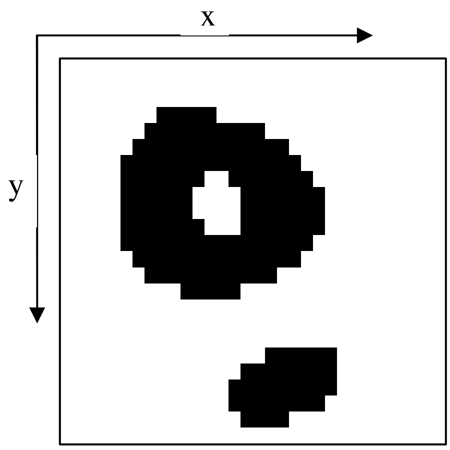
1. Auditorne vježbe iz Računalnog vida v1.1

Auditorne se sastoje od demonstracije algoritama i koncepata naučenih na predavanju te zadatka koji studenti rješavaju na samim vježbama.

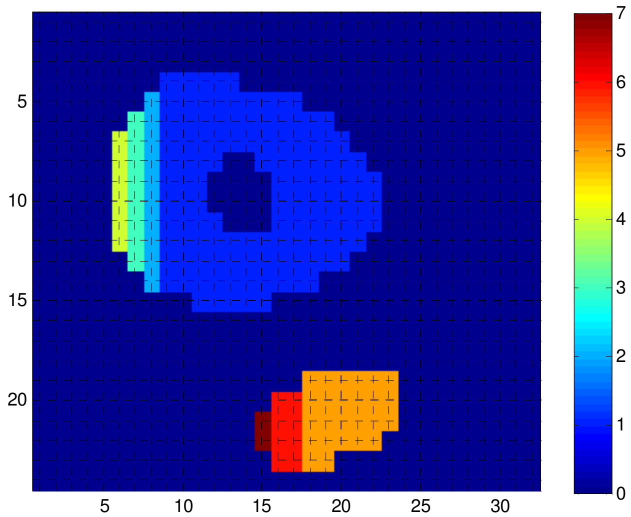
Binarna slika koja se koristi za demonstraciju:



Demostracija sekvencijalnog algoritma označavanja komponenti (component labeling)

Algoritam ima dvije faze: prvu u kojima pridjeljuje labele o pripadnosti objektima točkama slike i drugu u kojoj grupira različite labele koje pripadaju istom objektu na temelju tablice ekvivalencije.

Rezultat prve faze prikazuje slika:
(**napomena uz slike**: svaka točka grida nalazi se u središtu odgovarajućeg piksela)



Slika je pseudokolorirana, različite boje prikazuju različite labele.

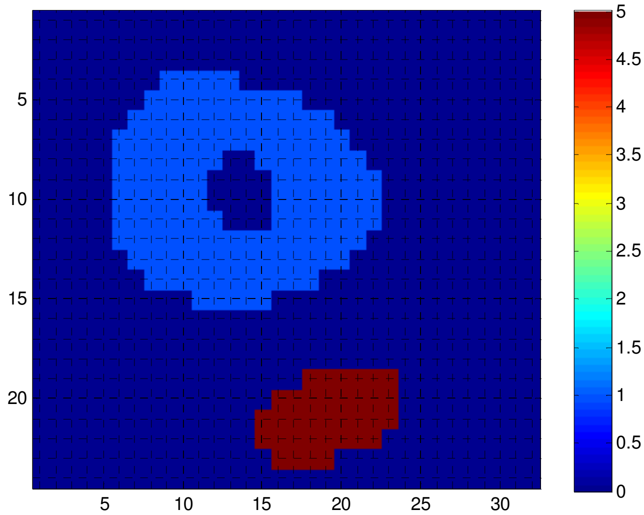
Tablica ekvivalencije:

2	1
3	2
4	3
6	5
7	6

Nakon sređivanja i svođenja na najnižu ekvivalentnu labelu:

