

# Nombres reals

## ACTIVITATS

- 1.** Calcula el representant canònic d'aquests nombres:

a)  $\frac{-16}{24}$

b)  $\frac{18}{39}$

c)  $\frac{-24}{-60}$

a)  $\frac{-16}{24} = -\frac{2}{3}$

b)  $\frac{18}{39} = \frac{6}{13}$

c)  $\frac{-24}{-60} = \frac{2}{5}$

- 2.** Escriviu dos representants dels nombres racionals:

a)  $\frac{7}{12}$

b)  $\frac{9}{2}$

c)  $\frac{8}{25}$

Resposta oberta.

a)  $\frac{7}{12} = \left\{ \dots, \frac{14}{24}, \frac{21}{36}, \dots \right\}$

b)  $\frac{9}{2} = \left\{ \dots, \frac{18}{4}, \frac{27}{6}, \dots \right\}$

c)  $\frac{8}{25} = \left\{ \dots, \frac{16}{50}, \frac{24}{75}, \dots \right\}$

- 3.** Determina quants nombres racionals diferents hi ha en aquesta seqüència:

$$\frac{5}{3}, -\frac{5}{3}, -\frac{5}{3}, \frac{5}{-3}, \frac{10}{6}, 1, \hat{6}$$

Hi ha dos nombres racionals diferents:

$$\frac{5}{3} = \frac{10}{6} = 1, \hat{6} \quad -\frac{5}{3} = \frac{-5}{3} = \frac{5}{-3}$$

- 4.** Una fracció que tingui un terme negatiu i una altra que tingui els seus dos termes positius, poden ser representants del mateix nombre racional?

No poden representar el mateix nombre racional perquè si una fracció té un terme negatiu, el quotient és negatiu; i si els dos termes són positius, el quotient és positiu.

- 5.** Escriviu quatre nombres iracionals i especifica'n la regla de formació.

Resposta oberta.

Després de la coma, escrivim tots els múltiples de 3: 0,3691215...

Després de la coma, escrivim tots els múltiples de 4: 0,481216...

Sumem 1 al nombre racional  $\sqrt{2}$ :  $\sqrt{2} + 1$

Sumem 2 al nombre racional  $\sqrt{2}$ :  $\sqrt{2} + 2$

**6. Determina si els nombres següents són irracionals.**

a) 0,51015202530...      b)  $\frac{3\pi}{4\pi}$       c)  $2 - \pi$       d)  $\frac{10}{17}$

- a) És un nombre irracional perquè té infinites xifres decimals que no es repeteixen de manera periòdica.
- b) És un nombre decimal exacte; per tant, no és un nombre irracional.
- c) És un nombre irracional perquè, si a un nombre irracional se li resta un nombre enter, el resultat és un nombre irracional.
- d) No és un nombre irracional perquè és una fracció.

**7. Sense fer operacions amb decimals, escriu un nombre irracional inclòs entre  $-\sqrt{2}$  i  $\sqrt{2}$ .**

Resposta oberta. Per exemple:  $\sqrt{2} - 1$

**8. Justifica si les afirmacions següents són certes o no:**

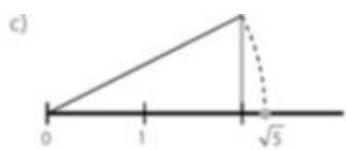
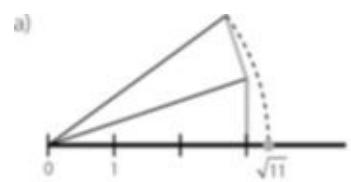
- a. L'arrel d'un nombre irracional és racional.
  - b. Un nombre irracional al quadrat no és racional.
- a) Certa, perquè té infinites xifres decimals no periòdiques.  
 b) Falsa. Per exemple:  $(\sqrt{2})^2 = 2$

**9. Indica el conjunt numèric mínim al qual pertanyen aquests nombres:**

- |                  |                       |        |
|------------------|-----------------------|--------|
| a) 8,0999...     | c) $\sqrt{15}$        | e) 2,5 |
| b) 1,22333444... | d) $6,1\overline{26}$ | f) -11 |
| a) $\mathbb{Q}$  | d) $\mathbb{Q}$       |        |
| b) $\mathbb{I}$  | e) $\mathbb{Q}$       |        |
| c) $\mathbb{I}$  | f) $\mathbb{Z}$       |        |

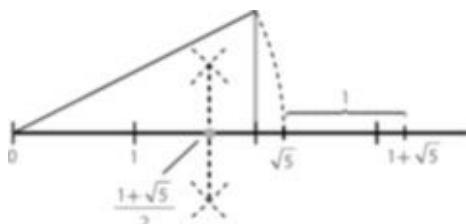
**10. Representa les arrels següents:**

a)  $\sqrt{11}$       b)  $\sqrt{101}$       c)  $\sqrt{5}$       d)  $\sqrt{36}$

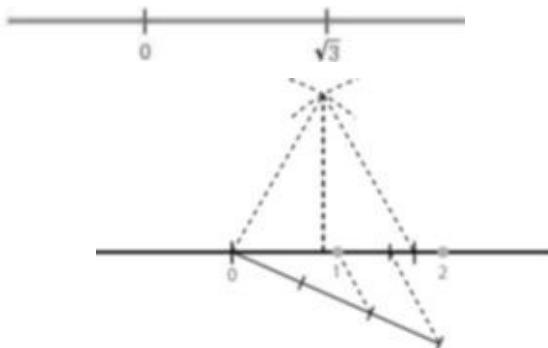


11. Col·loca aquest nombre en la recta real:

$$\phi = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$$



12. Representa els nombres 1 i 2 en la recta real següent:



13. Aplica la propietat distributiva i opera.

a)  $\frac{3}{4} \cdot \left( \frac{2}{7} - \frac{2}{5} \right)$

b)  $\frac{3}{4} \cdot \frac{2}{7} - \frac{2}{5} \cdot \frac{2}{7} + 3 \cdot \frac{2}{7}$

a)  $\frac{3}{4} \cdot \left( \frac{2}{7} - \frac{2}{5} \right) = \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{7} - \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{5} = \frac{30 - 42}{140} = -\frac{12}{140} = -\frac{3}{35}$

b)  $\frac{3}{4} \cdot \frac{2}{7} - \frac{2}{5} \cdot \frac{2}{7} + 3 \cdot \frac{2}{7} = \frac{2}{7} \left( \frac{3}{4} - \frac{2}{5} + 3 \right) = \frac{2}{7} \cdot \frac{67}{20} = \frac{67}{70}$

14. Escriv tres nombres situats entre aquests:

a)  $\frac{301}{200}$  i  $\frac{302}{200}$

b)  $\sqrt{5}$  i  $\sqrt{5} + \frac{1}{10}$

a) Resposta oberta, per exemple:  $\frac{3011}{2000}$ ,  $\frac{3012}{2000}$  i  $\frac{3013}{2000}$

b) Resposta oberta, per exemple:  $\sqrt{5} + \frac{1}{100}$ ,  $\sqrt{5} + \frac{2}{100}$  i  $\sqrt{5} + \frac{3}{100}$

**15.** Ordena, de més petit a més gran els nombres racionals i irracionalss següents:

$$3 \quad \frac{22}{7} \quad \pi \quad \frac{2827}{900}$$

$$3 < \frac{2827}{900} < \pi < \frac{22}{7}$$

**16.** Per mitjà de la propietat distributiva, calcula sense realitzar els quadrats.

a)  $99^2$       b)  $999^2$

a)  $99^2 = 99 \cdot 99 = 99(100 - 1) = 9900 - 99 = 9801$

b)  $999^2 = 999 \cdot 999 = 999(1000 - 1) = 999000 - 999 = 998001$

**17.** Representa els següents conjunts numèrics de totes les maneres que coneus.

a. Nombres més petits que  $\pi$ .

b. Nombres més grans que  $\sqrt{3}$  i més petits o iguals que 7.

c. Nombres més petits o iguals que 2 i més grans que -2.

d. Nombres compresos entre els dos primers nombres parells, tots dos inclosos.

e. Nombres compresos entre  $\sqrt{2}$  i  $\sqrt{3}$ .

a)  $(-\infty, \pi) = \{x : x < \pi\}$



b)  $(\sqrt{3}, 7] = \{x : \sqrt{3} < x \leq 7\}$



c)  $(-2, 2] = \{x : -2 < x \leq 2\}$



d)  $[2, 4] = \{x : 2 \leq x \leq 4\}$



e)  $(\sqrt{2}, \sqrt{3}) = \{x : \sqrt{2} < x < \sqrt{3}\}$



**18.** Escriu, de totes les maneres que coneus, aquests intervals de la recta real.



a)  $(-\infty, -3) = \{x : x < -3\}$

c)  $(3, +\infty) = \{x : x > 3\}$

b)  $[-3, 2) = \{x : -3 \leq x < 2\}$

d)  $(-1, 1) = \{x : |x| < 1\}$

**19.** Representa el conjunt  $\{x: |x - 3| \leq 1\}$ , de totes les maneres que coneus.

$$[2, 4] = \{x: 2 \leq x \leq 4\}$$



**20.** Amb l'ajut de la calculadora, escriu  $\sqrt{3}$  en forma decimal i les aproximacions corresponents per excés i per defecte als deumil·lèsims i als centmil·lèsims.

$$\sqrt{3} = 1,73205080 \dots$$

- a) Aproximació per excés: 1,7321  
Aproximació per defecte: 1,7320
- b) Aproximació per excés: 1,73205  
Aproximació per defecte: 1,73205
- c) Aproximació per excés: 1,732051  
Aproximació per defecte: 1,732052

**21.** Pensa en una situació en la qual dos mesuraments tinguin els mateixos errors absoluts però diferents errors relatius.

Resposta oberta.

$$V_{\text{real}} = 12,5$$

Valors aproximats: 12 i 13. En tots dos casos, l'error absolut és 0,5, però els errors relatius són diferents:

$$E_a = \left| \frac{0,5}{12} \right| = 0,0417 \quad E_r = \left| \frac{0,5}{13} \right| = 0,0385$$

**22.** Indica dos exemples de mesurament i dóna'n les corresponents cotes d'error.

- Velocitat a l'autopista → 115,45 km/h

$$\text{Aproximació} \rightarrow 115 \text{ km/h} \rightarrow \begin{cases} \text{Cota d'error absolut} = \left| \frac{1}{2 \cdot 10^0} \right| = 0,5 \\ \text{Cota d'error relatiu} = \frac{0,5}{115 - 0,5} = 0,00437 \end{cases}$$

- Mitjana d'edat de jubilació → 64,3 anys

$$\text{Aproximació} \rightarrow 64 \text{ anys} \rightarrow \begin{cases} \text{Cota d'error absolut} = \left| \frac{1}{2 \cdot 10^0} \right| = 0,5 \\ \text{Cota d'error relatiu} = \frac{0,5}{64 - 0,5} = 0,007874 \end{cases}$$

**23.** Calcula les cotes d'error absolut i relatiu quan arrodonim el nombre  $\sqrt{2}$ :

- a) Als centèsims.
- b) Als mil·lèsims.

$$\text{a)} E_a = \left| \frac{1}{2 \cdot 10^2} \right| = 0,005$$

$$E_r = \left| \frac{0,005}{1,41 - 0,005} \right| = 0,0035$$

$$\text{b)} E_a = 0,0005$$

$$E_r = \left| \frac{0,0005}{1,414 - 0,0005} \right| = 0,00035$$

- 24.** Una localitat té 310 habitants, xifra arrodonida a les desenes. En pots indicar els errors? Sabries assenyalar les cotes d'error comès?

No ho podem calcular, ja que per calcular els errors relatius i absoluts s'ha de conèixer el valor real.

$$E_a = \left| \frac{1}{2 \cdot 10^{-1}} \right| = 5$$

$$E_r = \left| \frac{5}{310 - 5} \right| = 0,016$$

- 25.** Calcula una cota d'error absolut quan truquem un nombre als dècims. I si fos als centèsims?

$$E_a = \left| \frac{1}{2 \cdot 10^1} \right| = 0,05$$

$$E_a = \left| \frac{1}{2 \cdot 10^2} \right| = 0,005$$

- 26.** Escriu els següents nombres en notació científica:

a) 0,0000085    c) 31 940 000 000

b) 5 000 000 000 000    c) 0,000000000479

a)  $0,0000085 = 8,5 \cdot 10^{-6}$                                   c)  $31\,940\,000\,000 = 3,194 \cdot 10^{10}$

b)  $5\,000\,000\,000\,000 = 5 \cdot 10^{12}$                                   d)  $0,000000000479 = 4,79 \cdot 10^{-10}$

- 27.** Opera i expressa el resultat en notació científica.

a)  $(5,2 \cdot 10^3 + 4,75 \cdot 10^{-2}) : 8,05 \cdot 10^{-4}$

b)  $3,79 \cdot 10^8 \cdot (7,73 \cdot 10^4 - 6,54 \cdot 10^{-2})$

a)  $(5,2 \cdot 10^3 + 4,75 \cdot 10^{-2}) : 8,05 \cdot 10^{-4} = 6,465968 \cdot 10^{-2}$

b)  $3,79 \cdot 10^8 \cdot (7,73 \cdot 10^4 - 6,54 \cdot 10^{-2}) = 2,92966 \cdot 10^{13}$

- 28.** Determina si les igualtats següents són certes. Justifica la resposta.

a)  $\sqrt[4]{-16} = -2$

c)  $\sqrt[3]{1000\,000} = \pm 1000$

b)  $\sqrt[4]{256} = \pm 4$

d)  $\sqrt[3]{32} = \pm 2$

a) Falsa:  $(-2)^4 = 16$

c) Falsa:  $(-1\,000)^3 = -1\,000\,000\,000$

b) Falsa:  $4^{\text{ll}} = 65\,536$

d) Falsa:  $(-2)^5 = -32$

- 29.** Calcula el valor numèric, si existeix, dels següents radicals:

a)  $\sqrt[4]{16}$

c)  $\sqrt[4]{-10\,000}$

b)  $\sqrt[3]{-8}$

d)  $\sqrt[5]{243}$

a)  $\sqrt[4]{16} = 2$

c) No té cap arrel real.

b)  $\sqrt[3]{-8} = -2$

d)  $\sqrt[5]{243} = 3$

- 30.** Transforma aquests radicals en potències, i viceversa.

a)  $3^{\frac{1}{4}}$

c)  $2^{\frac{1}{5}}$

e)  $10^{\frac{2}{7}}$

b)  $5^{\frac{2}{3}}$

d)  $7^{\frac{3}{5}}$

f)  $\sqrt[4]{5^7}$

a)  $3^{\frac{1}{4}} = \sqrt[4]{3}$       d)  $7^{\frac{3}{5}} = \sqrt[5]{7^3}$   
 b)  $5^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{5^2}$       e)  $10^{\frac{2}{7}} = \sqrt[7]{10^2}$   
 c)  $2^{\frac{1}{6}} = \sqrt[6]{2}$       f)  $\sqrt[4]{5^7} = 5^{\frac{7}{4}}$

**31. Indica si els radicals següents són equivalents:**

- a)  $\sqrt[4]{3^6}$  i  $\sqrt{3^3}$       c)  $\sqrt[4]{36}$  i  $\sqrt{6}$   
 b)  $\sqrt[5]{2^{10}}$  i  $\sqrt{2}$       d)  $\sqrt[4]{5^{10}}$  i  $\sqrt{5^4}$   
 a) Són equivalents.      c) Són equivalents.  
 b) No són equivalents.      d) No són equivalents.

