Martin Števko

MFF UK, Informatika, 1. ročník

Úloha 1.

Máme maticu:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ a & 1 & 2 \\ 1 & 1 & a \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a & a & 2a \\ a & 1 & 2 \\ 1 & 1 & a \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a & a & 2a \\ a & 1 & 2 \\ 1 & 1 & a \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a & a & 2a \\ a & 1 & 2 \\ 0 & 0 & a-2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 0 & 1-a & -2 \\ 0 & 0 & a-2 \end{pmatrix}$$

Na to aby boli jednotlivé vektory nezávislé, musí byť pivotov aspoň toľko, koľko stĺpcov matice. Táto podmieku bude spĺňať práve ak členy $1-a$ a $a-2$ budú nenulové, takže $a \neq 1$ a $a \neq 2$. Pre všetky ostatné hodnoty parametru a budú vektory lineárne nezávislé.

Martin Števko

MFF UK, Informatika, 1. ročník

Úloha 2.

Keďže dimenzia priestoru je 4, musím nájsť ešte 3 vektory. Pozriem sa preto na kanonickú bázu a zistím, ktoré vektory z nej môžem vybrať aby bola celá matica lineárne nezávislá (a keďže bude dimenzia 4, tak to bude báza).

$$\left(\begin{array}{c|cccc} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 3 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 4 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \quad \left(\begin{array}{c|cccc} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -4 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right)$$

Teraz vidím, že ak vektor $(1,2,3,4)$ doplním vektormi $(0,1,0,0)$, $(0,0,1,0)$ a $(0,0,0,1)$ dostanem 4 lineárne nezávislé vektory. Keďže dimenzia je 4, je to báza.