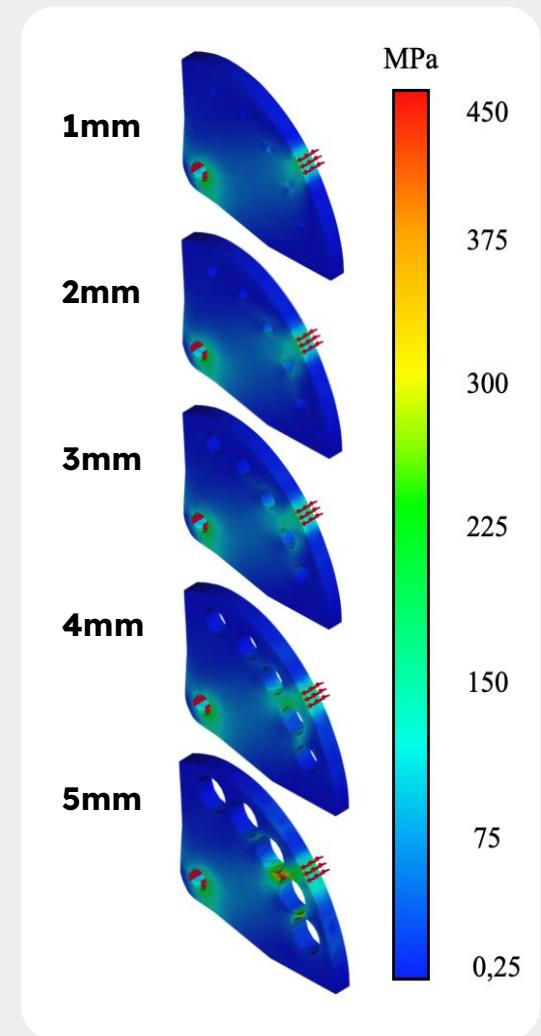


- Force 5 kN

- Ecrêtage selon la ligne des contraintes maximales

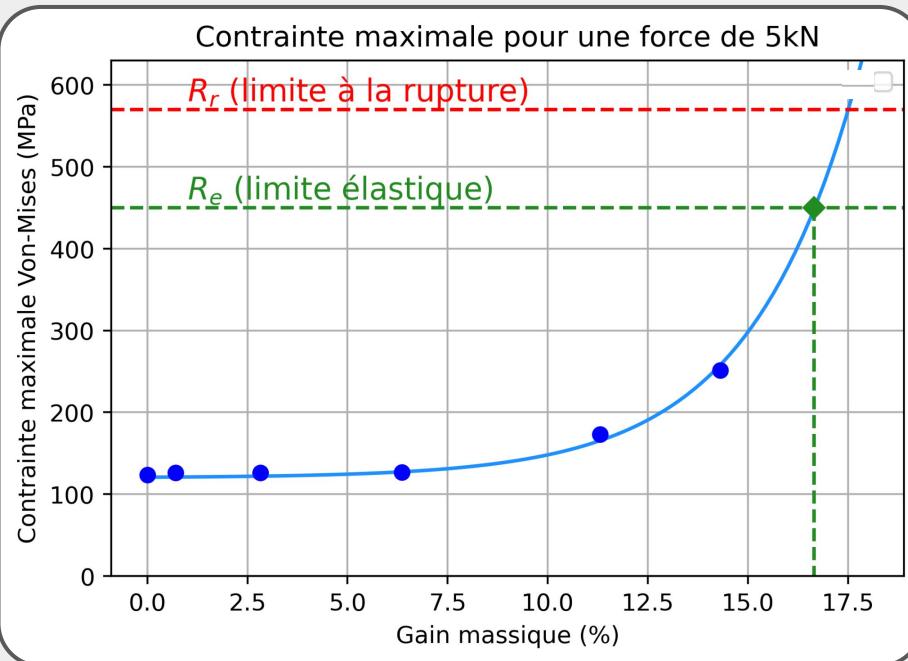
- Même procédé pour des lobes avec différents rayons de perçage