**32. Efectua aquestes operacions:**

a)  $\sqrt{20} - 3\sqrt{125} + 2\sqrt{45}$       b)  $7\sqrt[3]{81} - 2\sqrt[4]{3^2} + \frac{\sqrt[3]{3}}{5}$   
 $\sqrt{20} - 3\sqrt{125} + 2\sqrt{45} = 2\sqrt{5} - 15\sqrt{5} + 6\sqrt{5} = -7\sqrt{5}$   
 $7\sqrt[3]{81} - 2\sqrt[4]{3^2} + \frac{\sqrt[3]{3}}{5} = 21\sqrt[3]{3} - 2\sqrt[4]{3} + \frac{\sqrt[3]{3}}{5} = \frac{96\sqrt[3]{3}}{5}$

**33. Opera i simplifica.**

a)  $4\sqrt{27} \cdot 5\sqrt{6}$       b)  $\left(\frac{\sqrt[4]{32}}{\sqrt{8}}\right)^3$       c)  $\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt{3}$       d)  $\frac{\sqrt{3} \cdot \sqrt[3]{3}}{\sqrt[4]{3}}$   
 $4\sqrt{27} \cdot 5\sqrt{6} = 20\sqrt{162} = 180\sqrt{2}$   
 $\left(\frac{\sqrt[4]{32}}{\sqrt{8}}\right)^3 = \frac{\sqrt[4]{32}}{\sqrt{8^3}} = \sqrt{\frac{2^5}{2^9}} = \frac{1}{4}$   
 $\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt{3} = \sqrt[4]{4} \cdot \sqrt[4]{27} = \sqrt[4]{108}$   
 $\frac{\sqrt{3} \cdot \sqrt[3]{3}}{\sqrt[4]{3}} = \sqrt[4]{\frac{3^5 \cdot 3^4}{3^3}} = \sqrt[4]{3^7}$

**34. Racionalitza les expressions següents:**

a)  $\frac{2}{\sqrt{5}}$       b)  $\frac{-3}{5\sqrt[4]{2^3}}$       c)  $\frac{2+\sqrt{3}}{6\sqrt[5]{7^3}}$   
 $\frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$   
 $\frac{-3}{5\sqrt[4]{2^3}} = \frac{-3\sqrt[4]{2}}{10}$   
 $\frac{2+\sqrt{3}}{6\sqrt[5]{7^3}} = \frac{(2+\sqrt{3})\sqrt[5]{7^2}}{42}$

**35. Racionalitza i opera.**

a)  $\frac{1}{1+\sqrt{2}}$

b)  $\frac{8\sqrt{2}}{\sqrt{3}+7}$

c)  $\frac{5\sqrt{3}}{9-\sqrt{5}}$

a)  $\frac{1}{1+\sqrt{2}} = \frac{1-\sqrt{2}}{-1} = -1+\sqrt{2}$

b)  $\frac{8\sqrt{2}}{\sqrt{3}+7} = \frac{8\sqrt{6}-56\sqrt{2}}{-46} = \frac{-4\sqrt{6}+28\sqrt{2}}{23}$

c)  $\frac{5\sqrt{3}}{9-\sqrt{5}} = \frac{45\sqrt{3}+5\sqrt{15}}{76}$

**36. Calcula aquests logaritmes mitjançant la definició:**

a)  $\log_2 8$

e)  $\ln e^{33}$

b)  $\log_3 81$

f)  $\ln e^{-4}$

c)  $\log 1000$

g)  $\log_4 16$

d)  $\log 0,0001$

h)  $\log_4 0,25$

a)  $\log_2 8 = 3$

e)  $\ln e^{33} = 33$

b)  $\log_3 81 = 4$

f)  $\ln e^{-4} = -4$

c)  $\log 1000 = 3$

g)  $\log_4 16 = 2$

d)  $\log 0,0001 = -4$

h)  $\log_4 0,25 = -1$

**37. Determina aquests logaritmes per mitjà de la definició:**

a)  $\log_3 243$

e)  $\ln e^2$

b)  $\log_9 81$

f)  $\ln e^{-14}$

c)  $\log 1000000$

g)  $\log_7 343$

d)  $\log 0,00001$

h)  $\log_4 0,0625$

a)  $\log_3 243 = 5$

e)  $\ln e^2 = 2$

b)  $\log_9 81 = 2$

f)  $\ln e^{-14} = -14$

c)  $\log 1000000 = 6$

g)  $\log_7 343 = 3$

d)  $\log 0,00001 = -5$

h)  $\log_4 0,0625 = -2$

**38. Calcula aquests logaritmes i deixa indicat el resultat:**

a)  $\log_4 32$

d)  $\log_5 32$

b)  $\log_2 32$

e)  $\log_{32} 4$

c)  $\log_3 100$

f)  $\log_2 304$

a)  $\log_4 32 = \frac{\log_2 32}{\log_2 4} = \frac{5}{2}$

d)  $\log_5 32 = \frac{\log 32}{\log 5} = 2,1533\dots$

b)  $\log_2 32 = 5$

e)  $\log_{32} 4 = \frac{\log_2 4}{\log_2 32} = \frac{2}{5}$

c)  $\log_3 100 = \frac{\log 100}{\log 3} = 4,1918\dots$

f)  $\log_2 304 = \frac{\log 304}{\log 2} = 8,2479\dots$

- 39.** Si sabem que  $\log 2 = 0,3010$ ;  $\log 3 = 0,4771$  i  $\log 7 = 0,8451$ , determina els logaritmes decimals dels 10 primers nombres naturals. Amb aquestes dades, sabries calcular  $\log 3,5$ ? I  $\log 1,5$ ?

$$\log 4 = \log(2 \cdot 2) = \log 2 + \log 2 = 2 \cdot 0,3010 = 0,6020$$

$$\log 5 = \log\left(\frac{10}{2}\right) = \log 10 - \log 2 = 1 - 0,3010 = 0,6990$$

$$\log 6 = \log(3 \cdot 2) = \log 3 + \log 2 = 0,4771 + 0,3010 = 0,7781$$

$$\log 8 = \log(4 \cdot 2) = \log 4 + \log 2 = 0,6020 + 0,3010 = 0,9030$$

$$\log 9 = \log(3 \cdot 3) = \log 3 + \log 3 = 0,4771 + 0,4771 = 0,9542$$

$$\log 10 = 1$$

$$\log 3,5 = \log\left(\frac{7}{2}\right) = \log 7 - \log 2 = 0,8451 - 0,3010 = 0,5441$$

$$\log 1,5 = \log\left(\frac{3}{2}\right) = \log 3 - \log 2 = 0,4771 - 0,3010 = 0,1761$$

- 40.** Sense l'ajuda de la calculadora, determina,  $\log_2 5$  i  $\log_5 2$ . Comprova que el seu producte és 1.

En l'activitat anterior hem vist que  $\log 2 = 0,3010$ .

Utilitzem canvis de base:

$$\log_2 10 = \frac{\log 10}{\log 2} = \frac{1}{0,3010} = 3,32$$

$$\log_2 10 = \log_2(2 \cdot 5) = \log_2 2 + \log_2 5 \rightarrow \log_2 5 = 2,32$$

$$\log_2 2 = \frac{\log_2 2}{\log_2 5} = \frac{1}{\log_2 5} = 0,43$$

Com que els nombres són inversos, el seu producte és 1. També es pot comprovar d'aquesta manera:

$$\log_2 5 \cdot \log_5 2 = \frac{\log 5}{\log 2} \cdot \frac{\log 2}{\log 5} = 1$$

- 41.** Calcula el valor de x en les igualtats següents:

a)  $\log_x 256 = -8$       c)  $\log_5 \sqrt[6]{625} = x$

b)  $\log_3 x = \frac{2}{3}$       d)  $\log_x 3 = 2$ .

a)  $\frac{1}{2}$       b)  $2,0801\dots$       c)  $\frac{2}{3}$       d)  $\sqrt{3}$

- 42.** Calcula  $\log_a b \cdot \log_b a$

$$\log_a b \cdot \log_b a = \frac{\log a}{\log b} \cdot \frac{\log b}{\log a} = 1$$

## SABER FER

- 43.** Multiplica i resta.

a)  $2,\hat{7} + 4,\hat{3}$       c)  $6,\hat{1}3 + 5,\hat{2}$       e)  $6,\hat{3}4 + 4,2\hat{1}3$   
 b)  $20,2\hat{1} - 7,\hat{5}$       d)  $5,\hat{4} + 7,\hat{6}$       f)  $1,\hat{2}3 - 1,0\hat{1}2$

## Nombres reals

a)  $2,\bar{7} + 4,\bar{3} = \frac{27-2}{9} + \frac{43-4}{9} = \frac{64}{9} = 7,\bar{1}$

d)  $5,\bar{4} + 7,\bar{6} = \frac{49}{9} + \frac{69}{9} = \frac{118}{9} = 13,\bar{1}$

b)  $20,2\bar{1} - 7,\bar{5} = \frac{1819}{90} - \frac{68}{9} = \frac{1139}{90} = 12,6\bar{5}$

e)  $6,\bar{3}\bar{4} + 4,2\bar{1}\bar{3} = \frac{628}{99} + \frac{4171}{990} = \frac{10451}{990} = 10,5\bar{5}\bar{6}$

c)  $6,3\bar{1}\bar{3} + 5,\bar{2}\bar{2} = \frac{607}{99} + \frac{47}{9} = \frac{1124}{99} = 11,\bar{3}\bar{5}$

f)  $1,\bar{2}\bar{3} - 1,0\bar{1}\bar{2} = \frac{122}{99} + \frac{167}{165} = \frac{109}{495} = 0,2\bar{2}\bar{0}$

### 44. Multiplica i divideix.

a)  $1,2 \cdot 2,\bar{1}$

c)  $6,\bar{3}\bar{7} \cdot 8,\bar{4}$

b)  $1,2 : 2,\bar{1}$

d)  $6,\bar{3}\bar{7} : 8,\bar{4}$

a)  $1,2 \cdot 2,\bar{1} = \frac{6}{5} \cdot \frac{19}{9} = \frac{38}{15} = 2,5\bar{3}$

c)  $6,\bar{3}\bar{7} \cdot 8,\bar{4} = \frac{287}{45} \cdot \frac{76}{9} = \frac{21812}{405} = 53,8\bar{5}67901234$

b)  $1,2 \cdot 2,\bar{1} = \frac{6}{5} \cdot \frac{19}{9} = \frac{54}{95} = 0,5684210526315789473$

d)  $6,\bar{3}\bar{7} \cdot 8,\bar{4} = \frac{287}{45} \cdot \frac{76}{9} = \frac{287}{380} = 0,75526315789473684210$

### 45. Fes les operacions següents:

a)  $\left(\frac{5}{6} + \frac{4}{5}\right)^{-2} \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^{-1} + \left(\frac{2}{3}\right)^2$

b)  $\left(\frac{5}{6} - \frac{4}{5}\right)^2 : \left(\frac{3}{2}\right)^{-1} + \left(\frac{2}{3}\right)^{-2}$

a)  $\left(\frac{5}{6} + \frac{4}{5}\right)^{-2} \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^{-1} + \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \left(\frac{25}{30} + \frac{24}{30}\right)^{-2} \cdot \left(\frac{2}{3}\right) + \frac{4}{9} = \frac{30^2}{49^2} \cdot \frac{2}{3} + \frac{4}{9} = \frac{600}{2401} + \frac{4}{9} = \frac{15004}{21609}$

b)  $\left(\frac{5}{6} - \frac{4}{5}\right)^2 : \left(\frac{3}{2}\right)^{-1} + \left(\frac{2}{3}\right)^{-2} = \left(\frac{25}{30} - \frac{24}{30}\right)^2 \cdot \frac{2}{3} + \frac{9}{4} = \frac{1}{30^2} \cdot \frac{2}{3} + \frac{9}{4} = \frac{1}{1350} + \frac{9}{4} = \frac{6077}{2700}$

### 46. Factoritza aquestes expressions:

a)  $\frac{6}{35} - \frac{30}{105} + \frac{54}{245}$

b)  $\frac{9}{4} + \frac{45}{32} + \frac{81}{100}$

a)  $\frac{6}{35} - \frac{30}{105} + \frac{54}{245} = \frac{2 \cdot 3}{5 \cdot 7} - \frac{2 \cdot 3 \cdot 5}{3 \cdot 5 \cdot 7} + \frac{2 \cdot 3^3}{5 \cdot 7^2} = \frac{2 \cdot 3}{5 \cdot 7} \cdot \left(1 - \frac{5}{3} + \frac{3^2}{7}\right) = \frac{6}{35} \cdot \left(1 - \frac{5}{3} + \frac{9}{7}\right)$

b)  $\frac{9}{4} + \frac{45}{32} + \frac{81}{100} = \frac{3^2}{2^2} + \frac{5 \cdot 3^2}{2^5} + \frac{3^4}{2^2 \cdot 5^2} = \frac{3^2}{2^2} \cdot \left(1 + \frac{5}{2^3} + \frac{3^2}{5^2}\right) = \frac{9}{4} \cdot \left(1 + \frac{5}{8} + \frac{9}{25}\right)$