2	1
3	1
4	1
6	5
7	5

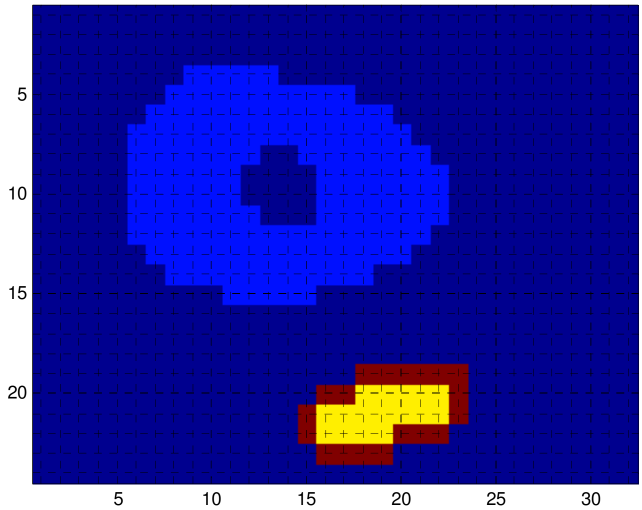
Završni rezultat algoritma označavanja komponenti:



Demonstracija algoritma praćenja granice (border following)

Algoritam se demonstrira na istoj slici kao i prethodni i to samo na manjem liku zbog manjeg broja točaka.

Rezultantna slika:



Granica malenog lika je obojana tamno smeđom bojom. Točke c i d po koracima algoritma prikazane su u sljedećoj tablici:

Maleni lik

C_y	C_x	D_y	D_x
20	16	19	16
20	17	19	17
19	18	19	17
19	19	18	19
19	20	18	20
19	21	18	21
19	22	18	22
19	23	18	23
20	23	20	24
21	23	21	24
22	22	22	23
22	21	23	21
22	20	23	20
23	19	23	20
23	18	24	18
23	17	24	17
23	16	24	16
22	15	23	15
21	15	21	14

Računanje težišta i orijentacije objekta

Ako imamo skup točaka objekta *c* pri čemu pojedinu točku objekta označavamo sa t_i onda se moment reda *p*+*q* objekta računa po formuli:

$$m_{pq} = \sum_{t(x,y)\in c} x^p y^q$$

Težište objekta se računa kao: $T(\bar{x},\bar{y}) = \left(\frac{m_{10}}{m_{00}}, \frac{m_{01}}{m_{00}}\right)$

Centralni moment reda $p+q$ računa se kao: $\mu_{pq} = \sum_{t(x,y)\in c} (x-\bar{x})^p (y-\bar{y})^q$

Orijentacija objekta računa se kao: $\Theta = \frac{1}{2}\arctan\left(\frac{2\mu_{11}}{\mu_{20}-\mu_{02}}\right)$

Umjesto funkcije $\arctan\left(\frac{y}{x}\right)$ koristi se funkcija $\operatorname{atan2}(y,x)$ koja razlikuje sva četiri kvadranta:

za $y \neq 0$:

$$\operatorname{atan2}(y,x) = \begin{cases} \Theta\cdot\operatorname{sgn}(y); x>0 \\ \frac{\pi}{2}\cdot\operatorname{sgn}(y); x=0 \\ (\pi-\Theta)\cdot\operatorname{sgn}(y); x<0 \end{cases}$$

gdje je Θ *kut dobiven iz* $\tan(\Theta) = \left|\frac{y}{x}\right|$.

i za $y = 0$:

$$\operatorname{atan2}(y,x) = \begin{cases} 0; x>0 \\ \mathit{nedefinirana}; x=0 \\ \pi; x<0 \end{cases}$$

Kao skup točaka objekta može se koristiti granica objekta ili sve točke koje čine objekt i ovisno o tome koji skup koristimo dolazi do manjih razlika u rezultatima.
Na izračun težišta kao i orijentacije **utječe orijentacija koordinatnog sustava**. „Standardni“ koordinatni sustav je desno orijentiran, a koordinatni sustav slike je lijevo orijentiran. Formula za težište funkcionira kod oba tipa koordinatnih sustava i daje rezultat prilagođen orijentaciji koordinatnog sustava. Formula za izračun orijentacije objekta izvedena je za **desno orijentirani koordinatni sustav**. Da bismo dobili ispravan iznos orijentacije objekta moramo sustav slike pretvoriti u desno orijentirani što je najlakše napraviti tako da se vrijednosti y koordinata točaka u sustavu slike pomnože sa -1. Na temelju tako modificiranih točaka treba izračunati težište objekta i momente drugog reda te dalje postupiti prema formuli za orijentaciju objekta.

