Procédure de DPLL

Algorithme

DPLL(S)=
si $S = \emptyset$ alors retourner « satisfiable » ;
sinon si $\Box \in S$ alors retourner « insatisfiable » ;
sinon si S contient une tautologie C alors retourner DPLL($S \backslash C$) ;
sinon si S contient une clause unitaire avec A (resp. $\neg A$) alors
retourner DPLL($S[A := \top]$) (resp. DPLL($S[A := \bot]$)) ;
sinon si A (resp. $\neg A$) est pur dans S alors
retourner DPLL($S[A := \top]$) (resp. DPLL($S[A := \bot]$)) ;
sinon choisir une variable A de S
et retourner DPLL($S[A := \top]$) ou DPLL($S[A := \bot]$).

Exécution

Exemple

- Démontrer la validité de la formule : $A \wedge B \Rightarrow A$;
- On nie la formule : $\neg(A \wedge B \Rightarrow A)$;
- On la met sous forme clausale :
  $\neg(A \wedge B \Rightarrow A) \rightarrow \neg(\neg(A \wedge B) \vee A) \rightarrow \neg\neg(A \wedge B) \wedge \neg A \rightarrow A \wedge B \wedge \neg A$
- $S = \{A, B, \neg A\}$;
- On applique DPLL :
  - On a une clause unitaire A, on calcule $S[A := \top]$:
    $S[A := \top] = \{\top, B, \neg\top\} = \{B, \bot\} = \{B, \Box\}$
    On appelle DPLL($S[A := \top]$)=DPLL($\{B, \Box\}$)
  - On a la clause vide $\Box$, on retourne « insatisfiable ».

Résolution

Principe de la méthode

- Méthode clausale par réfutation (comme DPLL) :
  - On nie la proposition initiale ;
  - On la met ensuite en forme clausale.
- Règle de résolution entre deux clauses :

$$\frac{C \vee A \qquad \neg A \vee C'}{C \vee C'}$$

- Les clauses au-dessus de la barre sont les prémisses ;
- La clause en dessous est le résolvant entre les clauses prémisses.

Procédure de résolution

Algorithme

$Sat := \emptyset$;
tant que $S \neq \emptyset$ faire
    choisir $C \in S$;
    $S := S \backslash \{C\}$;
    si $C = \Box$ alors retourner « insatisfiable » ;
    si C est une tautologie alors ; (* passer à la clause suivante *)
    sinon, si $C \in Sat$ alors ; (* idem *)
    sinon pour tout résolvant C_1 entre C
    et une clause de $Sat \cup \{C\}$ faire
        $S := S \cup \{C_1\}$;
    $Sat := Sat \cup \{C\}$;
retourner « satisfiable ».

Exécution

Exemple

- Démontrer la validité de la formule : $A \wedge B \Rightarrow A$;
- $S = \{A, B, \neg A\}$;
- On applique la résolution :
  - $Sat = \emptyset$, $S = \{A, B, \neg A\}$;
  - On choisit la clause A : $Sat = \{A\}$, $S = \{B, \neg A\}$;
  - On choisit la clause B : $Sat = \{A, B\}$, $S = \{\neg A\}$;
  - On choisit la clause $\neg A$:
    - Résolution entre $\neg A$ et A : résolvant $\square$;
    - $Sat = \{A, B, \neg A\}$, $S = \{\square\}$;
  - On choisit la clause $\square$, on retourne « insatisfiable ».