### 47. Calcula la unió d'aquests intervals:

a)  $(-4, -2] \cup (-3, 0)$

b)  $(2, 8] \cup [-2, 0)$

a)  $(-4, -2] \cup (-3, 0) = (-4, 0)$

b)  $(2, 8] \cup [-2, 0) = (2, 8]$

### 48. Calcula la intersecció dels intervals següents:

a)  $(-4, -2] \cap (-3, 0)$

b)  $(2, 8] \cap [-2, 0)$

a)  $(-4, -2] \cap (-3, 0) = (-3, 1]$

b)  $(2, 8] \cap [-2, 0) = \emptyset$

**49.** Escriviu els cinc primers intervals encaixats dels nombres  $\sqrt{22}$ ,  $\pi$  i  $\phi$ .

a)  $\sqrt{22} = 4,6904157598234295545656301135445\dots$

$4 < \sqrt{22} < 5 \rightarrow (4, 5) \rightarrow \text{Error} < 5 - 4 = 1$

$4,6 < \sqrt{22} < 4,7 \rightarrow (4,6; 4,7) \rightarrow \text{Error} < 4,7 - 4,6 = 0,1$

$4,69 < \sqrt{22} < 4,70 \rightarrow (4,69; 4,7) \rightarrow \text{Error} < 4,7 - 4,69 = 0,01$

$4,690 < \sqrt{22} < 4,691 \rightarrow (4,69; 4,691) \rightarrow \text{Error} < 4,691 - 4,69 = 0,001$

$4,6904 < \sqrt{22} < 4,6905 \rightarrow (4,6904; 4,691) \rightarrow \text{Error} < 4,691 - 4,6904 = 0,0001$

b)  $\pi = 3,1415926535897932384626433832795\dots$

$3 < \pi < 4 \rightarrow (3, 4) \rightarrow \text{Error} < 4 - 3 = 1$

$3,1 < \pi < 3,2 \rightarrow (3,1; 3,2) \rightarrow \text{Error} < 3,2 - 3,1 = 0,1$

$3,14 < \pi < 3,15 \rightarrow (3,14; 3,15) \rightarrow \text{Error} < 3,15 - 3,14 = 0,01$

$3,141 < \pi < 3,142 \rightarrow (3,141; 3,142) \rightarrow \text{Error} < 3,142 - 3,141 = 0,001$

$3,1415 < \pi < 3,1416 \rightarrow (3,1415; 3,1416) \rightarrow \text{Error} < 3,1416 - 3,1415 = 0,0001$

c)  $\Phi = 1,6180339887498948482045868343656\dots$

$1 < \Phi < 2 \rightarrow (1, 2) \rightarrow \text{Error} < 2 - 1 = 1$

$1,6 < \Phi < 1,7 \rightarrow (1,6; 1,7) \rightarrow \text{Error} < 1,7 - 1,6 = 0,1$

$1,61 < \Phi < 1,62 \rightarrow (1,61; 1,62) \rightarrow \text{Error} < 1,62 - 1,61 = 0,01$

$1,618 < \Phi < 1,619 \rightarrow (1,618; 1,619) \rightarrow \text{Error} < 1,619 - 1,618 = 0,001$

$1,6180 < \Phi < 1,6181 \rightarrow (1,618; 1,6181) \rightarrow \text{Error} < 1,6181 - 1,618 = 0,0001$

**50.** Opera en notació científica.

a)  $6,4 \cdot 10^{-6} - 5,1 \cdot 10^{-4} + 9,3 \cdot 10^{-2}$     b)  $5,1 \cdot 10^6 - 5,2 \cdot 10^4 + 5,3 \cdot 10^2$

a)  $6,4 \cdot 10^{-6} - 5,1 \cdot 10^{-4} + 9,3 \cdot 10^{-2} = 9,24964 \cdot 10^{-2}$     b)  $5,1 \cdot 10^6 - 5,2 \cdot 10^4 + 5,3 \cdot 10^2 = 5,04853 \cdot 10^6$

**51.** Converteix les expressions següents en un sol radical:

a)  $5^{\frac{2}{3}}$

c)  $(-5)^{\frac{2}{3}}$

e)  $\sqrt[3]{\sqrt[4]{23}}$

b)  $-5^{\frac{2}{3}}$

d)  $(-5)^{-\frac{2}{3}}$

f)  $\sqrt[3]{\sqrt[4]{3}}$

a)  $5^{\frac{2}{3}} = \frac{1}{\sqrt[3]{5^2}} = \frac{1}{\sqrt[3]{25}}$

c)  $(-5)^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{5^2}$

e)  $\sqrt[3]{\sqrt[4]{23}} = \sqrt[12]{23}$

$$\text{b) } -5^{\frac{2}{3}} = -\sqrt[3]{5^2}$$

$$\text{d) } (-5)^{-\frac{2}{3}} = \frac{1}{\sqrt[3]{(-5)^2}} = \frac{1}{5} \sqrt[3]{5}$$

$$\text{f) } \sqrt[3]{\sqrt[3]{3}} = \sqrt[9]{3}$$

**52. Introdueix els factors de les expressions següents dins del signe radical:**

$$\text{a) } 3x^2 \sqrt[3]{3y}$$

$$\text{c) } 2ab^2c \sqrt[4]{4}$$

$$\text{b) } 8b \sqrt{8a^3b}$$

$$\text{d) } (2a-b)\sqrt{b}$$

$$\text{a) } 3x^2 \sqrt[3]{3y} = \sqrt[3]{27x^6 3y} = \sqrt[3]{81x^6 y}$$

$$\text{c) } 2ab^2c \sqrt[4]{4} = \sqrt[4]{64a^4 b^8 c^4}$$

$$\text{b) } 8b \sqrt{8a^3b} = \sqrt{512a^3b^3}$$

$$\text{d) } (2a-b)\sqrt{b} = \sqrt{(2a-b)^2 b} = \sqrt{4a^2 b + b^3 - 4ab^2}$$

**53. Racionalitza les expressions següents:**

$$\text{a) } \frac{3}{\sqrt{3} \cdot \sqrt[4]{5}}$$

$$\text{b) } \frac{6}{\sqrt[3]{2} \cdot (\sqrt{2} + \sqrt{3})}$$

$$\text{c) } \frac{\sqrt{2}}{(\sqrt{3} - \sqrt{2})(2 - \sqrt{5})}$$

$$\text{a) } \frac{3}{\sqrt{3} \cdot \sqrt[4]{5}} = \frac{\sqrt{3} \cdot \sqrt[4]{5^3}}{5}$$

$$\text{b) } \frac{6}{\sqrt[3]{2} \cdot (\sqrt{2} + \sqrt{3})} = \frac{6}{\sqrt[3]{2} \cdot (\sqrt{2} + \sqrt{3})} \cdot \frac{\sqrt[3]{2^2} \cdot (\sqrt{2} - \sqrt{3})}{\sqrt[3]{2^2} \cdot (\sqrt{2} - \sqrt{3})} = -3 \cdot \sqrt[3]{2^2} \cdot (\sqrt{2} - \sqrt{3}) = 3 \sqrt[3]{2^2} \cdot (\sqrt{3} - \sqrt{2})$$

$$\text{c) } \frac{\sqrt{2}}{(\sqrt{3} - \sqrt{2})(2 - \sqrt{5})} = \frac{\sqrt{2}}{(\sqrt{3} - \sqrt{2})(2 - \sqrt{5})} \cdot \frac{(\sqrt{3} + \sqrt{2})(2 + \sqrt{5})}{(\sqrt{3} + \sqrt{2})(2 + \sqrt{5})} = -\sqrt{2} \cdot (\sqrt{3} + \sqrt{2})(2 + \sqrt{5})$$

## ACTIVITATS FINALS

**54.** Classifica aquestes fraccions en reductibles i irreductibles:

a)  $\frac{-5}{12}$       c)  $\frac{15}{18}$       e)  $-\frac{15}{28}$   
 b)  $\frac{9}{6}$       d)  $\frac{3}{8}$       f)  $\frac{104}{-206}$

a)  $\frac{-5}{12} \rightarrow$  És irreductible, perquè m.c.d.(5,12) = 1.      d)  $\frac{3}{8} \rightarrow$  És irreductible, perquè m.c.d.(3,8) = 1.  
 b)  $\frac{9}{6} = \frac{3}{2} \rightarrow$  És una fracció reductible.      e)  $-\frac{15}{28} \rightarrow$  És irreductible, perquè m.c.d.(15,28) = 1  
 c)  $\frac{15}{18} = \frac{5}{6} \rightarrow$  És una fracció reductible.      f)  $\frac{104}{-206} = -\frac{52}{103} \rightarrow$  És una fracció reductible.

**55.** Classifica aquestes fraccions en reductibles i irreductibles:

a)  $\frac{5}{200}$       c)  $\frac{26}{130}$       e)  $\frac{12}{400}$       g)  $\frac{88}{176}$   
 b)  $\frac{-1080}{432}$       d)  $\frac{-702}{1053}$       f)  $\frac{72}{243}$       h)  $\frac{104}{216}$

a)  $\frac{5}{200} = \frac{1}{40}$       c)  $\frac{26}{130} = \frac{1}{5}$       e)  $\frac{12}{400} = \frac{3}{100}$       f)  $\frac{88}{176} = \frac{1}{2}$   
 b)  $\frac{-1080}{200} = \frac{-5}{2}$       d)  $\frac{-702}{1053} = \frac{-2}{3}$       f)  $\frac{72}{243} = \frac{8}{27}$       g)  $\frac{104}{216} = \frac{13}{27}$

**56.** Calcula x perquè les fraccions siguin equivalents...

a)  $\frac{3}{5} = \frac{6}{x}$       c)  $\frac{x}{-3} = \frac{4}{6}$   
 b)  $\frac{-5}{2} = \frac{x}{8}$       d)  $\frac{4}{x} = -\frac{1}{3}$

a)  $\frac{3}{5} = \frac{6}{x} \rightarrow 3x = 30 \rightarrow x = 10$       c)  $\frac{x}{-3} = \frac{4}{6} \rightarrow 6x = -12 \rightarrow x = -2$   
 b)  $\frac{-5}{2} = \frac{x}{8} \rightarrow -40 = 2x \rightarrow x = -20$       d)  $\frac{4}{x} = -\frac{1}{3} \rightarrow 12 = -x \rightarrow x = -12$

**57.** Determina els valors de x perquè siguin irreductibles.

a) La fracció propia  $\frac{x}{18}$ .      b) La fracció impropria  $\frac{12}{x}$ .

a) m.c.d.(x, 18) = 1,  $x < 18 \rightarrow x = \{5, 7, 11, 13, 17\}$       b) m.c.d.(12, x) = 1,  $x < 12 \rightarrow x = \{5, 7, 11\}$

**58.** Determina els valors de x perquè siguin irreductibles.

a)  $\frac{1}{2} + \left(\frac{2}{3}\right)^{-2} \cdot \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{6}\right)^2$  b)  $\left(\frac{4}{3} : \frac{1}{6}\right)^{-2} + \left(\frac{5}{2} \cdot \frac{1}{6}\right)^2$

a)  $\frac{1}{2} + \left(\frac{2}{3}\right)^{-2} \cdot \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{6}\right)^2 = \frac{1}{2} + \left(\frac{3}{2}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{2} + \frac{9}{4} \cdot \frac{1}{4} = \frac{17}{16}$

b)  $\left(\frac{4}{3} : \frac{1}{6}\right)^{-2} + \left(\frac{5}{2} \cdot \frac{1}{6}\right)^2 = \left(\frac{1}{8}\right)^2 + \left(\frac{5}{12}\right)^2 = \frac{109}{576}$

**59.** Fes les operacions següents:

a)  $\left(\frac{5}{6} - \frac{4}{5}\right)^{-2} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{-1} + \left(\frac{1}{2}\right)^2$

b)  $\left(\frac{5}{2} + \frac{2}{5}\right)^{-1} : \left(\frac{7}{3}\right)^{-1} - \left(\frac{4}{3}\right)^2$

a)  $\left(\frac{5}{6} - \frac{4}{5}\right)^{-2} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{-1} + \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \left(\frac{25}{30} - \frac{24}{30}\right)^{-2} \cdot \frac{3}{2} + \frac{1}{4} = \left(\frac{1}{30}\right)^{-2} \cdot \frac{3}{2} + \frac{1}{4} = 900 \cdot \frac{3}{2} + \frac{1}{4} = 1350 + \frac{1}{4} = \frac{5401}{4}$

b)  $\left(\frac{5}{2} + \frac{2}{5}\right)^{-1} : \left(\frac{7}{3}\right)^{-1} - \left(\frac{4}{3}\right)^2 = \left(\frac{25}{10} + \frac{4}{10}\right)^{-1} : \frac{3}{7} - \frac{16}{9} = \left(\frac{29}{10}\right)^{-1} : \frac{3}{7} - \frac{16}{9} = \frac{10}{29} : \frac{3}{7} - \frac{16}{9} = \frac{70}{87} - \frac{16}{9} = -\frac{254}{261}$

**60.** Expressa aquests nombres en forma decimal:

a)  $\frac{22}{13}$

b)  $\frac{43}{1000}$

c)  $\frac{12}{1100}$

d)  $\frac{42}{5}$

a)  $\frac{22}{13} = 1,692307$

b)  $\frac{43}{1000} = 0,043$

c)  $\frac{12}{1100} = 0,0109$

d)  $\frac{42}{5} = 8,4$

**61.** Indica de quin tipus són aquests nombres decimals:

a) 2,331      c) 6,2727...      e) 4

b) 4,1234...      d) 0,03131...      f) -32,207

a) 2,331      Decimal exacte

b) 4,1234...      Irracional

c) 6,2727...      Decimal periòdic puro

d) 0,03131...      Decimal periòdic mixt

e) 4      Decimal exacte

f) -32,207      Decimal exacte

**62. Determina la fracció generatriu dels nombres decimals següents:**

- |         |           |           |
|---------|-----------|-----------|
| a) 0,2  | d) 8,0002 | g) 0,01   |
| b) 3,5  | e) 42,78  | h) 5,902  |
| c) 2,37 | f) 10,523 | i) 0,0157 |

$$\begin{array}{lll} \text{a)} \ 0,2 = \frac{1}{5} & \text{d)} \ 8,0002 = \frac{40001}{5000} & \text{g)} \ 0,01 = \frac{1}{100} \\ \text{b)} \ 3,5 = \frac{32}{9} & \text{e)} \ 42,78 = \frac{1412}{33} & \text{h)} \ 5,902 = \frac{5897}{999} \\ \text{c)} \ 2,37 = \frac{237}{100} & \text{f)} \ 10,523 = \frac{5209}{495} & \text{i)} \ 0,0157 = \frac{13}{825} \end{array}$$

