

不要修改这里!

```
from helper import *  
A = generateMatrix(3,seed,singular=False)  
b = np.ones(shape=(3,1),dtype=int) # it doesn't matter  
Ab = augmentMatrix(A.tolist(),b.tolist()) # 请确保你的增广矩阵已经写好了  
printInMatrixFormat(Ab,padding=3,truncating=0)
```

$$\begin{array}{ccc|c} -7 & 4 & 5 & 1 \\ -4 & 6 & -1 & 1 \\ -2 & -6 & -3 & 1 \end{array}$$

$$Ab = \begin{pmatrix} -7 & 4 & 5 & 1 \\ -4 & 6 & -1 & 1 \\ -2 & -6 & -3 & 1 \end{pmatrix}$$

$$--> \begin{pmatrix} 1 & \frac{-4}{7} & \frac{-5}{7} & \frac{-1}{7} \\ 0 & \frac{26}{7} & \frac{-27}{7} & \frac{3}{7} \\ 0 & \frac{-50}{7} & \frac{-31}{7} & \frac{5}{7} \end{pmatrix}$$

$$--> \begin{pmatrix} 1 & 0 & \frac{-9}{25} & \frac{-1}{5} \\ 0 & 1 & \frac{31}{50} & \frac{-1}{10} \\ 0 & 0 & \frac{-154}{25} & \frac{4}{5} \end{pmatrix}$$

$$--> \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \frac{-19}{77} \\ 0 & 1 & 0 & \frac{-3}{154} \\ 0 & 0 & 1 & \frac{-10}{77} \end{pmatrix}$$

不要修改这里!

```
A = generateMatrix(3,seed,singular=True)  
b = np.ones(shape=(3,1),dtype=int)  
Ab = augmentMatrix(A.tolist(),b.tolist()) # 请确保你的增广矩阵已经写好了  
printInMatrixFormat(Ab,padding=3,truncating=0)
```

$$\begin{array}{ccc|c} 7 & -1 & 7 & 1 \\ 3 & 5 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}$$

$$Ab = \begin{pmatrix} 7 & -1 & 7 & 1 \\ 3 & 5 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$--> \begin{pmatrix} 1 & \frac{-1}{7} & 1 & \frac{1}{7} \\ 0 & \frac{38}{7} & -4 & \frac{4}{7} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$--> \begin{pmatrix} 1 & 0 & \frac{17}{19} & \frac{21}{133} \\ 0 & 1 & \frac{-14}{19} & \frac{2}{19} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$--> \begin{pmatrix} 1 & 0 & \frac{17}{19} & 0 \\ 0 & 1 & \frac{-14}{19} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

(选做) 2.4 算法正确判断了奇异矩阵：

在算法的步骤3 中，如果发现某一列对角线和对角线以下所有元素都为0，那么则断定这个矩阵为奇异矩阵。

我们用正式的语言描述这个命题，并证明为真。

证明下面的命题：

如果方阵 A 可以被分为4个部分：

$$A = \begin{bmatrix} I, X \\ Z, Y \end{bmatrix}$$
，其中 I 为单位矩阵，Z 为全0矩阵，Y 的第一列全0，那么A为奇异矩阵。

提示：从多种角度都可以完成证明

考虑矩阵 Y 和 矩阵 A 的秩

考虑矩阵 Y 和 矩阵 A 的行列式

考虑矩阵 A 的某一列是其他列的线性组合

TODO 证明：

- 1、设矩阵Y的第一列为矩阵A的第i列。因为矩阵I为单位矩阵，矩阵Y的第一列全为0，所以矩阵A的第i列为矩阵A第1列至第i-1列的线性组合。
- 2、矩阵A的第i列可以通过线性变换，使全部元素变为0，线性变换后的矩阵为D
- 3、因为：把行列式的某一行（列）的各元素乘以同一个值，然后加到另一行（列）对应的元素上，行列式的值不变。所以：矩阵A的行列式等于矩阵D的行列
- 4、将矩阵D的行列式的第i行的所有元素乘以2，等于用2乘以矩阵D的行列式；又因为第i行的所有元素为0，乘以2后仍为零，依然等于矩阵D的行列式。所以：2|D|=|D|，所以|D|=0
- 5、所以|A|=0，所以矩阵A为奇异矩阵

3.3 (选做) 找到参数 m, b 使得平方平均误差最小

我们要用三个点 (1, 1), (2, 2), (3, 2) 来拟合一条直线 $y = m \cdot x + b$, 请写出

目标函数

$$E = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n (y_i - mx_i - b)^2$$

二元二次方程组

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^n -x_i(y_i - mx_i - b) = 0 \\ \sum_{i=1}^n -(y_i - mx_i - b) = 0 \end{cases}$$

并求解最优参数 m, b

$$\begin{aligned} m &= -\frac{1}{3} \\ b &= \frac{23}{9} \end{aligned}$$