

Задача 8.1. Нека u, v са корените на уравнението $3x^2 + 4x = 2$. Съставете квадратно уравнение с коефициенти цели числа, имащо за корени:

- а) u^{-3} и v^{-3} ;
- б) $u^{-3} + v^{-3}$ и $u^{-4} + v^{-4}$.

Задача 8.2. Точките A, B, C, D лежат на окръжност k в този ред, като $CD = 1$ см и $AB = BC = AD = 2$ см. Правите AD и BC се пресичат в точка P , а допирателните към k в точките B и D се пресичат в точка Q . Колко пъти по-голямо е лицето на четириъгълника $ABQP$ от лицето на триъгълника CDP ?

Задача 8.3. За различни положителни реални числа x, y, z означаваме

$$A = \frac{x+y}{x-y} + \frac{y+z}{y-z} + \frac{z+x}{z-x}.$$

- а) Да се докаже, че $|A| > 1$ за произволни x, y, z .
- б) Да се даде пример за x, y, z с $|A| < 1 + \frac{1}{1000}$.

Задача 8.4. Определете броя на всички редици от 7 различни естествени числа със следните две свойства:

- (i) не съществуват три поредни числа в редицата, средното от които да е по-голямо от всяко от двете други;
- (ii) всяко естествено число (без значение дали е елемент на редицата), което е по-малко от най-големия елемент на редицата, се различава с не повече от 2 от някой елемент на редицата.