**63. Efectua per mitjà de les fraccions generatrius.**

$$\begin{array}{ll} \text{a)} \ 1,\bar{3} + 3,4 & \text{c)} \ 6,\bar{3}\bar{4} + 2,\bar{5} \\ \text{b)} \ 10,2\bar{5} - 5,\bar{7} & \text{d)} \ 4,32 - 7,0\bar{2} \\ \text{a)} \ 1,\bar{3} + 3,4 = \frac{4}{3} + \frac{17}{5} = \frac{71}{15} & \text{c)} \ 6,\bar{3}\bar{4} + 2,\bar{5} = \frac{571}{90} + \frac{23}{9} = \frac{89}{10} \\ \text{b)} \ 10,2\bar{5} - 5,\bar{7} = \frac{923}{90} - \frac{52}{9} = \frac{403}{90} & \text{d)} \ 4,32 - 7,0\bar{2} = \frac{108}{25} - \frac{316}{45} = -\frac{608}{225} \end{array}$$

**64. Fes les operacions següents:**

$$\begin{array}{ll} \text{a)} \ 1,25 \cdot 2,\bar{5} & \text{c)} \ 3,\bar{7}\bar{6} \cdot 4,\bar{8} \\ \text{b)} \ 0,0\bar{3} : 2,9\bar{2} & \text{d)} \ 1,25 : 2,2\bar{5} \\ \text{a)} \ \frac{5}{4} \cdot \frac{23}{9} = \frac{115}{36} & \text{c)} \ \frac{113}{30} \cdot \frac{44}{9} = \frac{4972}{270} = \frac{2486}{135} \\ \text{b)} \ \frac{1}{30} : \frac{263}{90} = \frac{90}{7890} = \frac{9}{789} & \text{d)} \ \frac{5}{4} : \frac{203}{90} = \frac{450}{812} = \frac{225}{406} \end{array}$$

**65. Mitjançant les fraccions generatrius, comprova se aquestes igualtats són certes o falses:**

$$\begin{array}{ll} \text{a)} \ 1,\bar{9} = 2 & \text{c)} \ 1,8\bar{9} + 0,1\bar{1} = 2 \\ \text{b)} \ 1,\bar{3} : 3 = 0,\bar{4} & \text{d)} \ 0,\bar{3} + 0,\bar{6} = 1 \\ \text{a)} \ \text{Verdadera: } \frac{19-1}{9} = 2 & \\ \text{b)} \ \text{Verdadera: } \frac{13-1}{9} : 3 = \frac{12}{9} : 3 = \frac{12}{27} = \frac{4}{9} & \\ \text{c)} \ \text{Falsa: } \frac{189-18}{90} + \frac{11-1}{90} = \frac{171}{90} + \frac{10}{90} = \frac{181}{90} \neq 2 & \\ \text{d)} \ \text{Verdadera: } \frac{3}{9} + \frac{6}{9} = \frac{9}{9} = 1 & \end{array}$$

**66. Ordena aquests nombres decimals de més petit a més gran:**

- a)  $2,9\bar{5}$     $2,\bar{9}$     $\overline{2,95}$     $2,9\bar{5}9$     $\overline{2,95}$   
 b)  $4,75$     $4,\bar{7}\bar{5}$     $\overline{4,7\bar{5}}$     $4,775$     $4,7\bar{5}7$     $\overline{4,7\bar{5}\bar{7}}$

a)  $2,9\bar{5} < 2,9\bar{5} = \overline{2,95} < 2,9\bar{5}9 < 2,\bar{9}$   
 b)  $4,75 < 4,\bar{7}\bar{5} < 4,7\bar{5}7 < 4,\bar{7}\bar{5} = \overline{4,7\bar{5}\bar{7}} < 4,775$

**67. Escriu un nombre racional i un d'irracional inclosos entre:**

- a)  $3,4$  i  $3,400\bar{2}\bar{3}$       c)  $1$  i  $2$       e)  $-2,6\bar{8}$  i  $-2,\bar{6}\bar{8}$   
 b)  $2,5\bar{2}$  i  $2,\bar{5}\bar{2}$       d)  $5,6$  i  $5,\bar{6}\bar{8}$       f)  $0,2$  i  $0,2\bar{5}$

Resposta oberta

- |                                 |                               |
|---------------------------------|-------------------------------|
| a) Racional: $3,40022$          | d) Racional: $5,62$           |
| Irracional: $3,4002201001\dots$ | Irracional: $5,6201001\dots$  |
| b) Racional: $2,523$            | e) Racional: $-2,67$          |
| Irracional: $2,52301001\dots$   | Irracional: $-2,6701001\dots$ |
| c) Racional: $1,1$              | f) Racional: $0,21$           |
| Irracional: $1,101001\dots$     | Irracional: $0,2101001\dots$  |

**68. Sense fer operacions, escriu un nombre irracional comprès entre  $-\sqrt{2}$  i  $\sqrt{2}$**

Resposta oberta. Per exemple:  $\frac{\sqrt{2}}{2}$

**69. Demostra que  $2\cdot\sqrt{5}$  és un nombre irracional**

La prova més senzilla per a demostrar que és irracional és mitjançant reducció a l'absurd.

Suposem que és un nombre racional, i llavors es pot escriure com  $2\sqrt{5} = \frac{a}{b}$ , amb a i b nombres primers entre ells.

Ara s'elevan ambdós costats de la igualtat al quadrat i s'obté.

$$20 = \left(\frac{a}{b}\right)^2 \rightarrow 20 = \frac{a^2}{b^2} \rightarrow 20b^2 = a^2$$

D'aquí s'entén que es pugui escriure  $a^2 = (2k)^2$ , amb k un nombre enter divisor de a, així s'obté per tant  $5b^2 = k^2$ .

Això assegura que 5 és múltiple de  $k^2$ , i implica que 5 també és múltiple de k, i aquí està l'absurd: se suposava que b i k no tenien factors comuns i es manté que els dos són múltiples de 5, és a dir, que tenen 5 com a factor comú, i per tant el seu m.c.d. ha de ser com a mínim 5.

Aquesta és la contradicció que es buscava, per tant  $\sqrt{5}$  és irracional, i per tant  $2\sqrt{5}$  també ho és.

**70. Diferència entre nombres racionals i irracionals.**

- a)  $\sqrt{3}$       b)  $\sqrt{8}$       c)  $\sqrt{11}$       d)  $\sqrt{15}$       e)  $\sqrt{16}$       f)  $\sqrt{20}$

Són tots nombres irracionals excepte  $\sqrt{16} = \pm 4$ , el qual és un nombre enter i, per tant, racional.

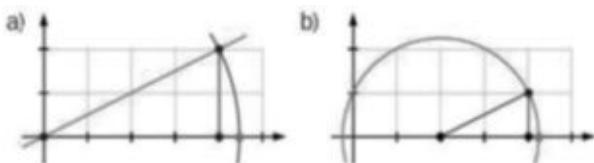
**71. Indica els nombres que són irracionals.**

- a)  $2 + \sqrt{3}$       c)  $\sqrt{12} - 2$       e)  $1 - \sqrt{16}$   
 b)  $2 \cdot \sqrt{9}$       d)  $\sqrt{16} + \sqrt{2}$       f)  $5\sqrt{19}$

Irracionals → a), c), d), i f)

Racionals → b)  $2\sqrt{9} = 2 \cdot 3 = 6$  i e)  $1 - \sqrt{16} = 1 - 4 = -3$

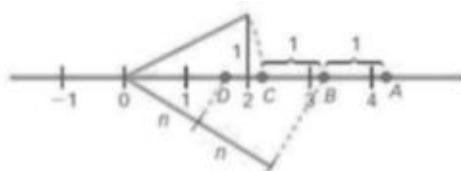
**72. Quins nombres estan representats en les construccions següents?**



a)  $\sqrt{20}$

b)  $2 + \sqrt{5}$

**73. Quins nombres estan representen sobre aquesta recta numèrica els punts A, B, C i D, en què n és un segment qualsevol?**

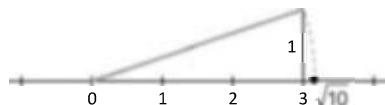


$$C = \sqrt{5} \quad B = 1 + \sqrt{5} \quad D = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \quad A = 2 + \sqrt{5}$$

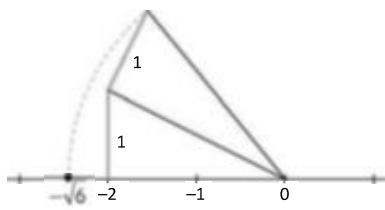
**74. Representa els nombres següents en la recta real:**

- a)  $\sqrt{10}$       c)  $1 - \sqrt{2}$       e)  $\sqrt{2} + \sqrt{3}$   
 b)  $-\sqrt{6}$       d)  $\sqrt{3} - 1$       f)  $\sqrt{2} - \sqrt{3}$

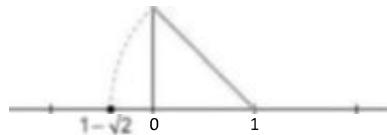
a)  $\sqrt{10} = \sqrt{3^2 + 1^2} \rightarrow$



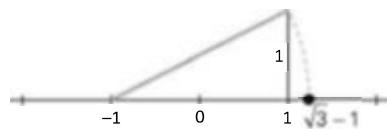
b)  $-\sqrt{10} = -\sqrt{2^2 + 1^2 + 1^2} \rightarrow$



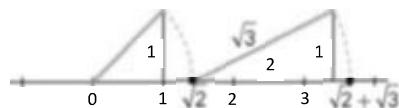
c)  $1 - \sqrt{2} = 1 - \sqrt{1^2 + 1^2} \rightarrow$



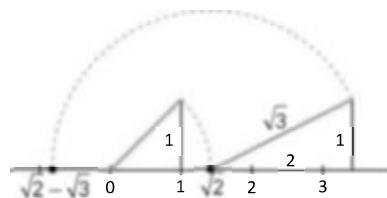
d)  $\sqrt{3} - 1 = \sqrt{2^2 + 1^2} - 1 \rightarrow$



e)  $\sqrt{2} + \sqrt{3} = \sqrt{1^2 + 1^2} + \sqrt{2^2 + 1^2} \rightarrow$



f)  $\sqrt{2} - \sqrt{3} = \sqrt{1^2 + 1^2} - \sqrt{2^2 + 1^2} \rightarrow$



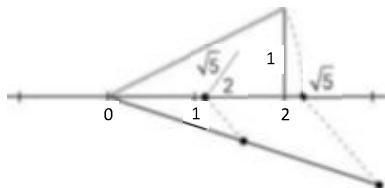
**75.** Representa aquests nombres en la recta real:

a)  $\frac{\sqrt{5}}{2}$

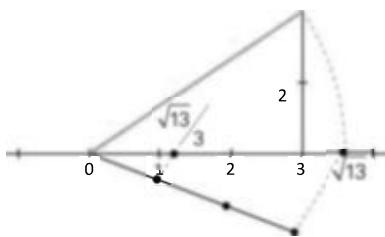
b)  $\frac{\sqrt{13}}{3}$

c)  $\frac{\sqrt{18}}{5}$

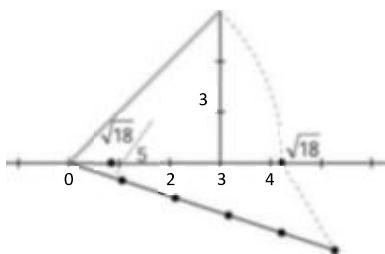
a)  $\sqrt{5} = \sqrt{2^2 + 1^2} \rightarrow$



b)  $\sqrt{13} = \sqrt{3^2 + 2^2} \rightarrow$



c)  $\sqrt{18} = \sqrt{3^2 + 3^2} \rightarrow$



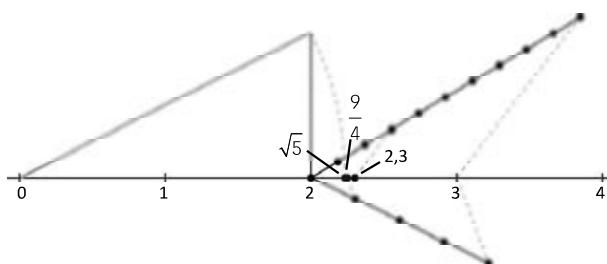
**76.** Ordena i representa els nombres següents en la recta real:

a) 2,3      b)  $\sqrt{5}$       c)  $\frac{9}{4}$

a)  $2,3 = 2 + 0,3$

b)  $\sqrt{5} = \sqrt{2^2 + 1^2}$

c)  $\frac{9}{4} = 2 + \frac{1}{4}$



**77.** Opera i classifica el tipus de nombre real.

a)  $\sqrt{2,7}$       b)  $\sqrt{4,9}$       c)  $\sqrt{\frac{1,3}{3}}$

a) És un nombre racional:  $\sqrt{2,7} = \sqrt{\frac{25}{9}} = \pm \frac{5}{3}$

b) És un nombre irracional:  $\sqrt{4,9} = \sqrt{\frac{45}{9}} = \sqrt{5}$

c) És un nombre racional:  $\sqrt{\frac{1,3}{3}} = \sqrt{\frac{12}{27}} = \sqrt{\frac{4}{9}} = \pm \frac{2}{3}$

**78.** Expressa mitjançant intervals de totes les maneres possibles.

a)

b)

c)

d)

a)  $x \in (2,3]$  y  $2 < x \leq 3$

c)  $x \in (-\infty, 0]$  y  $x \leq 0$

b)  $x \in [1, 4]$  y  $1 \leq x \leq 4$

d)  $x \in [8, +\infty)$  y  $x \geq 8$

**79.** Descriu i representa els intervals següents:

- |                    |                    |                     |
|--------------------|--------------------|---------------------|
| a) $(0, 10)$       | d) $[2, 5]$        | g) $(-\infty, 6]$   |
| b) $(3, 7]$        | e) $[5, 10)$       | h) $(100, +\infty)$ |
| c) $(-\infty, -2)$ | f) $[-4, +\infty)$ | i) $(-7, \sqrt{2})$ |

a)  $\{x : 0 < x < 10\}$



b)  $\{x : 3 < x \leq 7\}$



c)  $\{x : x < -2\}$



d)  $\{x : 2 \leq x \leq 5\}$



e)  $\{x : 5 \leq x < 10\}$



f)  $\{x : -4 \leq x\}$



g)  $\{x : x \leq 6\}$



h)  $\{x : 100 < x\}$



i)  $\{x : -7 < x < \sqrt{2}\}$



**80.** Escriu l'interval que correspon a aquestes desigualtats:

- |                   |                        |             |               |
|-------------------|------------------------|-------------|---------------|
| a) $1 < x < 3$    | c) $5 \leq x < 9$      |             |               |
| b) $6 < x \leq 7$ | d) $10 \leq x \leq 12$ |             |               |
| a) $(1, 3)$       | b) $(6, 7]$            | c) $[5, 9)$ | d) $[10, 12]$ |