Surdimensionné



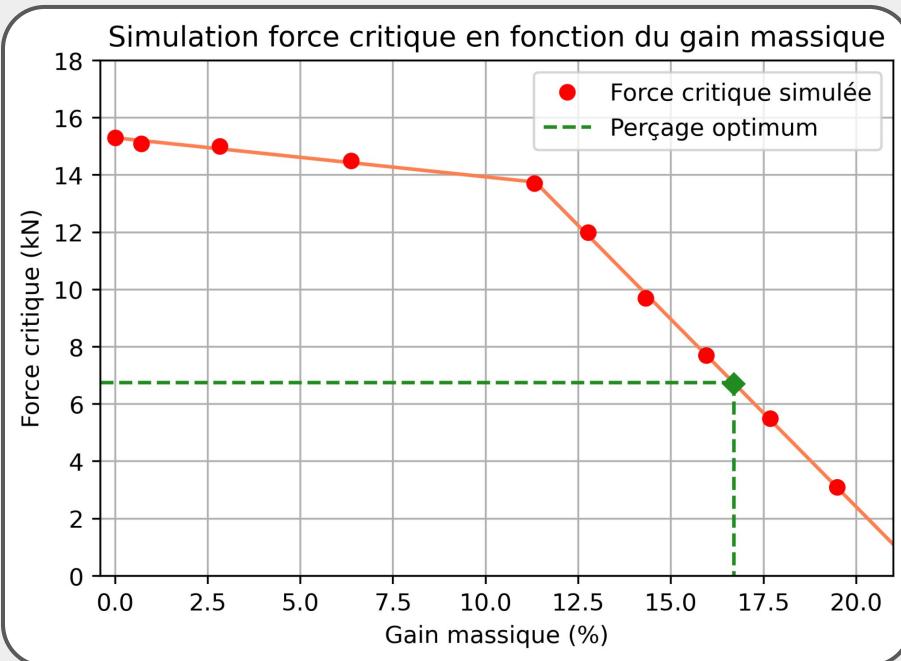
Taille de perçage maximale

Contrainte maximale pour
 $F=5 \text{ kN}$



Optimum : $R = 4,83\text{mm}$

Force critique pour différent diamètre de perçage



Pente : $-1,31 \text{ kN}/\%$

Vérification expérimentale

Expérience