Na primjeru:

	x	y
T_m(granica)	19.2105	20.8421
T_m(objekt)	19.0857	20.8857
T_v(granica)	13.3846	9.6154
T_v(objekt)	13.3566	9.5734

	Θ (°)
Θ_m(granica)	15.3766
Θ_m(objekt)	14.3820
Θ_v(granica)	-4.8570
Θ_v(objekt)	-4.7652

„m“ u subscriptu označava da se radi o svojstvu malenog lika, a „v“ velikog.

Površinu objekta možemo izračunati kao A = m_{00} pri čemu u skup *c* uvrštavamo sve točke koje čine objekt.

Vertikalne i horizontalne projekcije

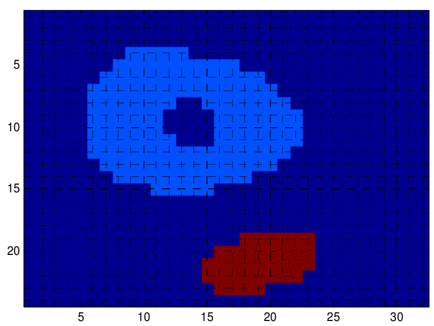
Vertikalna projekcija lika prikazuje broj piksela koji čine objekt po stupcima:

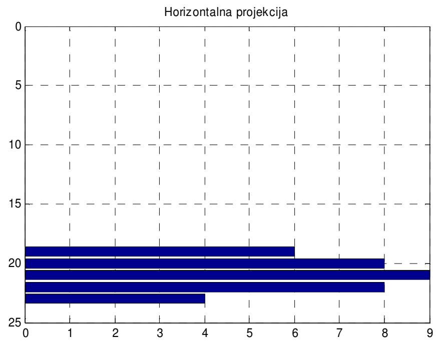
$$H(x) = \sum_{y} B(x, y),$$

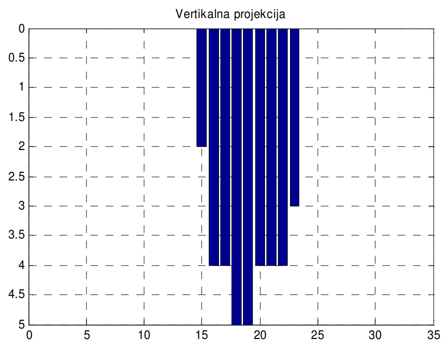
a horizontalna broj piksela objekta po redcima:

$$H(y) = \sum_{x} B(x, y),$$

gdje je B predikat koji određuje pripadnost piksela objektu.
Za maleni objekt u primjeru projekcije izgledaju kao na slici:







Projekcije se mogu koristiti kao značajke u raspoznavanju, ali treba imati na umu da više različitih likova može imati jednake projekcije.

Eulerov broj

Eulerov broj E <u>za neku sliku</u> se računa kao
E = C – H,
gdje je C broj povezanih komponenti u slici, a H broj rupa u slici.

Za sliku u našem primjeru imamo: C = 2, H=1 i E = 2-1 = 1.

Fourierovi i Granlundovi koeficijenti

Kada se kontura lika koja se sastoji od N točaka smjesti u kompleksnu ravninu svaka njena točka $t_n(x,y)$ postaje kompleksni broj oblika x+yi. Takva kontura može se opisati Fourierovim koeficijentima koji imaju oblik:

$$a_k = \sum_{n=0}^{N-1} t_n e^{-i\frac{2\pi}{N}kn}; k = 0, \dots, N-1$$

Budući da je kontura periodička funkcija postoji točno N različitih koeficijenata. Kada se ova formula raspiše vidimo da su Fourierovi koeficijenti također kompleksni brojevi i kako računati k-ti koeficijent:

$$a_k = \sum_{n=0}^{N-1} t_n e^{-i\frac{2\pi}{N}kn} = \sum_{n=0}^{N-1} \left[(x_n + y_n i) \left(\cos(\frac{2\pi}{N}kn) - i \sin(\frac{2\pi}{N}kn) \right) \right] =$$

$$= \dots = \sum_{n=0}^{N-1} \left[x_n \cos(\frac{2\pi}{N}kn) + y_n \sin(\frac{2\pi}{N}kn) \right] + i \sum_{n=0}^{N-1} \left[y_n \cos(\frac{2\pi}{N}kn) - x_n \sin(\frac{2\pi}{N}kn) \right]$$

