Substitution sur les termes

Définition

- La notion de substitution s'étend aux termes et se note $t\sigma$ (de manière postfixe), où t est un terme et σ une substitution ;
- Elle se définit par récurrence structurelle sur les termes :
  - Si $x \in \mathbb{V}$ alors $x\sigma = \sigma(x)$;
  - Si $f \in \mathcal{F}$ et $t_1, \ldots, t_n \in \mathcal{T}$ alors $f(t_1, \ldots, t_n)\sigma = f(t_1\sigma, \ldots, t_n\sigma)$.

Exemples

- $f(x, g(y, z))[a/x, h(b)/y, c/z] = f(a, g(h(b), c))$;
- $f(x, g(y, z))[a/x, h(b)/y] = f(a, g(h(b), z))$.

Unification

Algorithme d'unification de Robinson

- $G\{s_1 = t_1, \ldots, s_n = t_n\} \hookrightarrow \{x_1 = u_1, \ldots, x_m = u_m\}$ où x_i sont des variables distinctes et $x_i \notin u_j$;
- Règles :
  - $G \cup \{t = t\} \hookrightarrow G$ (delete) ;
  - $G \cup \{f(s_1, \ldots, s_n) = f(t_1, \ldots, t_n)\} \hookrightarrow G \cup \{s_1 = t_1, \ldots, s_n = t_n\}$ (decompose) ;
  - $G \cup \{f(s_1, \ldots, s_n) = g(t_1, \ldots, t_m)\} \hookrightarrow \bot$, si $f \neq g$ ou $n \neq m$ (conflict) ;
  - $G \cup \{f(s_1, \ldots, s_n) = x\} \hookrightarrow G \cup \{x = f(s_1, \ldots, s_n)\}$ (swap) ;
  - $G \cup \{x = t\} \hookrightarrow G[t/x] \cup \{x = t\}$, si $x \notin t$ et $x \in G$ (eliminate) ;
  - $G \cup \{x = f(s_1, \ldots, s_n)\} \hookrightarrow \bot$, si $x \in f(s_1, \ldots, s_n)$ (check).

Unification

Algorithme d'unification de Robinson

- Ensemble initial d'équations : $\{f(x, g(a)) = f(b, y)\}$;
- $\{f(x, g(a)) = f(b, y)\} \hookrightarrow_{\text{decompose}}$
  $\{x = b, g(a) = y\} \hookrightarrow_{\text{swap}}$
  $\{x = b, y = g(a)\}$;
- $mgu(f(x, g(a)), f(b, y)) = [b/x, g(a)/y]$.