**81.** Escriu l'interval corresponent.

- |                    |                    |                    |
|--------------------|--------------------|--------------------|
| a) $x \leq -2$     | c) $x > -3$        | e) $x < -9$        |
| b) $x < 5$         | d) $x \geq 7$      | f) $x \geq -6$     |
| a) $(-\infty, -2]$ | c) $(-3, +\infty)$ | e) $(-9, +\infty]$ |
| b) $(-\infty, 5)$  | d) $[7, +\infty)$  | h) $[-6, +\infty]$ |

**82. Calcula les unions d'interval següents:**

- a)  $(3, 16) \cup (-2, 5)$       c)  $\left(\frac{5}{4}, \frac{7}{3}\right] \cup \left[-\frac{15}{2}, \frac{9}{5}\right]$   
 b)  $[-2, 2) \cup [-11, 0]$       d)  $[-\sqrt{7}, \sqrt{5}] \cup [-\sqrt{5}, \sqrt{7}]$
- a)  $(3, 16) \cup (-2, 5) = (-2, 16)$   
 b)  $[-2, 2) \cup [-11, 0] = [-11, 2)$   
 c)  $\left(\frac{5}{4}, \frac{7}{3}\right] \cup \left[-\frac{15}{2}, \frac{9}{5}\right] = \left[-\frac{15}{2}, \frac{7}{3}\right]$   
 d)  $[-\sqrt{7}, \sqrt{5}] \cup [-\sqrt{5}, \sqrt{7}] = [-\sqrt{7}, \sqrt{7}]$

**83. Determina les interseccions d'aquests intervals:**

- a)  $(-1, 10) \cap (-3, 8)$   
 b)  $\left[-\frac{4}{7}, 5\right) \cap \left[-\frac{5}{8}, 0\right]$   
 c)  $\left(-\frac{\sqrt{5}}{2}, \frac{7}{3}\right] \cap \left[-\frac{15}{4}, \frac{9}{5}\right]$   
 d)  $[-\sqrt{7}, \sqrt{5}] \cap [-\sqrt{5}, \sqrt{7}]$
- a)  $(-1, 10) \cap (-3, 8) = (-1, 8)$   
 b)  $\left[-\frac{4}{7}, 5\right) \cap \left[-\frac{5}{8}, 0\right] = \left[-\frac{4}{7}, 0\right]$   
 c)  $\left(-\frac{\sqrt{5}}{2}, \frac{7}{3}\right] \cap \left[-\frac{15}{4}, \frac{9}{5}\right] = \left(-\frac{\sqrt{5}}{2}, \frac{9}{5}\right]$   
 d)  $[-\sqrt{7}, \sqrt{5}] \cap [-\sqrt{5}, \sqrt{7}] = [-\sqrt{5}, \sqrt{5}]$

**84. Donats els intervals següents, calcula:**

- $A = [-4, -1] \quad B = [-3, 2) \quad C = (-2, 4)$
- a)  $A \cup B$       b)  $A \cup C$       c)  $B \cap C$       d)  $A \cap B \cap C$
- a)  $A \cup B = [-4, 2)$   
 b)  $A \cup C = [-4, 4)$   
 c)  $B \cap C = (-2, 2)$   
 d)  $A \cap B \cap C = (-2, -1]$

**85. Donats aquests intervals, determina:**

- $A = (-\infty, 1] \quad B = [0, 5) \quad C = [-1, 3]$
- a)  $A \cup B$       b)  $A \cup C$       c)  $B \cap C$       d)  $A \cap B \cap C$

a)  $A \cup B = (-\infty, 5)$

b)  $A \cup C = (-\infty, 3]$

c)  $B \cap C = [0, 3]$

d)  $A \cap B \cap C = [0, 1]$

**86.** Expressa els intervals següents com una intersecció de dues semirectes:

a)  $\left(-1, \frac{13}{2}\right]$

e)  $\left[-3, \frac{\sqrt{2}}{2}\right]$

b)  $[5, 5\sqrt{3}]$

f)  $\left(\frac{\sqrt{30}}{2}, \sqrt{90}\right)$

c)  $\{x : 6 < x \leq \sqrt{40}\}$

g)  $\left\{x : -\frac{7}{2} \leq x < -\sqrt{3}\right\}$

d)  $\left\{x : -\frac{51}{4} \leq x \leq 3\right\}$

h)  $\left\{x : -\sqrt[3]{5} < x < \sqrt[3]{5}\right\}$

a)  $\left(-1, \frac{13}{2}\right] = (-1, +\infty) \cap \left(-\infty, \frac{13}{2}\right]$

b)  $[5, 5\sqrt{3}] = (-\infty, 5\sqrt{3}] \cap [5, +\infty)$

c)  $\{x : 6 < x \leq \sqrt{40}\} = (-\infty, \sqrt{40}] \cap (6, +\infty)$

d)  $\left\{x : -\frac{51}{4} \leq x \leq 3\right\} = \left[-\frac{51}{4}, 3\right] = \left[-\frac{51}{4}, +\infty\right) \cap (-\infty, 3]$

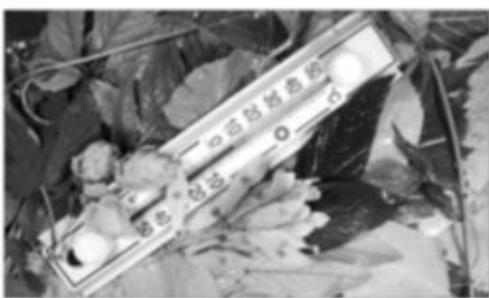
e)  $\left[-3, \frac{\sqrt{2}}{2}\right] = [3, +\infty) \cap \left(-\infty, \frac{\sqrt{2}}{2}\right]$

f)  $\left(\frac{\sqrt{30}}{2}, \sqrt{90}\right) = \left(\frac{\sqrt{30}}{2}, +\infty\right) \cap (-\infty, \sqrt{90})$

g)  $\left\{x : -\frac{7}{2} \leq x < -\sqrt{3}\right\} = \left[-\frac{7}{2}, -\sqrt{3}\right) = \left[-\frac{7}{2}, +\infty\right) \cap (-\infty, -\sqrt{3})$

h)  $\left\{x : -\sqrt[3]{5} < x < \sqrt[3]{5}\right\} = \left(-\sqrt[3]{5}, \sqrt[3]{5}\right) = \left(-\infty, \sqrt[3]{5}\right) \cap \left(-\sqrt[3]{5}, +\infty\right)$

**87.** Escriviu en forma d'interval i expressa-ho després com a intersecció de dues semirectes.



a) La temperatura prevista per a demà variarà dels  $-1^{\circ}\text{C}$  de mínima als  $13^{\circ}\text{C}$  de màxima.

b) Aquest jugador de futbol té menys de 27 anys.

c) L'aigua es manté en estat líquid entre 0 i  $100^{\circ}\text{C}$ .

d) Es pot votar des dels 18 anys.

e) El meu pressupost màxim per a comprar un cotxe és de 11 000 €.

a)  $[-1, 13] = (-\infty, 13] \cap [-1, +\infty)$  d)  $[18, +\infty) \rightarrow$  Ja escrit en forma de semirecta.

b)  $[0, 27] = [0, +\infty) \cap (-\infty, 27)$  e)  $(0, 11000] = (0, +\infty) \cap (-\infty, 11000]$

c)  $(0, 100) = (0, +\infty) \cap (-\infty, 100)$

**88. Opera i arrodoneix el resultat als dècims.**

a)  $43,295 + 4,57 - 7,367$  c)  $3,56 \cdot (7,4009 - 3,48)$

b)  $5,32 + 4,05 \cdot 7,361$  d)  $7,37 - 5,3519 : 2,1$

a)  $43,295 + 4,57 - 7,367 = 40,498 \rightarrow 40,5$

b)  $5,32 + 4,05 \cdot 7,361 = 35,31205 \rightarrow 35,3$

c)  $3,56 \cdot (7,4009 - 3,48) = 13,958404 \rightarrow 14,0$

d)  $7,37 - 5,3519 : 2,1 = 4,8214761904 \rightarrow 4,8$

**89. Al llarg de la història s'han utilitzat diferents aproximacions del nombre  $\pi$  (de valor 3,14159265...).**

- A la Bíblia, el valor de  $\pi$  és 3.
- A l'antic Egipte s'estimava el valor en  $\frac{256}{81}$ , fracció que resulta de suposar que l'àrea d'un cercle coincideix amb la d'un quadrat que tingui de costat  $\frac{8}{9}$  de la mida del seu diàmetre.
- A Mesopotàmia, el valor de  $\pi$  era  $3 \cdot \frac{1}{8} = 3,125$ .
- A l'antiga Xina,  $\frac{355}{113}$ .
- I, finalment, en els càlculs pràctics s'utilitza 3.14.

Calcula l'error absolut i relatiu de cada aproximació prenent com a valor exacte de  $\pi = 3,14159265$ .

▪ Bíblia →	Error absolut = 0,14159265
	Error relatiu = 0,0450703
▪ A l'antic Egipte →	Error absolut = 0,01890
	Error relatiu = 0,006016
▪ Mesopotàmia →	Error absolut = 0,01659265
	Error relatiu = 0,0052816
▪ A l'antiga Xina →	Error absolut = $2,70 \cdot 10^{-7}$
	Error relatiu = $8,60 \cdot 10^{-8}$
▪ En càlculs pràctics →	Error absolut = 0,00159265
	Error relatiu = 0,00050696

**90. Determina l'aproximació per arrodoniment fins als deumil·lèsims per a aquests casos:**

- |                             |                              |           |           |
|-----------------------------|------------------------------|-----------|-----------|
| a) $\sqrt{2} + \sqrt{3}$    | c) $\sqrt{5} - \sqrt{3}$     |           |           |
| b) $\frac{6}{7} + \sqrt{7}$ | d) $\frac{4}{15} + \sqrt{8}$ |           |           |
| a) 3,1463                   | b) 3,5029                    | c) 0,5040 | d) 3,0951 |

**91. Calcula l'error absolut i l'error relatiu quan trunquem 5,73691 al centèsim.**

El nombre 5,73691, trucat al centèsim, és 5,73, així els seus errors absolut i relatiu seran:

$$E_a = |5,73691 - 5,73| = 0,00691 \quad E_r = \frac{E_a}{5,73691} = 0,00120$$

**92. Determina l'error absolut i relatiu quan arrodonim els nombres següents:**

- |  |
|--|
| a) $\frac{3}{11}$ al deumil·lèsim,                     |
| b) 4,3964 al centèsim                                  |
| c) $\frac{29}{4}$ al dècim,                            |
| a) $\frac{3}{11}$ al deumil·lèsim $\rightarrow 0,2727$ |

$$E_a = |0,272727 - 0,2727| = 0,000027 \quad E_r = \frac{E_a}{0,272727} = 0,000099$$

- b) 4,3964 al centèsim  $\rightarrow 4,4$

$$E_a = |4,3965 - 4,4| = 0,0035 \quad E_r = \frac{0,0035}{4,3965} = 0,000796$$

- c)  $\frac{29}{4}$  al dècim  $\rightarrow 7,3$

$$E_a = |7,3 - 7,25| = 0,05 \quad E_r = \frac{E_a}{7,25} = 0,0068$$

**93. Aproxima el nombre  $\frac{1}{7}$  perquè l'error sigui més petit que un centèsim.**

Perquè l'error absolut comès sigui més petit que al centèsim cal calcular el quotient amb dues xifres decimals. L'aproximació demandada és 0,14.

**94. Aproxima el nombre 12,3456 de manera que l'error absolut sigui més petit que 0,001.**

Perquè l'error absolut sigui menor que al mil·lèsim, s'escriu el nombre amb tres xifres decimals. Per tant, l'aproximació demandada és 12,345.

**95.** Determina per a quin nombre 5.432,723 serà una aproximació als mil·lèsims per defecte. És l'única resposta? Quantes respostes hi ha?

Resposta oberta

Una aproximació als mil·lèsims és 5 432,7231. La resposta no és única, ja que hi ha infinitos nombres.

**96.** Calcula una aproximació als següents nombres.

- a)  $\pi$  amb una cota d'error inferior a un mil·lèsim.
- b)  $\sqrt{2}$  amb una cota d'error inferior a mig centèsim.
- c)  $\Phi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$  amb una cota d'error més petita que 0,0001.
- d)  $\frac{22}{7}$  amb una cota d'error inferior a 0,00001.

a)  $\pi \xrightarrow{\text{aproximació}} 3,141 \rightarrow \text{cota d'error absolut} = \frac{1}{2 \cdot 10^3} = 0,0005 < 0,001$

b)  $\sqrt{2} \xrightarrow{\text{aproximació}} 1,4142 \rightarrow \text{cota d'error absolut} = \frac{1}{2 \cdot 10^4} = 0,00005 < 0,0005$

c)  $\Phi = \frac{1+\sqrt{5}}{2} \xrightarrow{\text{aproximació}} 0,2236 \rightarrow \text{cota d'error absolut} = \frac{1}{2 \cdot 10^4} = 0,00005 < 0,0001$

d)  $\frac{22}{7} \xrightarrow{\text{aproximació}} 3,14285 \rightarrow \text{cota d'error absolut} = \frac{1}{2 \cdot 10^5} = 0,000005 < 0,00001$

**97.** Indica quins d'aquests nombres estan escrits en notació científica:

- |                          |                         |
|--------------------------|-------------------------|
| a) 4,678                 | d) $9,34 \cdot 2^{10}$  |
| b) $0,45 \cdot 10^5$     | e) $4,62 \cdot 10^{-6}$ |
| c) $3,001 \cdot 10^{17}$ | f) $34,709 \cdot 10^5$  |

Amb notació científica tenim:  $3,001 \cdot 10^{17}$  y  $4,62 \cdot 10^{-6}$ .

