KANDIDAT

10284

PRØVE

MA0001 1 Brukerkurs i matematikk A

Emnekode	MA0001
Vurderingsform	Skriftlig eksamen
Starttid	02.12.2022 08:00
Sluttid	02.12.2022 12:00
Sensurfrist	02.01.2023 22:59
PDF opprettet	11.12.2022 13:19

Informasjon

Oppgave	Tittel	Oppgavetype
i	Forside	Informasjon eller ressurser

Flervalgsoppgaver

Oppgave	Tittel	Oppgavetype
1	Oppgave 1	Flervalg
2	Oppgave 2	Flervalg
3	Oppgave 3	Flervalg
4	Oppgave 4	Flervalg
5	Oppgave 5	Flervalg
6	Oppgave 6	Flervalg

Skriftlige oppgaver

Oppgave	Tittel	Oppgavetype
7	Oppgave 7-12	Muntlig

Formelark

Oppgave	Tittel	Oppgavetype
i	Formelark	Informasjon eller ressurser

1 Oppgave 1

Hvilken påstand er sann om funksjonen $f\colon \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ definert ved $f(x) = \begin{cases} x^2+1, & x \geq 0 \\ x, & x < 0 \end{cases}$

Velg ett alternativ:

- Den er kontinuerlig
- Den er lineær
- Den er injektiv
- Den er surjektiv

Knytte håndtegninger til denne oppgaven?
Bruk følgende kode:

9 8 2 3 7 1 3

2 Oppgave 2

Kva er den største mulige definisjonsmengden $D_f \subseteq \mathbb{R}$ til funksjonen $f(x) = \sqrt{\ln(x^3)}$?
Velg ett alternativ:

- $(1, \infty)$
- $[1, \infty)$
- $[0, 1]$
- $(0, \infty)$

Knytte håndtegninger til denne oppgaven?
Bruk følgende kode:

2 2 6 8 0 4 8

3 Oppgave 3

Hvor mange nullpunkter har funksjonen $f(x) = \tan(x)$ på intervallet $[1, 10]$?
Velg ett alternativ:

- 0
- 3
- 1
- 2

Knytte håndtegninger til denne oppgaven?
Bruk følgende kode:

8968546

4 Oppgave 4

Hvilken type punkt er $x = \sqrt{\frac{1}{3}}$ for funksjonen $f(x) = x(x^2 - 1)$?
Velg ett alternativ:

- Lokalt bunnpunkt
- Lokalt toppunkt
- Nullpunkt
- Globalt toppunkt

Knytte håndtegninger til denne oppgaven?
Bruk følgende kode:

4215388

5 Oppgave 5

Hvilken av funksjonene er funksjonen $T_1(x) = 7x - 3$ den lineære tilnærmingen til i punktet $a = 1$?

Velg ett alternativ:

- $f(x) = 3x - 7$
- $f(x) = 3e^{2x-2}$
- $f(x) = 7x^2 - 3x$
- $f(x) = x^3 + 2x^2 + 1$

Knytte håndtegninger til denne oppgaven?
Bruk følgende kode:

3 0 6 3 6 9 1

6 Oppgave 6

Arealet under grafen til funksjonen $f(x) = \frac{1}{x}$ mellom $x = 2$ og $x = 4$ er lik:

Velg ett alternativ:

- $\ln(2)$
- $\frac{3}{16}$
- $\ln(4)$
- 2

Knytte håndtegninger til denne oppgaven?
Bruk følgende kode:

3 4 5 9 1 5 8

7 Oppgave 7-12

Oppgave 7
Finn konstanten k slik at funksjonen
$$g(x) = \begin{cases} 1-(x-k)^2, & x < 1 \\ xe^{1-x}, & x \geq 1 \end{cases}$$
er en kontinuerlig funksjon.

Oppgave 8
Når vi observerer et lyn-nedslag kan vi finne ut hvor langt unna lynet slo ned ved å måle hvor lang tid det tok før vi hørte tordenskrallet. En huskeregel vi kan bruke er at lynet slo ned rundt en kilometer unna dersom det tok tre sekunder før vi hørte tordenet.

a. Bruk denne huskeregelen til å estimere lydens hastighet (i meter per sekund).

Du har en amerikansk venn på besøk når dere observerer et lynnedslag og du forteller ivrig om huskeregelen over. Ettersom vennen din bruker andre måleenheter en deg er du nødt til å konvertere regelen til "miles" istedenfor kilometer.

b. Bruk konverteringsreglene under til å lage en huskeregel for vennen din ved å beregne hvor langt unna (i miles) lynet slo ned dersom det går fem sekunder før du hører tordenet.

- 1 furlong = 10 chains
- 1 mile = 8 furlongs
- 1 yard = $0,9144$ meter
- 1 chains = 22 yards

Når lynet slår ned beveger lydbølgene seg likt utover i alle retninger, og danner dermed en sirkel. Begge huskereglene over gir oss en funksjon for radiusen til denne sirkelen.

c. Hvor fort endrer arealet til sirkelen seg når det har gått 5 sekunder?
(Du kan velge hvilken formel for radiusen du vil bruke, altså med kilometer eller miles).