Fourierovi koeficijenti su ovisni o rotaciji, translaciji, skaliranju konture i početnoj točci pa nisu pogodni kao značajke za raspoznavanje konture. Za raspoznavanje se koriste Granlundovi koeficijenti koji ne ovise o rotaciji, translaciji, skaliranju i početnoj točci, a definiraju se kao omjer Fourierovih koeficijenata:

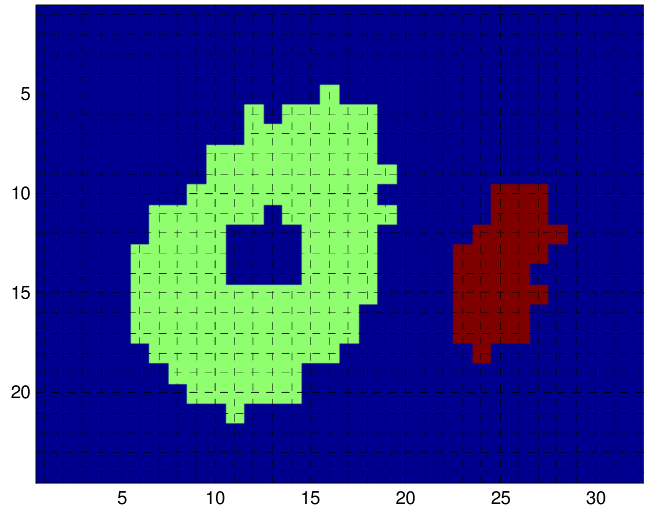
$$d_{mn} = \frac{a_{1+m}^{n} a_{1-n}^{m}}{a_1^{m+n}}; m \ge 1, n \ge 2$$

Orijentacija koordinatnog sustava utječe na redoslijed Fourierovih koeficijenata, a time i na iznos Granlundovih koeficijenata. Različite orijentacije koordinatnih sustava mogu se interpretirati i kao različiti smjerovi obilaska konture objekta. **<u>Različiti smjerovi obilaska konture rezultiraju zamjenom poretka Fourierovih koeficijenata s indeksima 1 do N-1</u>** dok a_0 ostaje nepromijenjen. Time se mijenjaju iznosi pripadnih Granlundovih koeficijenata.

Za primjer, izračunati ćemo na temelju konture malenog lika sljedeće koeficijente koristeći koordinatni sustav slike i u njemu obilazak u smjeru kazaljke na satu:

a_0 = 3.6500e+002 +3.9600e+002i
a_1 = -51.7291 -20.0165i
a_2 = -0.9056 - 1.6283i
a_{-1} = -10.9957 +13.9284i
d_{12} = 3.5856e-004 +4.1881e-005i

Ako cijelu našu sliku rotiramo za 30° (a time i sve likove u slici) rezultat je sljedeći:

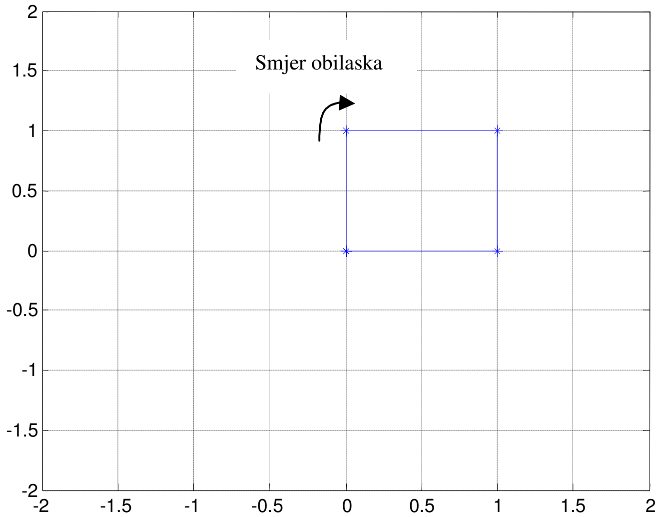


Prije navedeni koeficijenti sada poprimaju slijedeće vrijednosti:

a_0 = 4.7800e+002 +2.6100e+002i
a_1 = -32.8686 +43.8749i
a_2 = 0.9124 + 1.9921i
a_{-1} = -0.1521 +17.2715i
d_{12} = -4.7058e-004 -1.7850e-004i

