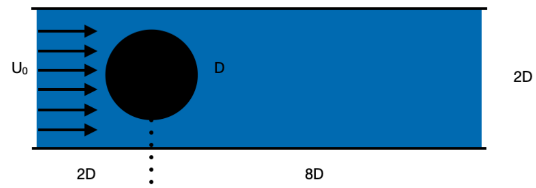
Projet 1 : Méthode des éléments finis 2D

On étudie l'écoulement incompressible et irrotationnelle dans un canal 2D obturé partiellement par un obstacle au milieu (voir Figure).



La fonction de courant $\psi(x, y)$ est la fonction telle que :

$$u = \frac{\partial \psi}{\partial y}, v = -\frac{\partial \psi}{\partial x}$$

u et v étant les composantes de la vitesse.

En équilibre $\psi(x, y)$ satisfait l'équation de Laplace

$$\Delta \psi = \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} = 0$$

Les conditions aux limites en vitesse pour ce problème sont :
1. En $x = 0$ (entrée) une vitesse constante suivant x : $u = U_0, v = 0$
2. En $x = 10D$ (sortie) la même vitesse qu'en entrée : $u = U_0, v = 0$
3. Une condition de glissement sur les parois : $\vec{u} \cdot \vec{n} = 0$

Ce problème peut être résolu à l'aide de la méthode des éléments finis. Le travail consiste en les étapes suivantes :

0. Écrire la formulation variationnelle du problème.

1. Construire Maillage de Ω en utilisant gmsh.

2. Écrire une procédure de lecture de maillage et de créations des tableaux de connectivité.

3. Écrire une procédure pour construire la matrices de rigidité K, on commence par définir des matrices élémentaires qui permettent, localement sur un triangle T_N de nœuds S_{I_1}, S_{I_2} et S_{I_3}, de calculer

$$\int_{T_N} \nabla\Phi_{I_i} \nabla\Phi_{I_j} \text{ et } \int_{T_N} \Phi_{I_i}\Phi_{I_j}$$

4. Assemblage de K. L'algorithme de construction consiste alors à faire la boucle suivante :

Algorithme 1 : Assemblage

```
pour N = 1 à N_Tri faire
    Détermination des sommets S_I1, S_I2 et S_I3 du triangle T_N
    Calcul des matrices élémentaires associées au triangle T_N pour i = 1 à 3 faire
        pour j = 1 à 3 faire
            Rajouter à K(Ii, Ij) la contribution venue du triangle T_N.
        fin
    fin
fin
```