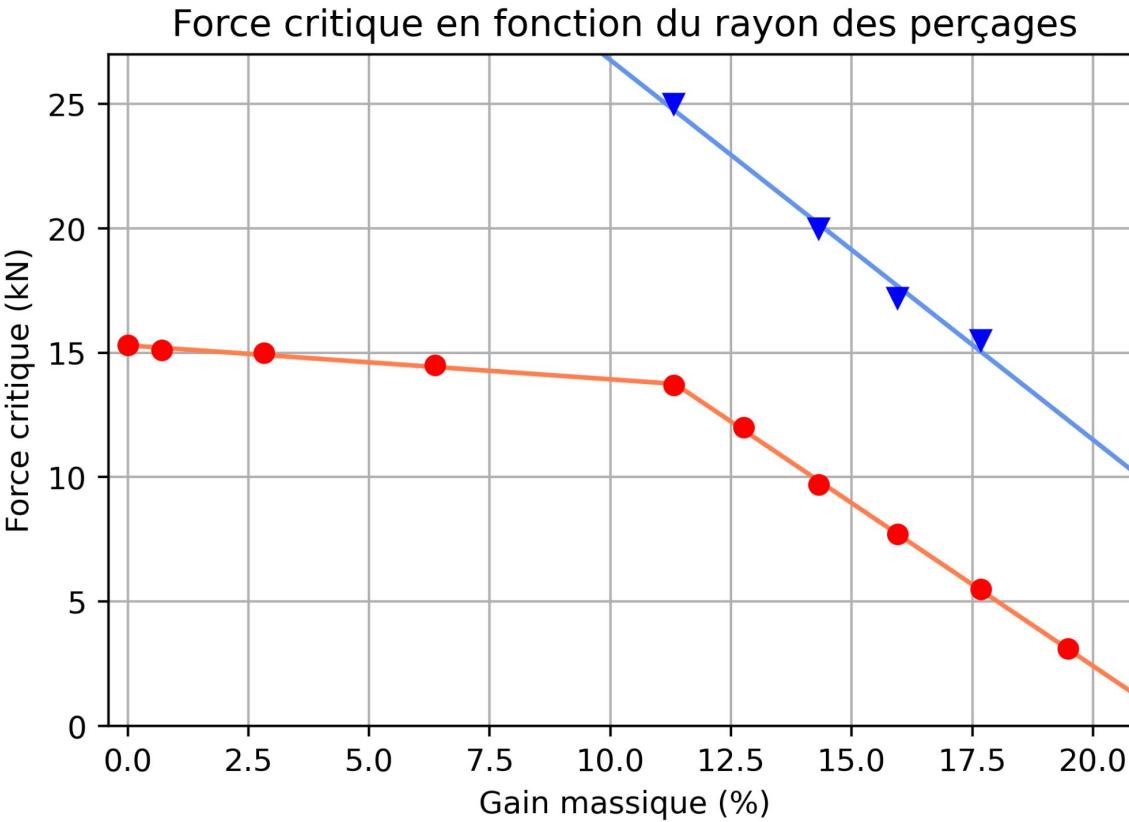


Came aluminium



Presse hydraulique

Résultat

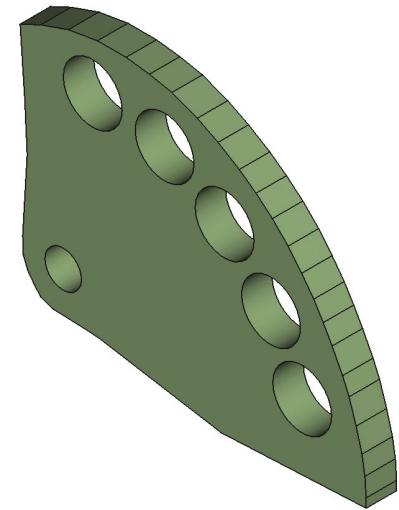


Pente expérimentale : **-1,53 kN/%**

Cohérence avec la simulation

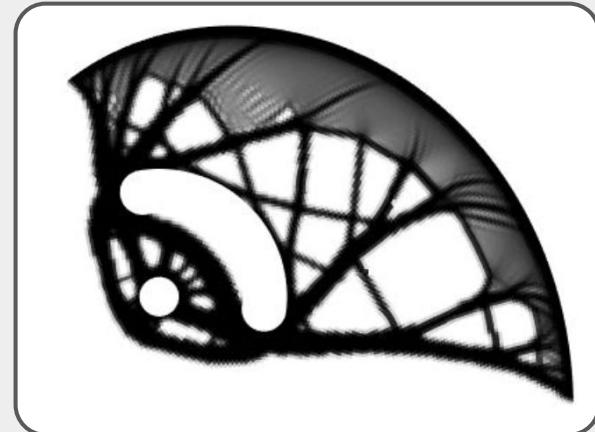
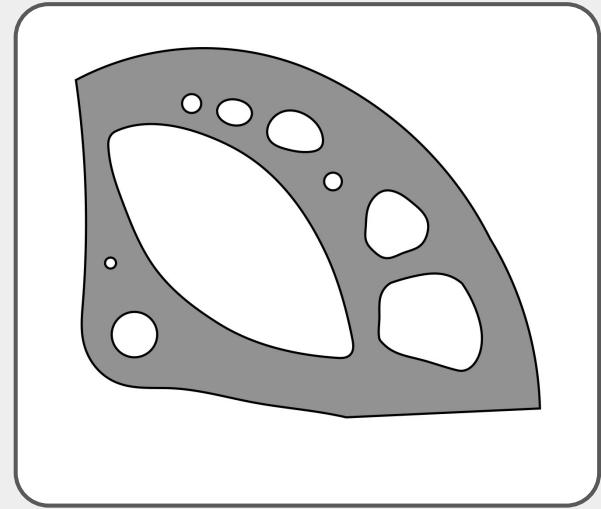
Came optimale :