Uzrok relativno velikoj razlici čak i kod Granlundovog koeficijenta je promjena oblika lika koju je izazvala kvantizacija prilikom rotacije. Bitno je napomenuti i da naše konture nisu jednoliko uzorkovane zbog kvadratne uzorčne rešetke kod koje su 8-susjedi različito udaljeni od centralnog piksela i ta se nejednolikost mijenja prilikom rotacije i nekih drugih transformacija.

Demonstracija izračuna Granlundovog koeficijenta i utjecaja početne točke konture na jednostavnom liku (kvadrat):



Kontura se sastoji od skupa točaka T oblika (x,y) T = {(0 0), (0 1), (1 1), (1 0)}. Za ovu konturu izračunati ćemo Fourierove koeficijente a_0, a_1, a_2, a_{-1} i Granlundov koeficijent d_{12} i to za primjer kada je početna točka (0 0) i kada je početna točka (0 1).

Početna točka (0,0):

$$a_0=\sum_{n=0}^{N-1}\left[x_n\cos(\frac{2\pi}{N}0*n)+y_n\sin(\frac{2\pi}{N}0*n)\right]+i\sum_{n=0}^{N-1}\left[y_n\cos(\frac{2\pi}{N}0*n)-x_n\sin(\frac{2\pi}{N}0*n)\right]=$$

$$\left[0+0+0+1*\sin(\frac{2\pi}{4}0*1)+1*\cos(\frac{2\pi}{4}0*2)+1*\sin(\frac{2\pi}{4}0*2)+1*\cos(\frac{2\pi}{4}0*3)+0\right]+$$

$$i*\left[0-0+1*\cos(\frac{2\pi}{4}0*1)-0+1*\cos(\frac{2\pi}{4}0*2)-1*\sin(\frac{2\pi}{4}0*2)+0-1*\sin(\frac{2\pi}{4}0*3)\right]=$$

$$[0+0+0+0+1+0+1+0]+i*[0-0+1-0+1-0+0-0]=2+2i$$

$$a_1=\sum_{n=0}^{N-1}\left[x_n\cos(\frac{2\pi}{N}1*n)+y_n\sin(\frac{2\pi}{N}1*n)\right]+i\sum_{n=0}^{N-1}\left[y_n\cos(\frac{2\pi}{N}1*n)-x_n\sin(\frac{2\pi}{N}1*n)\right]=$$

$$\left[0+0+0+1*\sin(\frac{2\pi}{4})+1*\cos(\frac{2\pi}{4}*2)+1*\sin(\frac{2\pi}{4}*2)+1*\cos(\frac{2\pi}{4}*3)+0\right]+$$

$$i*\left[0-0+1*\cos(\frac{2\pi}{4}*1)-0+1*\cos(\frac{2\pi}{4}*2)-1*\sin(\frac{2\pi}{4}*2)+0-1*\sin(\frac{2\pi}{4}*3)\right]=$$

$$[0+0+0+1-1+0+0+0]+i*[0-0+0-0-1-0+0+1]=0+0i$$

$$a_2=0$$

$$a_{-1}=-2-2i$$

$$d_{12}=\frac{a_2^2a_{-1}^1}{a_1^3}=\frac{0(-2-2i)}{0^3}=\text{3.0911e+015 -6.7446e+015i}$$

