Martin Števko

MFF UK, Informatika, 1. ročník

Úloha 1.

1. Matica prechodu od bázy B do kanoickej vyzerá ako

$$_K[id]_B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

2. Matica prechodu od bázy B' do kanoickej vyzerá ako

$$_K[id]_{B'} = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

avšak my chceme maticu opačného prechodu, takže musím nájsť jej inverz

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 3 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 2 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 6 & 2 & 2 & 2 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 1 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 0 & 2 & -4 & 2 & -3 & 0 \\ 2 & 0 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 1 \end{array}\right) \sim$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 2 & 0 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 2 & -4 & 2 & -3 & 0 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} -2 & 0 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & -4 & 2 & -1 & -2 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{4} & -\frac{1}{2} \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{1}{2} & \frac{1}{4} & \frac{1}{2} \end{array}\right)$$

3. Matica prechodu od bázy B do bázy B' potom vyzerá ako

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{4} & -\frac{1}{2} \\ 0 & -1 & 1 \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{4} & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{4} & \frac{3}{4} & \frac{1}{2} \\ 0 & -2 & 1 \\ \frac{1}{4} & -\frac{1}{4} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

4. Ak teda máme zistiť súradnice vektora v báze B', pričom poznáme tie v báze B, stačí nám ho zľava vynásobiť maticou prechodu.

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{4} & \frac{3}{4} & \frac{1}{2} \\ 0 & -2 & 1 \\ \frac{1}{4} & -\frac{1}{4} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{7}{4} \\ -4 \\ -\frac{1}{4} \end{pmatrix}$$

Tieto súradnice v báze B' reprezentujú vektor $(1, 3, -1)$, ktorý odpovedá vektoru zo zadania, takže matica prechodu aj súradnice sú správne.

Martin Števko
MFF UK, Informatika, 1. ročník

Úloha 2.

Podľa definície

$\forall w \in W \ \exists! v \in V: \ g(v) = w$

$\forall v \in V \ \exists! u \in U: \ f(u) = v$

z toho potom vyplýva

$$\forall w \in W \ (\exists! v \in V) \ \exists! u \in U : f(u) = v \wedge g(v) = w \Rightarrow g(f(u)) = g(v) = w \Rightarrow (f \circ g)(u) = w$$

čo som mal dokázať.