- Gain massique : **16,7%**
- Nouvelle masse d'un lobe : **25g**
- **1 kg → 830g**



Conclusion

- ▲ Dimensionnement de la géométrie des lobes de coincideurs à cames :
 - Justification de la valeur de l'**angle α**
 - Validation expérimentale
- ▲ Optimisation de la masse de lobe de coincieur à came :
 - **Simulation éléments finis**
 - Validation de simulation par expérimentation
- ▲ Possibilité de mieux optimiser un lobe
- ▲ Évaluer l'impact de la forme fissure sur la répartition des efforts



Bibliographie

- [1] David Rybansky , Martin Sotola , Pavel Marsalek , Zdenek Poruba et Martin Fusek : *Study of Optimal Cam Design of Dual-Axle Spring-Loaded Camming Device.* MDPI, 2021.
Pages 4-7 et 10-16
- [2] Marc-André Désautels : *Les mathématiques en alpinisme.* Association mathématiques du Québec, 2017
- [3] Dies-Diverchy Laëtitia : *Thèse : Influence d'une texturation déformable sur l'adhésion et la friction.* Université Paris-Sud, École doctorale EDPIF, 2015.
- [4] John Hickey, Kaitlin DeHerrera, Jared Christned, Ryan Edwards : *Spring loaded camming device, Final Design Review.* California Polytechnic State University, San Luis Obispo, 2020.
- [5] *Mountaineering equipment - Frictional Anchors - Safety requirement and test methods* : EN 12276 Norme européenne , septembre 1998.
- [6] Monte Johnston: *Revue : DMM Dragon cams.* Black Sheep Adventures Sports:
<https://blacksheepadventuresports.com/2017/05/30/review-dmm-dragon-cams/>

Annexe 1 :

Loi de Hooke :

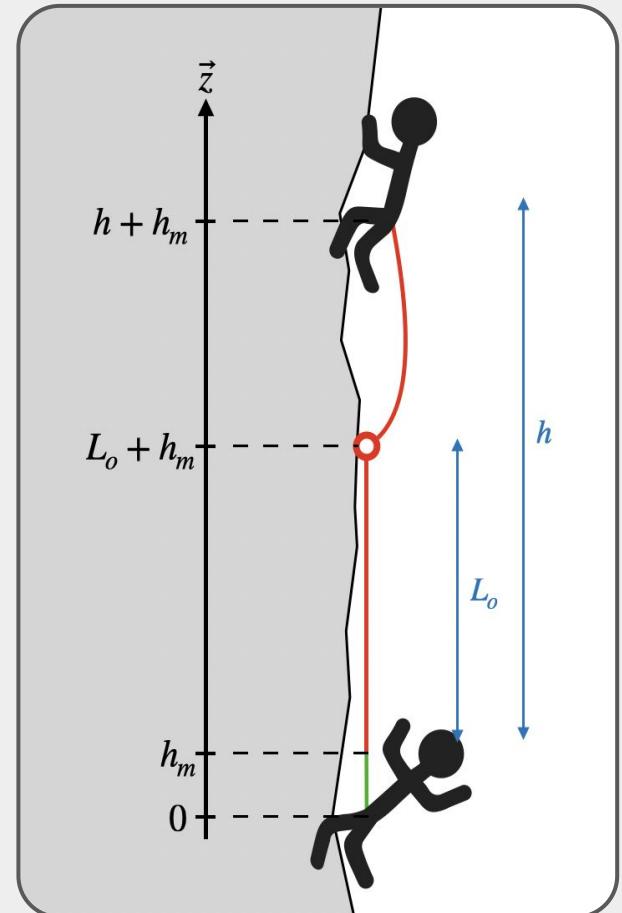
$$\frac{h_m}{L_0} = \epsilon \text{ et } \sigma = \frac{F}{S}$$
$$\frac{F}{SE} = \frac{h_m}{L_0}$$