Početna točka (0,1):

$$a_0=\sum_{n=0}^{N-1}\left[x_n\cos(\frac{2\pi}{N}0*n)+y_n\sin(\frac{2\pi}{N}0*n)\right]+i\sum_{n=0}^{N-1}\left[y_n\cos(\frac{2\pi}{N}0*n)-x_n\sin(\frac{2\pi}{N}0*n)\right]=$$

$$\left[0+1*\sin(\frac{2\pi}{4}0*0)+1*\cos(\frac{2\pi}{4}0*1)+1*\sin(\frac{2\pi}{4}0*1)+1*\cos(\frac{2\pi}{4}0*2)+0+0+0\right]+$$

$$i*\left[1*\cos(\frac{2\pi}{4}0*0)-0+1*\cos(\frac{2\pi}{4}0*1)-1*\sin(\frac{2\pi}{4}0*1)+0-1*\sin(\frac{2\pi}{4}0*2)+0-0\right]=$$

$$[0+0+1+0+1+0+0+0]+i*[1-0+1-0+0-0+0-0]=2+2i$$

$$a_1=\sum_{n=0}^{N-1}\left[x_n\cos(\frac{2\pi}{N}1*n)+y_n\sin(\frac{2\pi}{N}1*n)\right]+i\sum_{n=0}^{N-1}\left[y_n\cos(\frac{2\pi}{N}1*n)-x_n\sin(\frac{2\pi}{N}1*n)\right]=$$

$$\left[0+1*\sin(\frac{2\pi}{4}*0)+1*\cos(\frac{2\pi}{4}*1)+1*\sin(\frac{2\pi}{4}*1)+1*\cos(\frac{2\pi}{4}*2)+0+0+0\right]+$$

$$i*\left[1*\cos(\frac{2\pi}{4}*0)-0+1*\cos(\frac{2\pi}{4}*1)-1*\sin(\frac{2\pi}{4}*1)+0-1*\sin(\frac{2\pi}{4}*2)+0-0\right]=$$

$$[0+0+0+1-1+0+0+0]+i*[1-0+0-1+0-0+0-0]=0+0i$$

$$a_2=0$$

$$a_{-1}=-2+2i$$

$$d_{12}=\frac{a_2^2a_{-1}^1}{a_1^3}=\frac{0(-2+2i)}{0^3}=\text{8.9723e+018 +2.2540e+019i}$$

Iz izračuna se vidi (iako je primjer numerički problematičan) da pomak mijenja Fourierove koeficijente, ali Granlundov koeficijent analitički ostaje isti, odnosno neovisan je o pomaku. Vidi se da numerički izračun može rezultirati znatnim rasipanjm u rezultatima što može biti problem za raspoznavanje oblika.

Huovi invarijantni momenti

Huovi invarijantni momenti računaju se na temelju normiranih centralnih momenata reda $p+q$:

$$\eta_{pq}=\frac{\mu_{pq}}{\mu_{00}^r};\ \text{uz}\ r=\frac{p+q}{2}+1$$

Definirano je sedam koeficijenata:

$$M_1=\eta_{20}+\eta_{02}$$

$$M_2=(\eta_{20}-\eta_{02})^2+4\eta_{11}^2$$

$$M_3=(\eta_{30}-3\eta_{12})^2+(3\eta_{21}-\eta_{03})^2$$

$$M_4=(\eta_{30}+\eta_{12})^2+(\eta_{21}+\eta_{03})^2$$

$$M_5=(\eta_{30}-\eta_{12})(\eta_{30}+\eta_{12})\left[(\eta_{30}+\eta_{12})^2-3(\eta_{21}+\eta_{03})^2\right]+(3\eta_{21}+\eta_{03})(\eta_{21}-\eta_{03})\left[3(\eta_{30}+\eta_{12})^2-(\eta_{21}+\eta_{03})^2\right]$$

$$M_6=(\eta_{20}-\eta_{02})\left[(\eta_{30}+\eta_{12})^2-(\eta_{21}+\eta_{03})^2\right]+4\eta_{11}(\eta_{30}+\eta_{12})(\eta_{21}+\eta_{03})$$

$$M_7=(3\eta_{21}-\eta_{03})(\eta_{30}+\eta_{12})\left[(\eta_{30}+\eta_{12})^2-3(\eta_{21}+\eta_{03})^2\right]-(\eta_{30}+3\eta_{12})(\eta_{21}+\eta_{03})\left[3(\eta_{30}+\eta_{12})^2-(\eta_{21}+\eta_{03})^2\right]$$

Svih sedam koeficijenata je neovisno o translaciji, skaliranju i rotaciji, a prvih šest i o zrcaljenju i zato su pogodni kao značajke za raspoznavanje objekata.

