Министерство на образованието и науката

74. Национална олимпиада по математика

Национален кръг, 4 – 7 март 2025 г.

ТЕМА ЗА 7. КЛАС

Задача 1. Магазинер купил от зеленчукова борса a kg домати на цена b лв. за килограм и 100 пъти повече картофи, чиято цена за килограм е с 64% по-ниска от цената на доматите.

Той продал закупеното количество, като в магазина му доматите били с $a^2\,\%$ по-скъпи, а на картофите – с $b^2\,\%$ по-скъпи, отколкото на борсата.

а) Намерете отношението $b : a$, ако печалбата на магазинера от продажбата е била $0,12a^2b^2$ лв.

б) С колко процента щеше да е по-голяма печалбата, ако $b : a = 1 : 2$ и в магазина доматите бяха с $b^2\,\%$ по-скъпи, а картофите – с $a^2\,\%$ по-скъпи, отколкото на борсата?

Задача 2. В равнобедрения $\triangle ABC$ $(AC = BC)$ са построени ъглополовящите AL и CH. Оказало се, че $AL = 2\,CH$.

а) Намерете ъглите на триъгълника ABC.

б) Точките P и Q от страната AC са такава, че $\sphericalangle ABP = \sphericalangle PBQ = \sphericalangle QBC$. Ако $R = BP \cap AL$ и $N = QR \cap AB$, а K е точката от страната AB, за която $\sphericalangle AKR = \sphericalangle NPB$, докажете, че $AK = BR$.

Задача 3. Нека $M = \{1, 2, 3, \ldots, 50\}$. Да се намери най-малкото естествено число n, за което всяко подмножество на M с n елемента съдържа две различни числа a и b, такива че сборът $a + b$ дели произведението ab.

Свалено от Klasirane.com