|  |  |
| --- | --- |
| *Przemysław Musiał 242473*  *Marcin Giska 242390* | Rok akademicki *2022/23*  *Wtorek, 14:00* |

METODY NUMERYCZNE – LABORATORIUM

Zadanie *1* – *znajdowanie miejsca zerowego równań nieliniowych*

**Opis rozwiązania**

Celem zadania było zaimplementowanie i porównanie ze sobą dwóch metod rozwiązywania (znajdowania miejsca zerowego) równań nieliniowych przy użyciu dwóch metod – metody bisekcji oraz metody stycznych (Newtona) .

Metoda bisekcji :

Założenia działania metody:

- funkcja f(x) jest ciągła na zadanym przedziale,

- funkcja przyjmuje różne znaki na krańcach przedziału.

Algorytm przebiega według następującego schematu:

1. Algorytm sprawdza czy założenia działania metody zostały spełnione.

### 2. Algorytm sprawdza czy , czyli jest to miejsce zerowe, gdzie .

### 3.Dopóki wynik nie osiągnie żądanej dokładności ε lub zadanej liczby iteracji początkowy przedział wyjściowy dzieli się na dwa inne przedziały i .

4. Wybierany jest przedział, gdzie funkcja przyjmuje przeciwne znaki na jego krańcach i obliczany jest xi według kroku drugiego.

5. Algorytm kończy się po osiągnięciu zadanej dokładności, liczby iteracji lub obliczeniu miejsc zerowych.

Metoda Newtona (stycznych):

Założenia działania metody:

- w przedziale domkniętym istnieje tylko jedno miejsce zerowe,

- funkcja przyjmuje różne znaki na krańcach przedziału,

- pierwsza i druga pochodna funkcji mają stały znak w tym przedziale.

1. Algorytm ustala miejsce rozpoczęcia nie licząc miejsc, gdzie funkcja dąży do stałej wartości.
2. Algorytm wyprowadza z punktu startowego styczną do wykresu, gdzie odcięta punktu przecięcia stycznej z osią OX jest przybliżeniem pierwiastka (). Jeśli nie spełnia dokładności, algorytm wykonuje wszystkie czynności ponownie, lecz punktem startowym jest wtedy .
3. Algorytm kończy się po osiągnięciu zadanej dokładności lub liczby iteracji.

**Wyniki**

**Funkcja wielomianowa**

**y = Przedział <-2;2>**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Metoda bisekcji** | | | **Metoda stycznych** | | |
| Liczba iteracji | Dokładność obliczeniowa | Miejsce zerowe | Liczba iteracji | Dokładność obliczeniowa | Miejsce zerowe |
| 8 | 0,1 | -0,921875 | 10 | 0,1 | -0,922365536534853 |
| 12 | 0,0076125552877783775 | -0,9169921875 | 12 | 0,012372150139109639 | -0,9151626998946066 |

**Funkcja trygonometryczna**

**y = Przedział <1;4>**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Metoda bisekcji** | | | **Metoda stycznych** | | |
| Liczba iteracji | Dokładność obliczeniowa | Miejsce zerowe | Liczba iteracji | Dokładność obliczeniowa | Miejsce zerowe |
| 5 | 0,1 | 3,15625 | 3 | 0,1 | 3,1508729396853696 |
| 4 | 0,15802043349477937 | 3,0625 | 4 | 2,4492935982947064e-16 | 3,141592653587973 |

**Funkcja wykładnicza**

**y = Przedział <-2;2>**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Metoda bisekcji** | | | **Metoda stycznych** | | |
| Liczba iteracji | Dokładność obliczeniowa | Miejsce zerowe | Liczba iteracji | Dokładność obliczeniowa | Miejsce zerowe |
| 5 | 0,1 | 0,625 | 4 | 0,1 | 0,6496655071237216 |
| 6 | 0,1282412798908199 | 0,6875 | 6 | 0,0 | 0,6309297535714575 |

**Funkcja złożona**

**y = Przedział <1;4>**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Metoda bisekcji** | | | **Metoda stycznych** | | |
| Liczba iteracji | Dokładność obliczeniowa | Miejsce zerowe | Liczba iteracji | Dokładność obliczeniowa | Miejsce zerowe |
| 7 | 0,1 | 1,0234375 | 5 | 0,1 | 1,0241828848037637 |
| 8 | 0,07458750139550929 | 1,03515625 | 8 | 4,440892098500626e-16 | 1,02401160517380634 |

Obraz zawierający wykres

Opis wygenerowany automatycznie

***Przykład wykresu, jeśli założenie o stałym znaku pochodnych na przedziale nie jest spełnione.***

**Wnioski**

1.Metoda bisekcji okazuję się lepsza przy sprawdzaniu funkcji wielomianowej, lecz przy liczeniu funkcji trygonometrycznej, wykładniczej lub złożonej to metoda stycznych okazuje się być bardziej optymalna, wskazuje na to mniejsza liczba iteracji potrzebna do osiągnięcia podanej dokładności obliczeniowej oraz lepsza dokładność obliczeniowa przy takiej samej liczbie iteracji

2. W przypadku, gdzie założenia działania metod nie zostają spełnione, algorytm przestaje działać i nie oblicza miejsc zerowych oraz nie pokazuje liczby iteracji czy dokładności obliczeniowej

3.W większości przypadków to metoda stycznych wygląda na bardziej precyzyjną, oprócz gdy mamy do czynienia z funkcją wielomianową, może to wskazywać na błąd w naszej implementacji tej metody lub nieścisłość w metodzie Newtona.