**98.** Escriu en notació científica i indica'n la mantissa i l'ordre de magnitud:

- |                   |                  |
|-------------------|------------------|
| a) 15 000 000 000 | e) 4 598 000 000 |
| b) 0,00000051     | f) 0,0967254     |
| c) 31 940 000     | g) 329 000 000   |
| d) 0,000000009    | h) 111 000       |

- |                                      |                 |                       |
|--------------------------------------|-----------------|-----------------------|
| a) $5\ 000\ 000\ 000 = 5 \cdot 10^9$ | Mantissa: 5     | Ordre de magnitud: 9  |
| b) $0,00000051 = 5,1 \cdot 10^{-7}$  | Mantissa: 5,1   | Ordre de magnitud: -7 |
| c) $31\ 940\ 000 = 3,194 \cdot 10^7$ | Mantissa: 3,194 | Ordre de magnitud: 7  |

- |  |                   |                        |
|--|-------------------|------------------------|
| d) $0,0000000009 = 9 \cdot 10^{-10}$     | Mantissa: 9       | Ordre de magnitud: -10 |
| e) $4\,598\,000\,000 = 4,598 \cdot 10^9$ | Mantissa: 4,598   | Ordre de magnitud: 9   |
| f) $0,0967254 = 9,67254 \cdot 10^{-2}$   | Mantissa: 9,67254 | Ordre de magnitud: -2  |
| g) $329\,000\,000 = 3,29 \cdot 10^8$     | Mantissa: 3,29    | Ordre de magnitud: 8   |
| h) $111\,000 = 1,11 \cdot 10^5$          | Mantissa: 1,11    | Ordre de magnitud: 5   |

**99.** Efectua aquestes operacions amb nombres en notació científica:

a)  $1,32 \cdot 10^4 + 2,57 \cdot 10^4$

b)  $8,75 \cdot 10^2 + 9,46 \cdot 10^3$

c)  $3,62 \cdot 10^4 + 5,85 \cdot 10^{-3}$

d)  $2,3 \cdot 10^2 + 3,5 \cdot 10^{-1} + 4,75 \cdot 10^{-2}$

e)  $3,46 \cdot 10^{-2} + 5,9 \cdot 10^4 + 3,83 \cdot 10^2$

a)  $1,32 \cdot 10^4 + 2,57 \cdot 10^4 = 3,89 \cdot 10^4$

b)  $8,75 \cdot 10^2 + 9,46 \cdot 10^3 = 1,0335 \cdot 10^4$

c)  $3,62 \cdot 10^4 + 5,85 \cdot 10^{-3} = 3,620000585 \cdot 10^4$

d)  $2,3 \cdot 10^2 + 3,5 \cdot 10^{-1} + 4,75 \cdot 10^{-2} = 2,30975 \cdot 10^2$

e)  $3,46 \cdot 10^{-2} + 5,9 \cdot 10^4 + 3,83 \cdot 10^2 = 5,93830346 \cdot 10^4$

**100.** Calcula el resultat d'aquestes operacions:

a)  $9,5 \cdot 10^4 - 3,72 \cdot 10^4$

b)  $8,6 \cdot 10^3 - 5,45 \cdot 10^2$

c)  $7,9 \cdot 10^{-4} - 1,3 \cdot 10^{-6}$

d)  $4,6 \cdot 10^6 + 5,3 \cdot 10^4 + 3,9 \cdot 10^2$

e)  $5 \cdot 10^2 - 3 \cdot 10^{-1} + 7 \cdot 10^{-2}$

a)  $9,5 \cdot 10^4 - 3,72 \cdot 10^4 = 5,78 \cdot 10^4$

b)  $8,6 \cdot 10^3 - 5,45 \cdot 10^2 = 8,055 \cdot 10^3$

c)  $7,9 \cdot 10^{-4} - 1,3 \cdot 10^{-6} = 7,887 \cdot 10^{-4}$

d)  $4,6 \cdot 10^6 + 5,3 \cdot 10^4 + 3,9 \cdot 10^2 = 4,652610 \cdot 10^6$

e)  $5 \cdot 10^2 - 3 \cdot 10^{-1} + 7 \cdot 10^{-2} = 4,997 \cdot 10^2$

**101.** Efectua les operacions següents:

a)  $7,3 \cdot 10^4 \cdot 5,25 \cdot 10^{-3}$

b)  $8,91 \cdot 10^{-5} \cdot 5,7 \cdot 10^{14}$

c)  $(8,3 \cdot 10^6) : (5,37 \cdot 10^2)$

d)  $(9,5 \cdot 10^{-6}) : (3,2 \cdot 10^3)$

a)  $7,3 \cdot 10^4 \cdot 5,25 \cdot 10^{-3} = 3,8325 \cdot 10^2$

c)  $8,3 \cdot 10^6 : 5,37 \cdot 10^2 = 1,545623836 \cdot 10^4$

b)  $8,91 \cdot 10^{-5} \cdot 5,7 \cdot 10^{14} = 5,0787 \cdot 10^{10}$

d)  $9,5 \cdot 10^{-6} : 3,2 \cdot 10^3 = 2,96875 \cdot 10^{-9}$

**102.** Simplifica el resultat d'aquestes operacions:

a)  $\frac{6,147 \cdot 10^{-2} \cdot 4,6 \cdot 10^3}{7,9 \cdot 10^8 \cdot 6,57 \cdot 10^{-5}}$

b)  $\frac{3,92 \cdot 10^4 \cdot 5,86 \cdot 10^{-6}}{7 \cdot 10^{-8} \cdot 9,2 \cdot 10^{13}}$

a)  $\frac{6,147 \cdot 10^{-2} \cdot 4,6 \cdot 10^3}{7,9 \cdot 10^8 \cdot 6,57 \cdot 10^{-5}} = \frac{2,82762 \cdot 10^2}{5,1903 \cdot 10^4} = 5,447893185 \cdot 10^{-3}$

b)  $\frac{3,92 \cdot 10^4 \cdot 5,86 \cdot 10^{-6}}{7 \cdot 10^{-8} \cdot 9,2 \cdot 10^{13}} = \frac{2,29712 \cdot 10^{-1}}{6,44 \cdot 10^6} = 3,566956522 \cdot 10^{-8}$

**103.** Donats els nombres següents escrits en notació científica, calcula:

A =  $2,7 \cdot 10^8$

B =  $5,4 \cdot 10^9$

C =  $7,1 \cdot 10^{12}$

a) A · B : C

c) A + B · C

b) B - A + C

d) (B + C) : A

a)  $A \cdot B : C = 2,7 \cdot 10^8 \cdot 5,4 \cdot 10^9 : (7,1 \cdot 10^{12}) = 2,0535211 \cdot 10^5$

b)  $B - A + C = 7,10513 \cdot 10^{12}$

c)  $A + B \cdot C = 2,7 \cdot 10^8 + 5,4 \cdot 10^9 \cdot 7,1 \cdot 10^{12} = 2,7 \cdot 10^8 + 3,834 \cdot 10^{22} = 3,8340000000000027 \cdot 10^{22}$

d)  $(B + C) : A = (5,4 \cdot 10^9 + 7,1 \cdot 10^{12}) : (2,7 \cdot 10^8) = 2,63 \cdot 10^4$

**104.** Donats els nombres següents en notació científica, calcula:

A =  $3,2 \cdot 10^6$

B =  $8,2 \cdot 10^9$

C =  $5,1 \cdot 10^{-6}$

c) A · B · C

c) A + B · C

d) (A : C) · B

d) A · C<sup>2</sup>

a)  $A \cdot B \cdot C = 3,2 \cdot 10^6 \cdot 8,2 \cdot 10^9 \cdot 5,1 \cdot 10^{-6} = 1,33824 \cdot 10^{13}$

b)  $(A : C) \cdot B = [3,2 \cdot 10^6 : (5,1 \cdot 10^{-6})] \cdot 8,2 \cdot 10^9 = 5,1405 \cdot 10^{23}$

c)  $A + B \cdot C = 3,2 \cdot 10^6 + 8,2 \cdot 10^9 \cdot 5,1 \cdot 10^{-6} = 7,382 \cdot 10^6$

d)  $A \cdot C^2 = 3,2 \cdot 10^6 \cdot (5,1 \cdot 10^{-6})^2 = 3,2 \cdot 10^6 \cdot 26,01 \cdot 10^{-12} = 8,3232 \cdot 10^{-5}$

**105.** Calcula el valor numèric dels radicals que tens a continuació:

a)  $\sqrt[4]{81}$

c)  $\sqrt[3]{-100\,000}$

e)  $\sqrt[4]{625}$

b)  $\sqrt[3]{-27}$

d)  $\sqrt[3]{-216}$

f)  $\sqrt[3]{-128}$

a)  $\sqrt[4]{81} = \pm 3$

c)  $\sqrt[3]{-100\,000} = -10$

e)  $\sqrt[4]{625} = \pm 5$

b)  $\sqrt[3]{-27} = -3$

d)  $\sqrt[3]{-216} = -6$

f)  $\sqrt[3]{-128} = -2$

**106.** Escriu dos radicals equivalents a cadascun dels següents:

a)  $\sqrt[3]{2^5}$

c)  $\sqrt[6]{5^3}$

e)  $\sqrt[8]{2^6}$

## Nombres reals

b)  $\sqrt[12]{7^4}$

d)  $\sqrt{2^3}$

f)  $\sqrt[20]{3^{15}}$

Resposta oberta. Per exemple:

a)  $\sqrt[3]{2^5} = \sqrt[6]{2^{10}} = \sqrt[9]{2^{15}}$

c)  $\sqrt[6]{5^3} = \sqrt{5} = \sqrt[4]{5^2}$

e)  $\sqrt[8]{2^6} = \sqrt[4]{2^3} = \sqrt[12]{2^9}$

b)  $\sqrt[12]{7^4} = \sqrt[6]{7^2} = \sqrt[120]{7^{40}}$

d)  $\sqrt{2^3} = \sqrt[4]{2^6} = \sqrt[6]{2^9}$

f)  $\sqrt[20]{3^{15}} = \sqrt[4]{3^3} = \sqrt[8]{3^6}$

### 107. Simplifica els radicals que tens a continuació:

a)  $\sqrt[3]{16}$

d)  $\sqrt{27}$

g)  $\sqrt[4]{27}$

b)  $\sqrt[3]{54}$

e)  $\sqrt{75}$

h)  $\sqrt[3]{625}$

c)  $\sqrt[4]{32}$

f)  $\sqrt[4]{128}$

i)  $\sqrt[3]{343}$

a)  $\sqrt[3]{16} = \sqrt[4]{2^4} = 2^{\frac{4}{3}} = 2 \cdot 2^{\frac{1}{3}} = 2\sqrt[3]{2}$

b)  $\sqrt[3]{54} = \sqrt[3]{3^3 \cdot 2} = 3^{\frac{3}{3}} \cdot 2^{\frac{1}{3}} = 3 \cdot 2^{\frac{1}{3}} = 3\sqrt[3]{2}$

c)  $\sqrt[4]{32} = \sqrt[4]{2^5} = 2^{\frac{5}{4}} = 2 \cdot 2^{\frac{1}{4}} = 2\sqrt[4]{2}$

d)  $\sqrt{27} = \sqrt{3^3} = 3^{\frac{3}{2}} = 3 \cdot 3^{\frac{1}{2}} = 3\sqrt{3}$

e)  $\sqrt{75} = \sqrt{3 \cdot 5^2} = 3^{\frac{1}{2}} \cdot 5 = 5\sqrt{3}$

f)  $\sqrt[4]{128} = \sqrt[4]{2^7} = 2^{\frac{7}{4}} = 2 \cdot 2^{\frac{3}{4}} = 2\sqrt[4]{2^3}$

g)  $\sqrt[4]{27} = \sqrt[4]{3^3} = 3^{\frac{3}{4}} = 3^{\frac{1}{2}} = \sqrt{3}$

h)  $\sqrt[3]{625} = \sqrt[3]{5^4} = 5^{\frac{4}{3}} = 5^{\frac{1}{2}} = \sqrt{5}$

i)  $\sqrt[3]{343} = \sqrt[3]{7^3} = 7$

### 108. Escriviu en cada cas si el desenvolupament de la igualtat és cert o fals. Si és fals, corregeix-lo.

a)  $\sqrt{8} = \sqrt[4]{2^6} = \sqrt[4]{8^3}$

c)  $\sqrt[5]{25^{10}} = \sqrt{5^{10}} = \sqrt[3]{5^{12}}$

b)  $\sqrt[3]{3^4} = \sqrt[6]{9^2} = \sqrt{3^6}$

d)  $\sqrt[3]{3^6} = \sqrt[6]{27} = \sqrt[3]{3^7}$

a) Fals  $\sqrt{8} = \sqrt[4]{2^6} = 2\sqrt{2}$

c) Fals  $\sqrt[5]{25^{10}} = 5^4 = \sqrt{5^8}$

b) Fals  $\sqrt[3]{3^4} = \sqrt[6]{9^2} = 3\sqrt[3]{3}$

d) Cert

### 109. Escriviu aquestes potències d'exponent fraccionari com un radical:

a)  $\frac{2^{\frac{3}{2}} \cdot 2^{\frac{4}{3}}}{2^{\frac{1}{3}}}$

c)  $(5 \cdot 5^{-\frac{2}{3}})^{\frac{1}{2}} \cdot 5^{\frac{1}{3}}$

b)  $3^{-\frac{1}{2}} \cdot (3^{-2} \cdot 3^{\frac{1}{3}})^{-\frac{2}{3}}$

d)  $\frac{(7^{\frac{1}{3}} \cdot 7)^{-\frac{1}{2}}}{7^{\frac{4}{3}}}$

a)  $\frac{2^{\frac{3}{2}} \cdot 2^{\frac{4}{3}}}{2^{\frac{1}{5}}} = 2^{\left(\frac{3}{2} + \frac{4}{3} - \frac{1}{5}\right)} = 2^{\frac{79}{30}} = \sqrt[30]{2^{79}}$

c)  $\left(5 \cdot 5^{-\frac{2}{3}}\right)^{\frac{1}{2}} \cdot 5^{\frac{1}{3}} = 5^{\frac{16}{15}} = \sqrt[15]{5^{16}}$

b)  $3^{\frac{1}{4}} \cdot \left( 3^{-2} : 3^{\frac{1}{3}} \right)^{\frac{2}{3}} = 3^{\frac{47}{36}} = \sqrt[36]{3^{47}}$

d)  $\frac{\left( 7^{\frac{1}{5}} \cdot 7 \right)^{\frac{1}{2}}}{7^{\frac{4}{5}}} = 7^{-\frac{7}{5}} = \frac{1}{\sqrt[5]{7^7}}$

