Задача 11.1. Вписаната окръжност в триъгълник ABC, $AB > BC$, се допира да страните AB и AC съответно в точки P и Q. Точка R от страната AB е такава, че $BC = BR$. Да се докаже, че средната отсечка в триъгълник ABC, успоредна на AB, и правите PQ и CR се пресичат в една точка.

Задача 11.2. Ъглите α и β се наричат *приятелски*, ако $\sin\alpha\sin\beta = \dfrac{1}{3}$.

а) Да се докаже, че за всеки два приятелски ъгъла α и β е изпълнено $\cos\alpha\cos\beta \in \left[-\dfrac{2}{3}; \dfrac{2}{3}\right]$.

б) Да се докаже, че за всяко реално число $t \in \left[-\dfrac{2}{3}; \dfrac{2}{3}\right]$ съществуват приятелски ъгли α и β, за които $\cos\alpha\cos\beta = t$.

Задача 11.3. Злата магьосница Моргана живее в дворец във форма на квадрат, разделен на 101×101 клетки/стаи; във всяка от тях температурата е 20 градуса. Мерлин решава да замрази Моргана, като прави магия и обледенява централната клетка на двореца, поддържайки в нея постоянна температура от 0 градуса. На всяка следваща наносекунда се извършват следните действия в този ред:

1. За всяка клетка, без централната, се изчислява средноаритметичното от температурите на съседните и клетки (с които има обща страна), след което,

2. новите температури на всички клетки, без централната, едновременно се променят на така изчислените.

Моргана може свободно да се придвижва из стаите, като ще замръзне, ако температурата на всички клетки стане по-ниска от 10^{-2025} градуса. Действието на ледената магия на Мерлин трае 10^{75} наносекунди, след което температурите на клетките възстановяват началните си стойности. Ще успее ли Мерлин да замрази Моргана?

Задача 11.4. Два неконстантни полинома ще наричаме *приятелски*, ако всеки от тях има само реални корени, и всеки корен на единия полином е корен и на другия. За два приятелски полинома $P(x), Q(x)$ и константа $C \in \mathbb{R}, C \neq 0$ е известно, че $P(x) + C, Q(x) + C$ също са приятелски полиноми. Докажете, че $P(x) \equiv Q(x)$.