

Martin Števkó

MFF UK, Informatika, 1. ročník

Úloha 1.

Dokážem pomocné tvrdenie, že v grafe existuje list, alebo kružnica. Ak tam neexistuje list, potom každý vrchol má stupeň aspoň 2 a teda ak idem len po hranách, po ktorých som ešte nešiel, buď môžem ísť ďalej, alebo narazím na vrchol, z ktorého vedú iba hrany, v ktorých som už bol. Potom som ale našiel kružnicu. Ak tam neexistuje kružnica a znova idem len po hranách, kde som ešte nebol, buď môžem ísť ďalej, alebo narazím na list, keďže vo vrchole kam prídem nemôže existovať žiadna hrana, kde som už bol (to by som našiel kružnicu).

Naviac viem povedať, že ak v grafe neexistuje kružnica, existujú tam aspoň 2 listy. Ak by totiž existoval iba jeden, začnem v ňom a zopakujem rovnakú úvahu ako vyššie, čím dôjdem k ďalšiemu.

Keďže graf je súvislý, má kostru. Potom ak je kostra minimálna, môžem pokračovať, ak nie, môžem odobrať nejaké hrany a jednu z minimálnych kostier grafu dostať, pričom ostal súvislý. Keďže je to minimálna kostra grafu, neexistuje v nej žiadna kružnica. Potom tam ale musia existovať aspoň 2 listy, ktoré môžem vybrať. Súvislosť sa mi nijako nerozpadne, pretože pre moju kostru boli tieto vrcholy listami a pôvodný graf sa od stále súvislej kostry líšil iba pridaním niektorých hrán (čím sa súvislosť zjavne nepokazí).