

Задача 9.1. Дадена е системата

$$\begin{cases} |x - 1| = y \\ 3y - 1 = x + 2. \end{cases}$$

За кои стойности на числата a и b решенията на системата също така удовлетворяват и $y = ax^2 - b^2x + a$?

Задача 9.2. Даден е остроъгълен и разностранен триъгълник $\triangle ABC$, вписан в окръжността Γ . Ъглополовящата на ъгъл BAC пресича BC в т. L и Γ в т. S . Точката M е среда на AL . Нека AD е височина в $\triangle ABC$ и описаната около $\triangle DSL$ окръжност пресича Γ за втори път в т. P . Нека N е средата на BC и K е симетричната точка на D спрямо N . Да се докаже, че триъгълниците $\triangle MPS$ и $\triangle ADK$ са подобни.

Задача 9.3. В една държава има селища, някои от които са свързани с пътища. Между всеки две селища има маршрут (не задължително директен). Министърът на образованието е направил така, че всяко селище, в което няма училище, да е свързано със селище, в което има училище. Министърът на държавната оптимизация иска между всеки две селища да може да се стига по единствен начин (ако не се повтарят пропътувани участъци), като за целта евентуално да премахне част от пътищата. Винаги ли може това да се направи без изграждане на допълнителни училища, като все пак се запази постигнатото от образователния министър?

Задача 9.4. Да се намерят всички функции $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$, за които за всеки две естествени числа a, b е изпълнено

$$f(a) + 2ab + 2f(b) \text{ дели } f(a)^2 + 4f(b)^2.$$