

Martin Števko

MFF UK, Informatika, 1. ročník

Úloha 1.

Dokážem pomocné tvrdenie, že v grafe existuje list, alebo kružnica. Ak tam neexistuje list, potom každý vrchol má stupeň aspoň 2 a teda ak idem len po hranách, po ktorých som ešte nešiel, buď môžem ísť ďalej, alebo narazím na vrchol, z ktorého vedú iba hrany, v ktorých som už bol. Potom som ale našiel kružnicu. Ak tam neexistuje kružnica a znova idem len po hranách, kde som ešte nebol, buď môžem ísť ďalej, alebo narazím na list, keďže vo vrchole kam prídem nemôže existovať žiadna hrana, kde som už bol (to by som našiel kružnicu).

Naviac viem povedať, že ak v grafe neexistuje kružnica, existujú tam aspoň 2 listy. Ak by totiž existoval iba jeden, začnem v ňom a zopakujem rovnakú úvahu ako vyššie, čím dôjdem k ďalšiemu. Ak existujú aspoň 2 listy, viem ich odobrať a úlohu mám dokázanú.

Ak nie, mám tam kružnicu. Vyberiem teda jeden bod kružnice a znova tam mám buď list, alebo kružnicu. Potom vyberiem aj tento list/bod kružnice. Viem, že graf ostal súvislý po odobraní 2 vrcholov, bol súvislý po odobraní aj iba prvého a bude súvislý aj po odobraní iba druhého, lebo pridám aspoň 2 hrany, ktoré nemôžu ísť do toho istého vrcholu.