**110.** Escriu aquestes potències d'exponent fraccionari com un radical:

a)  $\sqrt{a\sqrt{a}}$

d)  $\sqrt[4]{a^{-5}}$

e)  $\frac{1}{\sqrt{a}}$

g)  $(\sqrt{a})^3$

i)  $\sqrt[4]{\sqrt{\frac{1}{a}}}$

b)  $\sqrt[3]{a\sqrt{a\sqrt{a}}}$

c)  $\sqrt{\frac{a}{\sqrt{a}}}$

f)  $\frac{1}{\sqrt[4]{a}}$

h)  $\sqrt[3]{\frac{1}{a}}$

a)  $\sqrt{a\sqrt{a}} = \left( a \cdot a^{\frac{1}{2}} \right)^{\frac{1}{2}} = \left( a^{\frac{3}{2}} \right)^{\frac{1}{2}} = a^{\frac{3}{4}}$

b)  $\sqrt[3]{a\sqrt{a\sqrt{a}}} = \left( a \left( a \cdot a^{\frac{1}{2}} \right)^{\frac{1}{2}} \right)^{\frac{1}{3}} = \left( a \left( a^{\frac{3}{2}} \right)^{\frac{1}{2}} \right)^{\frac{1}{3}} = \left( a \cdot a^{\frac{3}{4}} \right)^{\frac{1}{3}} = \left( a^{\frac{7}{4}} \right)^{\frac{1}{3}} = a^{\frac{7}{12}}$

c)  $\sqrt{\frac{a}{\sqrt{a}}} = \sqrt{\frac{a}{a^{\frac{1}{2}}}} = \left( \frac{a}{a^{\frac{1}{2}}} \right)^{\frac{1}{2}} = \left( a^{\frac{1}{2}} \right)^{\frac{1}{2}} = a^{\frac{1}{4}}$

d)  $\sqrt[4]{a^{-5}} = a^{\frac{-5}{4}}$

e)  $\frac{1}{\sqrt{a}} = \frac{1}{a^{\frac{1}{2}}} = a^{\frac{-1}{2}}$

f)  $\frac{1}{\sqrt[4]{a}} = \frac{1}{a^{\frac{1}{4}}} = a^{\frac{-1}{4}}$

g)  $(\sqrt{a})^3 = a^{\frac{3}{2}}$

h)  $\sqrt[3]{\frac{1}{a}} = a^{\frac{-1}{3}}$

i)  $\sqrt[4]{\sqrt{\frac{1}{a}}} = \sqrt[8]{\frac{1}{a}} = a^{\frac{-1}{8}}$

**111.** Expressa mitjançant un sol radical.

a)  $\sqrt[3]{3\sqrt{5}}$

d)  $\sqrt[4]{\sqrt[3]{3}}$

e)  $\sqrt{\frac{1}{\sqrt{2}}}$

g)  $\sqrt[3]{\sqrt[2]{2}}$

i)  $\sqrt[5]{\sqrt[3]{\sqrt[4]{256}}}$

b)  $\sqrt{\frac{\sqrt{2}}{\sqrt[3]{2}}}$

c)  $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt[3]{\sqrt{2}}}$

f)  $\sqrt[4]{\frac{\sqrt[3]{4}}{\sqrt[3]{3}}}$

h)  $\frac{1}{\sqrt[4]{\sqrt{5}}}$

a)  $\sqrt[5]{3\sqrt{5}} = \left( 3 \cdot 5^{\frac{1}{2}} \right)^{\frac{1}{5}} = 3^{\frac{1}{5}} \cdot 5^{\frac{1}{10}} = 3^{\frac{2}{10}} \cdot 5^{\frac{1}{10}} = \sqrt[10]{3^2 \cdot 5}$

f)  $\sqrt[4]{\frac{\sqrt{4}}{\sqrt[3]{3}}} = \sqrt[4]{\frac{2}{\sqrt[6]{3}}} = \sqrt[4]{\frac{2^6}{3}} = \sqrt[24]{2^6}$

b)  $\sqrt{\frac{\sqrt{2}}{\sqrt[3]{2}}} = \sqrt{\left(\frac{2^{\frac{1}{2}}}{2^{\frac{1}{3}}}\right)^{\frac{1}{2}}} = \sqrt{\left(2^{\frac{1}{6}}\right)^{\frac{1}{2}}} = 2^{\frac{1}{12}} = \sqrt[12]{2}$

c)  $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt[3]{2}} = \sqrt[3]{2}$

d)  $\sqrt{\sqrt{\sqrt{3}}} = \sqrt{\left(3^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{2}}} = 3^{\frac{1}{8}} = \sqrt[8]{3}$

e)  $\sqrt{\frac{1}{\sqrt{2}}} = \sqrt{\left(\frac{1}{2^{\frac{1}{2}}}\right)^{\frac{1}{2}}} = \sqrt{\left(2^{-\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{2}}} = 2^{-\frac{1}{4}} = \frac{1}{\sqrt[4]{2}}$

g)  $\sqrt[3]{\sqrt[4]{2}} = \sqrt[3]{\left(2^{\frac{1}{4}}\right)^{\frac{1}{3}}} = 2^{\frac{1}{12}} = \sqrt[12]{2}$

h)  $\frac{1}{\sqrt{\sqrt{5}}} = \frac{1}{\sqrt{\left(5^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{2}}}} = \frac{1}{5^{\frac{1}{4}}} = \frac{1}{\sqrt[4]{5}}$

i)  $\sqrt[5]{\sqrt[4]{\sqrt[3]{\sqrt{256}}}} = \sqrt[120]{256} = \sqrt[15]{2}$

**112. Extreu tots els factors possibles dels radicals següents:**

a)  $\sqrt{a^3 b^4}$

d)  $\sqrt{a^3 b^4 + a^2 b^2}$

b)  $\sqrt{a^2 b^5 c^3}$

e)  $\sqrt[3]{a^3 b^3 + c^3}$

c)  $\sqrt[3]{a^3 b^2 c^7}$

f)  $\sqrt{a^4 c^2 + a^4 b^2}$

a)  $\sqrt{a^3 b^4} = ab^2 \sqrt{a}$

d)  $\sqrt{a^3 b^4 + a^2 b^2} = ab \sqrt{ab^2 + 1}$

b)  $\sqrt{a^2 b^5 c^3} = ab^2 c \sqrt{bc}$

e)  $\sqrt[3]{a^3 b^3 + c^3} = \sqrt[3]{a^3 b^3 + c^3}$

c)  $\sqrt[3]{a^3 b^2 c^7} = ac^2 \sqrt[3]{b^2 c}$

f)  $\sqrt{a^4 c^2 + a^4 b^2} = a^2 \sqrt{c^2 + b^2}$

**113. Extreu els factors que puguis d'aquests radicals:**

a)  $\sqrt{125}$

d)  $\sqrt[3]{250}$

g)  $\sqrt[4]{224}$

b)  $\sqrt{80}$

e)  $\sqrt[3]{1080}$

h)  $\sqrt[5]{-486}$

c)  $\sqrt[3]{189}$

f)  $\sqrt[4]{720}$

i)  $\sqrt{3528}$

a)  $\sqrt{125} = 5\sqrt{5}$

d)  $\sqrt[3]{250} = 5\sqrt[3]{2}$

g)  $\sqrt[4]{224} = 2\sqrt[4]{14}$

b)  $\sqrt{80} = 4\sqrt{5}$

e)  $\sqrt[3]{1080} = 6\sqrt[3]{5}$

h)  $\sqrt[5]{-486} = -3\sqrt[5]{2}$

c)  $\sqrt[3]{189} = 3\sqrt[3]{7}$

f)  $\sqrt[4]{720} = 2\sqrt[4]{45}$

i)  $\sqrt{3528} = 42\sqrt{2}$

**114.** Aquesta expressió amb radicals és un nombre enter. Calcula aquest nombre.

$$2\sqrt{10} \cdot \sqrt[4]{25} \cdot \sqrt[6]{8}$$

$$2\sqrt{10} \cdot \sqrt[4]{25} \cdot \sqrt[6]{8} = 2(2 \cdot 5)^{\frac{1}{2}} \cdot 5^{\frac{2}{4}} \cdot 2^{\frac{3}{6}} = 2 \cdot 2 \cdot 5 = 20 \in \mathbb{Z}$$

**115.** Extreu factors dels radicals següents:

a)  $\sqrt{32x^3y^2}$

d)  $\sqrt[4]{256x^3y^{15}}$

b)  $\sqrt[3]{5^5x^6}$

e)  $\sqrt[4]{x^{12}y^9z^{19}}$

a)  $\sqrt{32x^3y^2} = 4xy\sqrt{2x}$

d)  $\sqrt[4]{256x^3y^{15}} = 4y^3\sqrt[4]{x^3y^3}$

b)  $\sqrt[3]{5^5x^6} = 5x^2\sqrt[3]{5^2}$

e)  $\sqrt[4]{x^{12}y^9z^{19}} = x^3y^2z^4\sqrt[4]{yz^3}$

c)  $\sqrt[3]{125x^7y^2} = 5x^2\sqrt[3]{xy^2}$

f)  $\sqrt[5]{729x^4y^{22}z^{15}} = 3y^4z^3\sqrt[5]{3x^4y^2}$

**116.** L'expressió  $\sqrt{3+2\sqrt{2}} - \sqrt{3-2\sqrt{2}}$  és un nombre enter. Determina'l.

Si fem el quadrat de l'expressió s'obté:

$$\left(\sqrt{3+2\sqrt{2}} - \sqrt{3-2\sqrt{2}}\right)^2 = 3+2\sqrt{2} + 3-2\sqrt{2} - 2\sqrt{3+2\sqrt{2}}\sqrt{3-2\sqrt{2}} = 6 - 2 \cdot 1 = 4$$

$$\sqrt{\left(\sqrt{3+2\sqrt{2}} - \sqrt{3-2\sqrt{2}}\right)^2} = \sqrt{4} \rightarrow \sqrt{3+2\sqrt{2}} - \sqrt{3-2\sqrt{2}} = 2$$

**117.** Simplifica les expressions següents:

a)  $\sqrt[3]{\sqrt{\frac{a^{12}}{a^{18}}}}$

d)  $\frac{-\sqrt[4]{8a^3b^5c^{-2}}}{\sqrt[3]{-32a^6b^4}}$

b)  $\sqrt[4]{32a^5b^{-8}c^{-12}}$

e)  $\sqrt[4]{729a^7b^{-12}}$

c)  $\sqrt[3]{\frac{8a^4}{81b^3}}$

f)  $\left(\frac{a^{\frac{1}{2}}}{a^{\frac{3}{2}}}\right)^{-\frac{1}{2}}$

a)  $\sqrt[3]{\sqrt{\frac{a^{12}}{a^{18}}}} = \sqrt[3]{\sqrt{a^{-6}}} = \left(a^{-\frac{6}{2}}\right)^{\frac{1}{3}} = a^{-1} = \frac{1}{a}$

b)  $\sqrt[4]{32a^5b^{-8}c^{-12}} = \sqrt[4]{2^5a^5b^{-8}c^{-12}} = 2ab^{-2}c^{-3}\sqrt[4]{2a}$

c)  $\sqrt[3]{\frac{8a^4}{81b^3}} = \sqrt[3]{\frac{2^3a^4}{3^4b^3}} = \frac{2a}{3b}\sqrt[3]{\frac{a}{3}}$

d)  $\frac{-\sqrt[4]{8a^3b^5c^{-2}}}{\sqrt[3]{-32a^6b^4}} = \frac{-\sqrt[4]{2^3a^3b^5c^{-2}}}{-\sqrt[3]{2^5a^6b^4}} = \sqrt[3]{\frac{b}{2^2a^3c^2}} = \frac{1}{a}\sqrt[3]{\frac{b}{2^2c^2}}$

e)  $\sqrt[4]{729a^7b^{-12}} = \sqrt[4]{3^6a^7b^{-12}} = 3ab^{-2}\sqrt[4]{a}$

f)  $\left(\frac{a^{\frac{1}{2}}}{a^{\frac{3}{2}}}\right)^{-\frac{1}{2}} = \left(a^{-1}\right)^{-\frac{1}{2}} = a^{\frac{1}{2}} = \sqrt{a}$

**118.** Simplifica les expressions següents:

a)  $2\sqrt[3]{5} = \sqrt[3]{2^2 \cdot 5}$

d)  $\frac{2}{3}\sqrt[3]{7} = \sqrt[3]{\frac{2^2 \cdot 7}{3^2}}$

b)  $3^2\sqrt[3]{2} = \sqrt[3]{3^6 \cdot 2}$

e)  $3^2\sqrt{\frac{2}{5}} = \sqrt{\frac{3^6 \cdot 2}{5}}$

c)  $\frac{1}{2}\sqrt[4]{5} = \sqrt[4]{\frac{5}{2^2}}$

f)  $\frac{\sqrt[3]{5}}{3^2} = \sqrt[3]{\frac{5}{3^2}}$

a) 3

d) 3

b) 3

e) 3

c) 4

f) 6

**119.** Efectua les sumes i restes de radicals següents:

a)  $\sqrt{32} - \sqrt{8} + \sqrt{98}$

b)  $5\sqrt[3]{81} + 4\sqrt[3]{108}$

c)  $\sqrt{6} + 7\sqrt{24}\sqrt{32} - \sqrt{8} + \sqrt{98}$

d)  $\sqrt{75} - 2\sqrt{12} - \sqrt{363} + 4\sqrt{3}$

a)  $\sqrt{32} - \sqrt{8} + \sqrt{98} = 9\sqrt{2}$

b)  $5\sqrt[3]{81} + 4\sqrt[3]{108} = 15\sqrt[3]{3} + 12\sqrt[3]{4}$

c)  $\sqrt{6} + 7\sqrt{24} - \frac{2}{3}\sqrt{54} - \sqrt{18} = 13\sqrt{6} - 3\sqrt{2}$

d)  $\sqrt{75} - 2\sqrt{12} - \sqrt{363} + 4\sqrt{3} = -6\sqrt{3}$

**120.** Introduceix els factors dins del radical.

a)  $2\sqrt[3]{5}$

d)  $\frac{3}{5}\sqrt{2}$

b)  $4\sqrt[4]{20}$

e)  $4\frac{1}{2}\sqrt[4]{6}$

c)  $3\sqrt[5]{15}$

f)  $2\sqrt[3]{7}$

a)  $2\sqrt[3]{5} = \sqrt[3]{2^3 \cdot 5} = \sqrt[3]{40}$

b)  $4\sqrt[4]{20} = \sqrt[4]{4^4 \cdot 20} = \sqrt[4]{5 \cdot 120}$

c)  $3\sqrt[5]{15} = 3\sqrt[5]{15 \cdot 3^5} = \sqrt[5]{3 \cdot 645}$

f)  $2\sqrt[3]{7}$

d)  $\frac{3}{5}\sqrt{2} = \sqrt{\frac{3^2 \cdot 2}{5^2}} = \sqrt{\frac{18}{25}}$

e)  $\frac{1}{2}\sqrt[4]{6} = \sqrt[4]{\frac{1 \cdot 6}{2^4}} = \sqrt[4]{\frac{6}{16}} = \sqrt[4]{\frac{3}{8}}$

f)  $2\sqrt[3]{7} = \sqrt[3]{2^3 \cdot 7} = \sqrt[3]{56}$

**121. Introduceix els factors en el radical.**

a)  $5\sqrt[3]{\frac{1}{5}}$

b)  $\frac{3}{5}\sqrt[3]{\frac{2}{3}}$

c)  $\frac{1}{7} \cdot \frac{\sqrt[3]{3}}{4}$

a)  $5\sqrt[3]{\frac{1}{5}} = \sqrt[3]{25}$    b)  $\frac{3}{5}\sqrt[3]{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{\frac{18}{125}}$    c)  $\frac{1}{7} \cdot \frac{\sqrt[3]{3}}{4} = \sqrt[3]{\frac{3}{21952}}$