Oppgave 9
a. Finn funksjonen $f(x)$ når vi vet at $f'(x) = 12x^2$ og $f(0) = 1$.

b. Bruk funksjonen du fant til å beregne integralet $\int_1^2 f(x)\,\mathrm{d}x$.

Oppgave 10
I denne oppgaven ønsker vi å finne en verdi x slik at $x = \cos(x)$.

Vi prøver først å bruke den såkalte iterasjonsmetoden. Denne baserer seg på å starte med en verdi x_0, for å så prøve å iterere seg nærmere og nærmere x ved å bruke funksjonen $\cos(x)$. Altså lar vi $x_{n+1} = \cos(x_n)$. Denne følgen med tall vil gå mot en x slik at $x = \cos(x)$.

a. Bruk iterasjonsmetoden med $x_0 = 1$ og fire iterasjoner for å finne en tilnærmet verdi for x.

Vi ønsker nå å sammenligne tilnærmingen vi fikk med en annen metode, nemlig Newtons metode.

b. Bruk Newtons metode med $x_0 = 1$ og fire iterasjoner for å finne en tilnærmet verdi for x.

c. Hvilken av metodene gir mest nøyaktig svar?

Oppgave 11

Hvor stort kan arealet til et rektangel R maksimalt være, dersom omkretsen er 100 centimeter?

Oppgave 12

Funksjonen $f(x) = \dfrac{2}{\sqrt{\pi}} \displaystyle\int_0^x e^{-t^2}\, \mathrm{d}t$ kalles "feilfunksjonen" (engelsk: error function) og er en viktig funksjon som ofte dukker opp i statistikk og naturvitenskap grunnet dens relasjon til såkalte normalfordelinger.
Bruk trapesmetoden til å tilnærme $f(1)$ med en feilmargin mindre enn 0.01.
Du kan bruke uten bevis at dersom $g(x) = e^{-x^2}$, så er $|g''(x)| \leq 2$ for alle $x \in [0, 1]$.

Knytte håndtegninger til denne oppgaven?
Bruk følgende kode:

5 8 3 9 6 7 7

Håndtegning 1 av 4

Fill out Question Code and Test Information on every sheet. Fyll inn oppgavekode og emneinformasjon på alle skisseark.

Question Code Oppgavekode	Date Dato	Subject code Emnekode	Candidate ID KandidatID	Question no Oppgavenr	Page number Sidetall	Number of pages Antall ark
5839677	02.12.22	MA0001	10284	7,8	1	4

Writing area Skriveområde

$\boxed{7}$ $g(x) = \begin{cases} 1-(x-k)^2 & x < 1 \\ xe^{1-x} & x \geq 1 \end{cases}$

$\lim_{x \to 1} 1-(x-k)^2 = xe^{1-x}$; $x = 1$ for at

funksjonen skal være kontinuerlig

$g(1) = 1 \cdot e^{1-1} = e^0 = \underline{1}$

$\lim_{x \to 1} 1-(x-k)^2 = 1 \Rightarrow (1-k)^2 = 0$,

$(1-k) = 0 \vee (1-k) = 0$ $\underline{\underline{k = 1}}$

$\boxed{8}$ a) vei = fart · tid $\Leftrightarrow$ fart = $\frac{\text{vei}}{\text{tid}}$

$V = \frac{1km}{3s} = \frac{1000m}{3s} = \frac{1000}{3} m/s \approx \underline{\underline{333.3\overline{3} \ m/s}}$

b) ~~Xmile = 8 furlongs = 80 chains = 1936 yard = 1477,?2784m~~

$\frac{1000}{3} \cdot 5s = \frac{5000}{3} m \approx \underline{1666,6667 m}$

1666,6667 m = 1524 yards = 64,2727 chains =

= 6,9273 furlongs = $\underline{\underline{0,8659 \text{ miles}}}$

<u>Ved 5 sek er lynet 0,8659 miles unna</u>

c) $r'(t) = 333,33 \Rightarrow r(t) = 333,33t$

$A(r) = \pi r^2$ $A(t) = \pi (r(t))^2 = \pi (333,33t)^2$

$\underline{A(t) = \pi \cdot 111111,11 \ t^2}$

$\underline{A'(t) = \pi \cdot 222222,22 \ t}$ $\underline{\underline{A'(5) = 3490658,50 m^2/s}}$

Håndtegning 2 av 4

Fill out Question Code and Test Information on every sheet. Fyll inn oppgavekode og emneinformasjon på alle skisseark.

