## Méthode des tableaux

### Règles de clôture et règles analytiques

$$\frac{\bot}{\odot}\,\odot_\bot \qquad \frac{\neg\top}{\odot}\,\odot_{\neg\top} \qquad \frac{P \quad \neg P}{\odot}\,\odot$$

$$\frac{\neg\neg P}{P}\,\alpha_{\neg\neg} \qquad \frac{P \Leftrightarrow Q}{\neg P, \neg Q \mid P, Q}\,\beta_{\Leftrightarrow} \qquad \frac{\neg(P \Leftrightarrow Q)}{\neg P, Q \mid P, \neg Q}\,\beta_{\neg\Leftrightarrow}$$

$$\frac{P \wedge Q}{P, Q}\,\alpha_{\wedge} \qquad \frac{\neg(P \vee Q)}{\neg P, \neg Q}\,\alpha_{\neg\vee} \qquad \frac{\neg(P \Rightarrow Q)}{P, \neg Q}\,\alpha_{\neg\Rightarrow}$$

$$\frac{P \vee Q}{P \mid Q}\,\beta_{\vee} \qquad \frac{\neg(P \wedge Q)}{\neg P \mid \neg Q}\,\beta_{\neg\wedge} \qquad \frac{P \Rightarrow Q}{\neg P \mid Q}\,\beta_{\Rightarrow}$$



## Méthode des tableaux (sans variable libre)

### $\delta/\gamma$-règles

$$\frac{\exists x.P(x)}{P(c)}\,\delta_\exists,\ c \text{ frais} \qquad \frac{\neg\forall x.P(x)}{\neg P(c)}\,\delta_{\neg\forall},\ c \text{ frais}$$

$$\frac{\forall x.P(x)}{P(t)}\,\gamma_{\forall\text{inst}} \qquad \frac{\neg\exists x.P(x)}{\neg P(t)}\,\gamma_{\neg\exists\text{inst}}$$



## Méthode des tableaux (avec variable libre, destructif)

### $\delta/\gamma$-règles

$$\frac{\exists x.P(x)}{P(f(X_1, \ldots, X_n))}\,\delta_\exists,\ \begin{array}{l} f \text{ frais,} \\ X_i \text{ var. lib.} \end{array} \qquad \frac{\neg\forall x.P(x)}{\neg P(f(X_1, \ldots, X_n))}\,\delta_{\neg\forall},\ \begin{array}{l} f \text{ frais,} \\ X_i \text{ var. lib.} \end{array}$$

$$\frac{\forall x.P(x)}{P(X)}\,\gamma_{\forall M} \qquad \frac{\neg\exists x.P(x)}{\neg P(X)}\,\gamma_{\neg\exists M}$$

$$\frac{\forall x.P(x)}{P(t)}\,\gamma_{\forall\text{inst}} \qquad \frac{\neg\exists x.P(x)}{\neg P(t)}\,\gamma_{\neg\exists\text{inst}}$$

$$\frac{\begin{array}{l}\text{Appliquer } \sigma \text{ à l'arbre s'il existe dans la branche} \\ \text{deux littéraux } K \text{ et } \neg L \text{ t.q. } \sigma = mgu(K, L)\end{array}}{\odot}\,\odot$$



## Méthode des tableaux (avec variable libre, non destructif)

### $\delta/\gamma$-règles

$$\frac{\exists x.P(x)}{P(f(X_1, \ldots, X_n))}\,\delta_\exists,\ \begin{array}{l} f \text{ frais,} \\ X_i \text{ var. lib.} \end{array} \qquad \frac{\neg\forall x.P(x)}{\neg P(f(X_1, \ldots, X_n))}\,\delta_{\neg\forall},\ \begin{array}{l} f \text{ frais,} \\ X_i \text{ var. lib.} \end{array}$$

$$\frac{\forall x.P(x)}{P(X)}\,\gamma_{\forall M} \qquad \frac{\neg\exists x.P(x)}{\neg P(X)}\,\gamma_{\neg\exists M}$$

$$\frac{\forall x.P(x)}{P(t)}\,\gamma_{\forall\text{inst}} \qquad \frac{\neg\exists x.P(x)}{\neg P(t)}\,\gamma_{\neg\exists\text{inst}}$$

## Méthode des tableaux (non destructif, avec $\epsilon$-termes)

### $\delta/\gamma$-règles

$$\frac{\exists x.P(x)}{P(\epsilon(x).P(x))}\,\delta_\exists \qquad \frac{\neg\forall x.P(x)}{\neg P(\epsilon(x).\neg P(x))}\,\delta_{\neg\forall}$$

$$\frac{\forall x.P(x)}{P(X)}\,\gamma_{\forall M} \qquad \frac{\neg\exists x.P(x)}{\neg P(X)}\,\gamma_{\neg\exists M}$$

$$\frac{\forall x.P(x)}{P(t)}\,\gamma_{\forall\text{inst}} \qquad \frac{\neg\exists x.P(x)}{\neg P(t)}\,\gamma_{\neg\exists\text{inst}}$$



## Méthode des tableaux (non destructif, avec $\epsilon$-termes)

### Exemple

- Preuve de : $(\forall x.P(x) \vee Q(x)) \Rightarrow P(a) \vee Q(a)$ ;
- Réfutation : $\neg((\forall x.P(x) \vee Q(x)) \Rightarrow P(a) \vee Q(a))$ ;
- Premières règles $(\alpha_{\neg\Rightarrow}, \alpha_{\neg\vee})$ : $\forall x.P(x) \vee Q(x)$, $\neg P(a)$, $\neg Q(a)$.