- Energie potentielle :

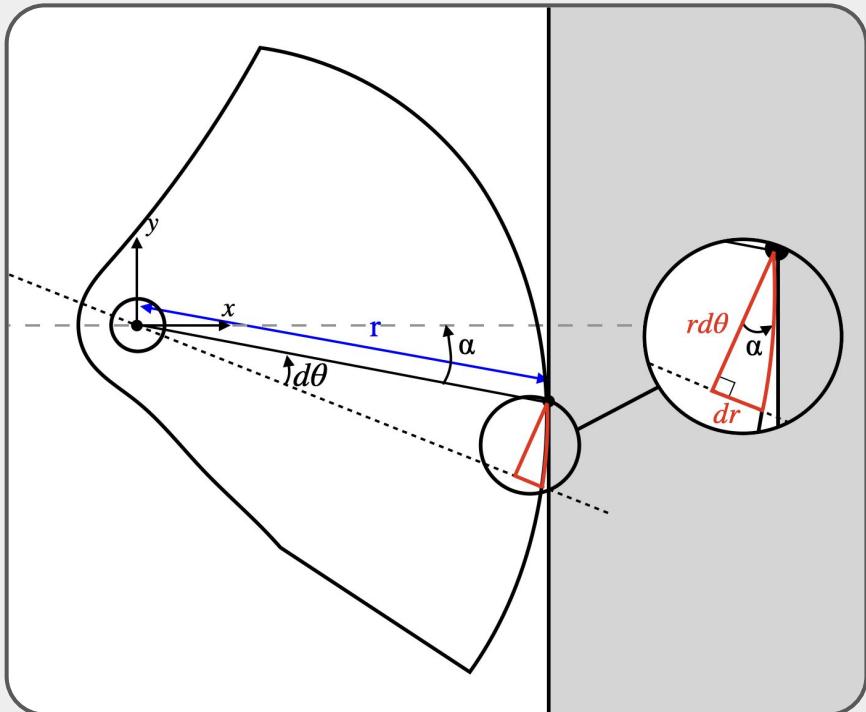
$$E_{p1} = mg(h + h_m)$$
$$E_{p2} = \frac{1}{2}kh_m^2 \text{ avec } k = \frac{SE}{L_0}$$

- Théorème de l'énergie mécanique:

$$E_{m1} = E_{m2} \iff mg(h + h_m) = \frac{SEh_m^2}{2L_0}$$
$$\iff h_m = mg \frac{L_0}{SE} \left[1 + \sqrt{1 + \frac{2SEF_c}{mg}} \right]$$
$$\iff F_{choc} = mg \left[1 + \sqrt{1 + \frac{2SEF_c}{mg}} \right]$$



Annexe 2 :



