

Martin Števko

MFF UK, Informatika, 1. ročník

### Úloha 1.

Naprogramovaný algoritmus je v súbore *u1.py*.

Algoritmom, ktorý hľadá stabilné párovanie je napríklad tento:

- v každom kole každý muž, ktorého si žena "neodložila" pošle návrh žene, ktorej ešte návrh neposielal
- každá žena, ktorej prišli nejaké návrhy si nechá najlepší z nich a zvyšné odmietne
- po najviac  $n$  kolách algoritmus skončí, pričom každá žena bude mať priradeného práve 1 muža a toto párovanie bude stabilné.

Teraz musím dokázať 3 veci – algoritmus skončí, skončí po najviac  $n^2 - n + 1$  krokoch a párovanie, ktoré vznikne bude stabilné.

Keďže v každom kole je po podaní návrhov  $n$  neodmietnutých návrhov, existujú 2 možnosti. Buď má každá žena návrh od práve 1 muža a vtedy algoritmus skončí, alebo má nejaká žena viacero návrhov. Ak nastala druhá situácia, táto žena všetky okrem jedného zo svojich návrhov odmietne, čím sa počet neodmietnutých návrhov zníži. Keďže počet návrhov je konečný a v každom kole kedy sa algoritmus neskončí sa ich počet zníži, algoritmus musí skončiť, najneskôr vtedy, keď ostane práve  $n$  zo všetkých neodmietnutých návrhov.

Počet možných návrhov na podanie je  $n^2$ . V prvom kole sa podá  $n$  návrhov. Ak by sa v každom ďalšom kole podal iba 1 návrh, ako som dokázal vyššie, návrhy sa vyčerpajú najviac po  $n^2 - n + 1$  kolách a teda najneskôr vtedy skončí aj celý algoritmus.

Predstavme si situáciu v ktorej algoritmus skončí. Každý muž má podľa jeho osobných preferencií najlepšiu ženu, ktorá ho neodmietla. Žiaden muž teda pár chcieť meniť nebude (lebo všetky podľa neho lepšie ženy ho odmietnu) a teda každý pár, čiže aj celé párovanie je stabilné.

Martin Števkó

MFF UK, Informatika, 1. ročník

Úloha 2.

Program je v súbore *u2.py*.

Martin Števkó

MFF UK, Informatika, 1. ročník

Úloha 3.