Question Code Oppgavekode	Date Dato	Subject code Emnekode	Candidate ID KandidatID	Question no Oppgavenr	Page number Sidetall	Number of pages Antall ark
5839677	02.12.22	MA0001	10284	9,10	2	4

Writing area Skriveområde

$\boxed{9}$ $f'(x) = 12x^2$ og $f(0) = 1$

a)

$f(x) = \int f'(x)\,dx = \int 12x^2\,dx = 12\int x^2\,dx = \cancel{12}^{4}\frac{1}{\cancel{3}}x^3 + C$

$\underline{f(x) = 4x^3 + C}$

Siden $f(0) = 1$ må $\underline{C = 1}$ $\underline{f(0) = 4\cdot 0^3 + C = 1}$

Da får vi $\underline{\underline{f(x) = 4x^3 + 1}}$

b) $\int_1^2 f(x)\,dx = \int_1^2 4x^3 + 1\,dx = 4\int_1^2 x^3\,dx + \int_1^2 1\,dx = \left[4\cdot\frac{1}{4}x^4 + x\right]_1^2$

$= x^4 + x\Big]_1^2 = (2^4 + 2) - (1^4 + 1) = 18 - 2 = \underline{\underline{16}}$

$\boxed{10}$

a) $x_0 = 1$ $n = 4$

$x_1 = \cos(1) = 0{,}5403$

$x_2 = \cos(0{,}5403) = 0{,}8576$

$x_3 = \cos(0{,}8576) = 0{,}6543$

$x_4 = \cos(0{,}6543) = \underline{0{,}7935}$

$\underline{\underline{x \approx 0{,}7935}}$

b) $x_0 = 1$ $n = 4$

$f(x) = \cos(x) - x$ $f'(x) = -\sin(x) - 1$

$x_1 = 1 - \frac{f(1)}{f'(1)} = 1 - \frac{-0{,}4597}{-1{,}8415} \approx \underline{0{,}7504}$

$x_2 = 0{,}7504 - \frac{f(0{,}7504)}{f'(0{,}7504)} \approx 0{,}7391$

Håndtegning 3 av 4

Fill out Question Code and Test Information on every sheet. Fyll inn oppgavekode og emneinformasjon på alle skisseark.

Question Code Oppgavekode	Date Dato	Subject code Emnekode	Candidate ID KandidatID	Question no Oppgavenr	Page number Sidetall	Number of pages Antall ark
5839677	02.12.22	MA0001	10284	10, 11	3	4

Writing area Skriveområde

$\boxed{10}$

b) $x_3 = 0{,}7391 - \dfrac{f(0{,}7391)}{f'(0{,}7391)} = 0{,}7391$

$x_4 = 0{,}7391$

$x \approx 0{,}7391$

c) ~~x = cos(x)~~

Iterasjons metode

$x \approx 0{,}7935$, og $\cos(0{,}7935) = 0{,}7013$

Feil på $\approx 0{,}0922$

Newtons metode

$x \approx 0{,}7391$, og $\cos(0{,}7391) \approx 0{,}7391$

Feil = 0

Newtons metode er mye mer presis, ~~tilfeller~~

$\boxed{11}$ omkrets $= 2a + 2b = 100$ centimeter

Areal $= a \cdot b$

I $2a + 2b = 100\text{cm} \rightarrow a = 50\text{cm} - b$

$\text{Areal}(b) = (50 - b)b = 50b - b^2$

$A'(b) = 50 - 2b$ Når $A'(b) = 0$ vil arealet bli størst.

$50 - 2b = 0 \rightarrow b = 25$ da blir $a = 50 - 25 = 25$

Største Areal $= 25\text{cm} \cdot 25\text{cm} = 625\text{cm}^2$

Håndtegning 4 av 4

Fill out Question Code and Test Information on every sheet. Fyll inn oppgavekode og emneinformasjon på alle skisseark.

Question Code Oppgavekode	Date Dato	Subject code Emnekode	Candidate ID KandidatID	Question no Oppgavenr	Page number Sidetall	Number of pages Antall ark
5839677	02.12.22	MA0001	10284	12	4	4

Writing area Skriveområde

$\boxed{12}$ $f(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-t^2} \, dt$

Siden $|g''(x)| \leq 2$ vil $\underline{M = 2}$

$\frac{(1-0)^3 \cdot 2}{12 n^2} \geq 0{,}01 \rightarrow \frac{2}{12} \geq 0{,}01 \, n^2$

$n^2 \leq \frac{50}{3} \rightarrow n \leq \sqrt{\frac{50}{3}} \approx 4{,}0824.$

<u>Vi må ha 5 delintervaller for feil < 0,01</u>

$\Delta x = \frac{1-0}{5} = \underline{\frac{1}{5}}$

$f(x_0) = f(0) = 1$

$f(x_1) = f(\frac{1}{5}) = 0{,}960789$

$f(x_2) = f(\frac{2}{5}) = 0{,}852144$

$f(x_3) = f(\frac{3}{5}) = 0{,}697676$

$f(x_4) = f(\frac{4}{5}) = 0{,}527292$

$f(x_5) = f(1) = 0{,}367880$

$T(5) = \frac{1}{10}(1 + 1{,}921579 + 1{,}704288 + 1{,}395353 + 1{,}054585$
$+ 0{,}36788) \approx \underline{0{,}744368}$

$\underline{\underline{f(1) \approx \frac{2}{\sqrt{\pi}} \cdot 0{,}744368 \approx 0{,}83993}}$