$$\tan(\alpha) = \frac{dr}{r d\theta}$$

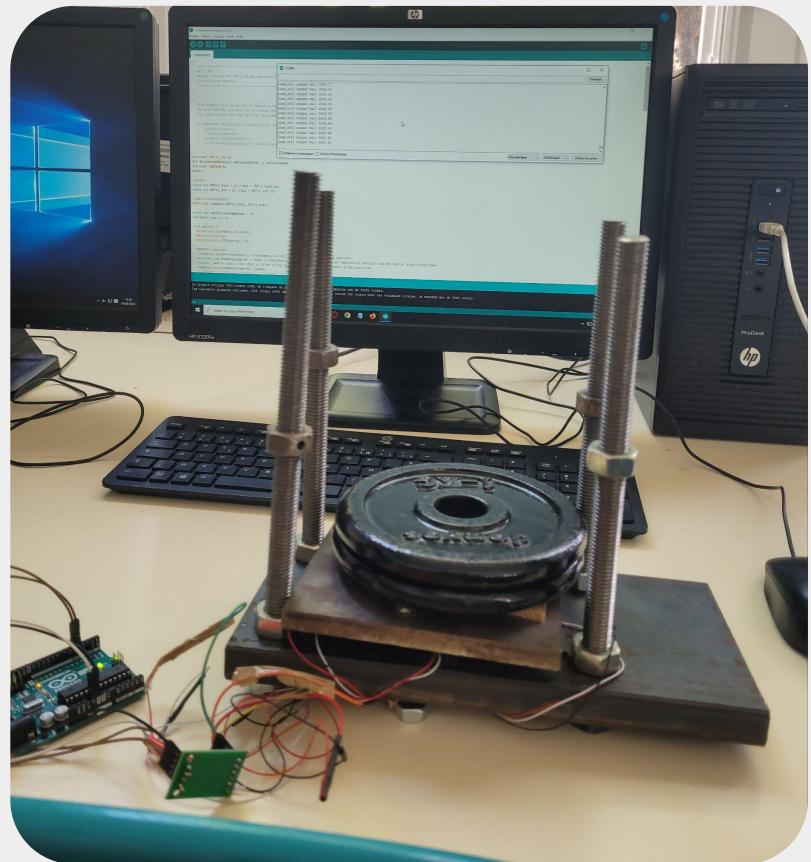
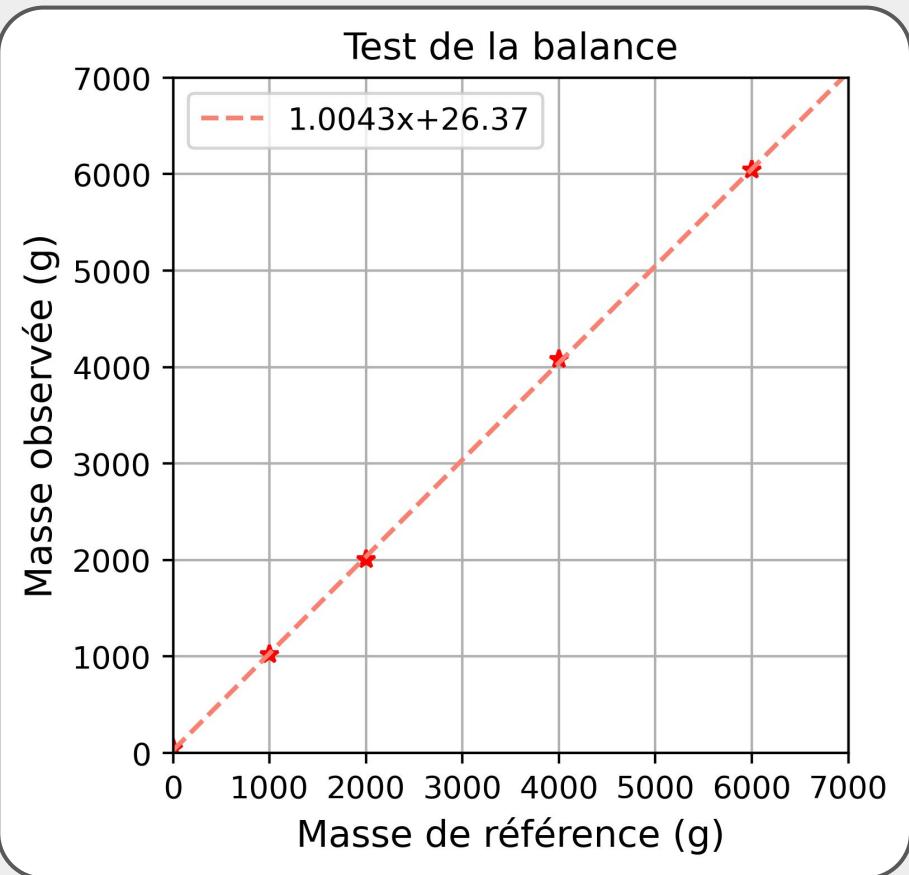
$$\int_0^\theta \tan(\alpha) d\theta' = \int_{r_0}^r \frac{dr'}{r'}$$