Za primjer, izračunati ćemo za maleni lik sljedeće koeficijente i to uz korištenje točaka konture i onda uz korištenje svih točaka objekta:

M_1(objekt) = 0.2027
M_2(objekt) = 0.0163
M_3(objekt) = 1.3206e-005
M_4(objekt) = 2.8544e-006

M_1(granica) = 0.5033
M_2(granica) = 0.0816
M_3(granica) = 4.2336e-005
M_4(granica) = 3.0732e-004

Iznosi momenata se razlikuju ovisno o tome koji se skup točaka koristi.

Kompaktnost/rastegnutost lika

Kompaktnost lika računa se kao:

$$k=\frac{4\pi A}{O^2},$$

gdje je A površina objekta, a O njegov opseg.
Rastegnutost lika računa se kao:

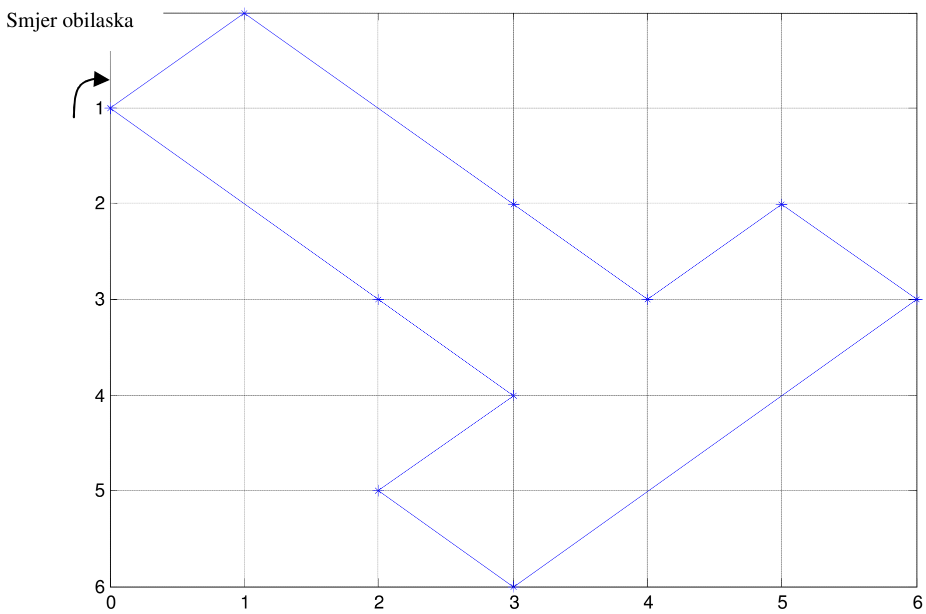
$$e=\frac{a}{b},$$

gdje je *a* dužina, a *b* širina najmanjeg pravokutnika u koji se dani lik može upisati.

Na primjeru:
K_m = 1.2183
K_v = 1.1815
E_m = 1.8
E_v = 1.4166

Zadatak za vježbu:

Lik se nalazi na slici:



Za računanje svojstava koristiti samo točke označene zvjezdicama. Za lik izračunati težište, orijentaciju, Fourierove koeficijente a_0, a_1, a_2, a_{-1}, Granlundov koeficijent d_{12}, kompaktnost i rastegnutost.

Rješenje:

$T(\bar{x}, \bar{y}) = (2.9, 2.9)$ (lijevo orijentirani koordinatni sustav)

$\Theta = -45°$

(μ_{11}=-7.9, μ_{20}=μ_{02}=28.9)

a_0 = 29.0000 -29.0000i

a_1 = -2.1264 + 4.1732i

a_2 = -1.2601 + 7.9558i

a_{-1} = -17.9638 + 9.1530i

d_{12}= 12.7313 + 0.0000i

$$k = \frac{4\pi \times 12}{\left(14\sqrt{2}\right)^2}$$

$$e = \frac{6}{6} = 1$$