

Министерство на образованието и науката  
Съюз на математиците в България

---

**74. Национална Олимпиада по математика**

**Задача 8.1.** Един изпъкнал четириъгълник  $ABCD$  ще наричаме *иновативен*, ако са изпълнени следните две условия:

- Точките  $A, B, C, D$  в този ред лежат на окръжност с център  $O$  и радиус 1 см.
- Ако точките  $M, N, P, Q$  са средите съответно на страните  $AB, BC, CD, DA$ , то  $MP = NQ$ .

а) Ако  $ABCD$  е иновативен четириъгълник, то намерете най-голямата възможна стойност (в сантиметри) на сбора от дължините на отсечките  $OM$  и  $OP$ .

б) Крайно или безкрайно е множеството от нееднаквите иновативни четириъгълници, при които стойността от а) се достига?

**Задача 8.2.** Да се намерят всички двойки  $(a; b)$  от цели неотрицателни числа, такива че за всяко естествено число  $n$  числото

$$a \cdot 4^n + b \cdot 2^n - 2^{an^2+bn}$$

се дели на  $an^2 + bn$ .

**Задача 8.3.** В координатна система са отбелязани 2025-те точки от вида  $(x; y) : x, y \in \{1, 2, \dots, 45\}$ . Построена е начупена линия  $L$  с върхове в различни отбелязани точки и редуващи се звена (отсечки) с дължина 1 и  $\sqrt{2}$  (няма изискване от кой вид да е първото звено). От колко най-много звена може да се състои  $L$ ?