$$r(\theta) = r_0 e^{\tan(\alpha)\theta}$$

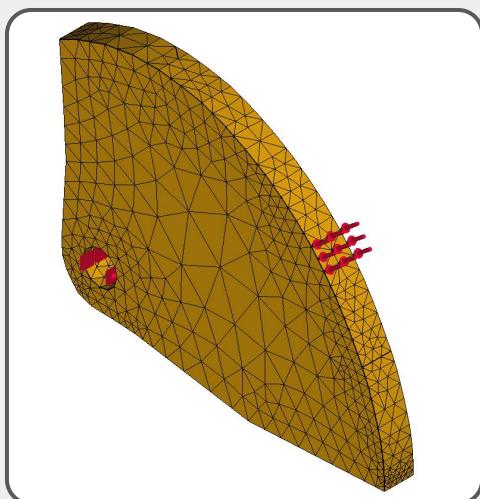
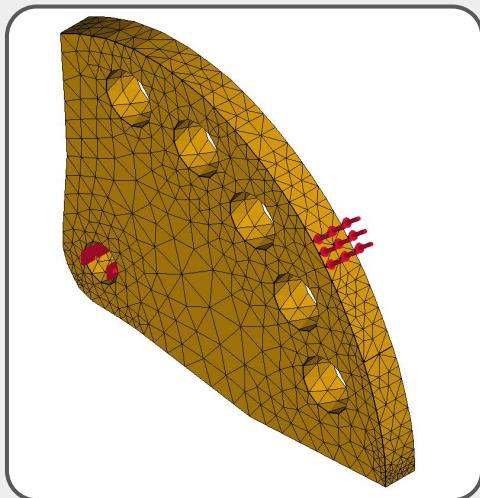
Annexe 3 :

```
1 import matplotlib.pyplot as plt
2 import numpy as np
3
4 image=plt.imread('Users/prelemartin/Desktop/TIPE/CAM_python_aire.jpeg')
5
6
7 for i in range(len(image)): # Parcourt les lignes de l'image
8     for j in range(len(image[i])): # Parcourt les colonnes de l'image
9         if image[i][j][0]>200 and image[i][j][1]<130 and image[i][j][2]<130: # Vérifie si le pixel est rouge
10            image[i][j]=[0,0,255] # Si les conditions sont satisfaites, change la couleur du pixel en bleu
11
12 def centre(xmin,xmax,ymin,ymax): # Définition de la fonction pour trouver le centre de gravité d'une zone rectangulaire de l'image.
13     x=0
14     y=0
15     s=0 # Initialise le nombre de pixels sélectionnés
16     for i in range(ymin,ymax): # Parcourt les lignes de l'image dans la zone rectangulaire définie
17         for j in range(xmin,xmax): # Parcourt les colonnes de l'image dans la zone rectangulaire définie
18             if image[i][j][0]==0: # Vérifie si le pixel est devenu bleu suite aux modifications précédentes
19                 x+=j
20                 y+=i
21                 s+=1 # Incrémente le nombre de pixels sélectionnés
22     return (x//s , y//s) # Calcule les coordonnées du centre de gravité de la zone rectangulaire et les renvoie
23
24
25
26 def norme(a,b): # Définit une fonction pour calculer la norme entre deux points.
27     return int(np.sqrt((b[0]-a[0])**2+(b[1]-a[1])**2)) # Retourne la norme Euclidienne des deux points, arrondie à l'entier le plus proche
28 M1=centre(200,350,600,750) # Centre de gravité de la première zone rectangulaire définie
29 M2=centre(200,350,760,900) # Centre de gravité de la deuxième zone rectangulaire définie
30 cm=norme(M1,M2) # Calcule la distance entre les deux centres de gravité en utilisant la fonction de norme, représentant la distance en pixels
31 print('1cm <=>',cm, 'pixels') # Affiche la conversion de distance de pixels en cm
32
```

Annexe 4 :



Annexe 5 :



Paramètre des tétraèdres

Taille Max:

Second ordre

Finesse :

Taux de croissance :

Nombre de segments par bord :

Nombre de segments par rayon :

Optimiser

Nombre de nœuds :

Nombre de triangles :

Nombre de tétraèdres :