**122. Introduceix els factors dins del radical si és possible.**

a)  $a \cdot \sqrt{\frac{4a-1}{2a}}$

c)  $-2ab^2\sqrt[3]{ab}$

e)  $5 + \sqrt{2}$

b)  $\frac{4ab}{c} \cdot \sqrt[4]{\frac{c^2b}{8a}}$

d)  $\frac{2}{a} \cdot \sqrt{\frac{3a}{8}}$

f)  $-a^2\sqrt[3]{a}$

a)  $a \cdot \sqrt{\frac{4a-1}{2a}} = \sqrt{\frac{a^2(4a-1)}{2a}} = \sqrt{\frac{4a^2-a}{2}}$

b)  $\frac{4ab}{c} \cdot \sqrt[4]{\frac{c^2b}{8a}} = \sqrt[4]{\frac{4^4a^4b^4c^2b}{c^48a}} = \sqrt[4]{\frac{2^8a^4b^5c^2}{2^3ac^4}} = \sqrt[4]{\frac{2^5a^3b^5}{c^2}}$

c)  $-2ab^2\sqrt[3]{ab} = \sqrt[3]{-2^3a^3b^6ab} = \sqrt[3]{-2^3a^4b^7}$

d)  $\frac{2}{a} \cdot \sqrt{\frac{3a}{8}} = \sqrt{\frac{2^23a}{2^3a^2}} = \sqrt{\frac{3}{2a}}$

e) No és possible introduir factors, ja que 5 no és factor.

f)  $-a^2\sqrt[3]{a} = \sqrt[3]{-a^6a} = \sqrt[3]{-a^7}$

**123. Efectua les operacions següents i simplifica:**

a)  $(5\sqrt{2} + 3) \cdot (2 + \sqrt{2})$

d)  $(\sqrt{2} + 2\sqrt{3}) \cdot (3 - \sqrt{2})$

b)  $(1 - 2\sqrt{5}) \cdot (3 + \sqrt{2})$

e)  $(\sqrt{2} - 5) \cdot (4\sqrt{2} - 3)$

c)  $(-\sqrt{3} + 5) \cdot (5 - 2\sqrt{3})$

f)  $(-2\sqrt{7} - 5) \cdot (\sqrt{7} - 3\sqrt{5})$

a)  $(5\sqrt{2} + 3)(2 + \sqrt{2}) = 16 + 13\sqrt{2}$

d)  $(\sqrt{2} + 2\sqrt{3})(3 - \sqrt{2}) = 3\sqrt{2} - 2 + 6\sqrt{3} - 2\sqrt{6}$

b)  $(1 - 2\sqrt{5})(3 + \sqrt{2}) = 3 + \sqrt{2} - 6\sqrt{5} - 2\sqrt{10}$

e)  $(\sqrt{2} - \sqrt{5})(4\sqrt{2} - 3) = 23(1 - \sqrt{2})$

c)  $(-\sqrt{3} + 5)(5 - 2\sqrt{3}) = 31 - 15\sqrt{3}$

f)  $(-2\sqrt{7} - 5)(\sqrt{7} - 3\sqrt{5}) = -14 + 15\sqrt{5} - 5\sqrt{7} + 6\sqrt{35}$

**124. Expressa amb un sol radical el resultat de les operacions següents:**

a)  $\sqrt[4]{5^2} \cdot \sqrt[5]{5^3} \cdot \sqrt{5^3}$

b)  $(\sqrt[3]{7^2 \cdot 8} \cdot \sqrt[4]{8^5}) : \sqrt{7 \cdot 8^3}$

c)  $\sqrt{3 \cdot 4 \cdot 5} \cdot \sqrt[4]{2 \cdot 4^2} \cdot \sqrt[5]{4^3 \cdot 5^3}$

d)  $\sqrt[3]{2 \cdot 3 \cdot 5} : (\sqrt{2 \cdot 3} \cdot \sqrt[3]{2 \cdot 3})$

a)  $\sqrt[4]{5^3} \cdot \sqrt[6]{5^3} \cdot \sqrt{5^3} = \sqrt[12]{5^9} \cdot \sqrt[12]{5^6} \cdot \sqrt[12]{5^{18}} = 5^2 \sqrt[4]{5^3}$

b)  $(\sqrt[3]{7^2 \cdot 8} \cdot \sqrt[4]{8^5}) : \sqrt{7 \cdot 8^3} = \sqrt[12]{7^8 \cdot 8^{19}} : \sqrt[12]{7^6 \cdot 8^{18}} = \sqrt[12]{7^2 \cdot 8}$

## Nombres reals

c)  $\sqrt{3 \cdot 4 \cdot 5} \cdot \sqrt[4]{2 \cdot 4^2} \cdot \sqrt[8]{4^5 \cdot 5^3} = \sqrt[8]{3^4 \cdot 4^4 \cdot 5^4} \cdot \sqrt[8]{2^2 \cdot 4^4} \cdot \sqrt[8]{4^5 \cdot 5^3} = \sqrt[8]{2^2 \cdot 3^4 \cdot 4^{13} \cdot 5^7} = \sqrt[8]{2^{28} \cdot 3^4 \cdot 5^7} = 2^3 \sqrt[8]{2^4 \cdot 3^4 \cdot 5^7}$

d)  $\sqrt[3]{2 \cdot 3 \cdot 5} : (\sqrt{2 \cdot 3} \cdot \sqrt[3]{2 \cdot 3}) = \sqrt[6]{2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2} : \sqrt[6]{2^5 \cdot 3^5} = \sqrt[6]{2^{-3} \cdot 3^{-3} \cdot 5^2}$

**125.** Expressa amb un sol radical el resultat de les operacions següents:

a)  $\sqrt[4]{a^3} \cdot \sqrt[3]{a^5} \cdot \sqrt[6]{a^4}$

c)  $\sqrt[5]{2a^3b^4} \cdot \sqrt[3]{4ab^2}$

b)  $\sqrt[3]{3a^2b} \cdot \sqrt{2ab^3}$

d)  $\sqrt[3]{\sqrt{ab}} \cdot \sqrt{a^3\sqrt{b}}$

a)  $\sqrt[4]{a^3} \cdot \sqrt[3]{a^5} \cdot \sqrt[6]{a^4} = a^{\frac{3}{4}} \cdot a^{\frac{5}{3}} \cdot a^{\frac{4}{6}} = a^{\frac{9}{12}} \cdot a^{\frac{20}{12}} \cdot a^{\frac{8}{12}} = a^{\frac{27}{12}} = a^{\frac{27}{12}} = \sqrt[12]{a^{37}} = a^{\frac{37}{12}}$

b)  $\sqrt[3]{3a^2b} \cdot \sqrt{2ab^3} = (3a^2b)^{\frac{1}{3}} \cdot (2ab^3)^{\frac{1}{2}} = (3a^2b)^{\frac{2}{6}} \cdot (2ab^3)^{\frac{3}{6}} = \sqrt[6]{3^2 a^4 b^2 2^3 a^3 b^9} = \sqrt[6]{2^3 3^2 a^7 b^{11}}$

c)  $\sqrt[5]{2a^3b^4} \cdot \sqrt[3]{4ab^2} = (2a^3b^4)^{\frac{1}{5}} \cdot (4ab^2)^{\frac{1}{3}} = (2a^3b^4)^{\frac{3}{15}} \cdot (4ab^2)^{\frac{5}{15}} = \sqrt[15]{\frac{2^3 a^9 b^{12}}{4^5 a^5 b^{10}}} = \sqrt[15]{\frac{2^3 a^9 b^{12}}{2^{10} a^5 b^{10}}} = \sqrt[15]{\frac{a^4 b^2}{2^7}}$

d)  $\sqrt[3]{\sqrt{ab}} \cdot \sqrt{a\sqrt[3]{b}} = ((ab)^{\frac{1}{2}})^{\frac{1}{3}} \cdot (a(b)^{\frac{1}{3}})^{\frac{1}{2}} = a^{\frac{1}{6}} b^{\frac{1}{6}} a^{\frac{1}{2}} b^{\frac{1}{6}} = a^{\frac{2}{3}} b^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{a^2 b}$

**126.** Calcula el resultat d'aquests productes:

a)  $\sqrt{7 - 2\sqrt{6}} \cdot \sqrt{7 + 2\sqrt{6}}$

b)  $\sqrt[3]{5\sqrt{3} - 1} \cdot \sqrt[3]{5\sqrt{3} + 1}$

c)  $\sqrt[4]{\sqrt{3} + \sqrt{2}} \cdot \sqrt[4]{\sqrt{3} - \sqrt{2}}$

d)  $\sqrt[3]{4\sqrt{2} + 2\sqrt{3}} \cdot \sqrt[3]{4\sqrt{2} - 2\sqrt{3}}$

a)  $\sqrt{7 - 2\sqrt{6}} \cdot \sqrt{7 + 2\sqrt{6}} = \sqrt{(7 - 2\sqrt{6})(7 + 2\sqrt{6})} = \sqrt{49 - 24} = \sqrt{25}$

b)  $\sqrt[3]{5\sqrt{3} - 1} \cdot \sqrt[3]{5\sqrt{3} + 1} = \sqrt[3]{(5\sqrt{3} + 1)(5\sqrt{3} - 1)} = \sqrt[3]{75 - 1} = \sqrt[3]{74}$

c)  $\sqrt[4]{\sqrt{3} + \sqrt{2}} \cdot \sqrt[4]{\sqrt{3} - \sqrt{2}} = \sqrt[4]{(\sqrt{3} + \sqrt{2})(\sqrt{3} - \sqrt{2})} = \sqrt[4]{3 - 2} = 1$

d)  $\sqrt[3]{4\sqrt{2} + 2\sqrt{3}} \cdot \sqrt[3]{4\sqrt{2} - 2\sqrt{3}} = \sqrt[3]{(4\sqrt{2} + 2\sqrt{3})(4\sqrt{2} - 2\sqrt{3})} = \sqrt[3]{32 - 12} = \sqrt[3]{20}$

**127.** Efectua les operacions que tens a continuació i simplifica:

a)  $\frac{\sqrt[4]{2^5} \cdot 2^{-4} \cdot \sqrt[3]{2}}{2^2 \cdot \sqrt{2} \cdot 2^{-\frac{1}{2}}}$

c)  $(\sqrt{14 + \sqrt{7 - \sqrt[4]{81}}})^{-\frac{1}{2}}$

b)  $(81^{\frac{1}{4}} \cdot \sqrt[4]{\frac{1}{3}} \cdot \frac{1}{\sqrt[4]{3}}) \cdot \sqrt{3}$

d)  $\sqrt{6 + \sqrt[3]{20 + \sqrt{47 + \sqrt[4]{16}}}}$

$$\text{a) } \frac{\sqrt[4]{2^3} \cdot 2^{-4} \cdot \sqrt[3]{2}}{2^2 \cdot \sqrt{2} \cdot 2^{\frac{5}{2}}} = \frac{2^{\frac{1}{4}} \cdot 2^{-4} \cdot 2^{\frac{1}{3}}}{2^2 \cdot 2^{\frac{1}{2}} \cdot 2^{\frac{5}{2}}} = \frac{2^{\frac{13}{12}}}{2^4} = \frac{2^{\frac{13}{12}}}{2^{\frac{48}{12}}} = \frac{1}{\sqrt[12]{2^{35}}} = \frac{\sqrt[12]{2}}{2^3}$$

$$\text{b) } \left( 81^{\frac{1}{4}} \cdot \sqrt{\frac{1}{3}} \cdot \frac{1}{\sqrt[4]{3}} \right) : \sqrt{3} = \left( 3 \cdot 3^{-\frac{1}{4}} \cdot 3^{-\frac{1}{8}} \right) : 3^{\frac{1}{2}} = 3^{\frac{3}{8}} : 3^{\frac{1}{2}} = 3^{\frac{1}{8}} = \sqrt[8]{3}$$

$$\text{c) } \left( \sqrt{14 + \sqrt{7 - \sqrt[3]{81}}} \right)^{-\frac{1}{2}} = \left( \sqrt{14 + \sqrt{7 - 3}} \right)^{-\frac{1}{2}} = \left( \sqrt{14 + 2} \right)^{-\frac{1}{2}} = 4^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{4}} = \frac{1}{2}$$

$$\text{d) } \sqrt{6 + \sqrt[3]{20 + \sqrt{47 + \sqrt[4]{16}}}} = \sqrt{6 + \sqrt[3]{20 + 7}} = \sqrt{6 + 3} = \sqrt{9} = 3$$

**128. Efectua les operacions amb radicals que tens a continuació:**

$$\text{a) } \left( \sqrt{\frac{a}{9} + \frac{a}{16}} \right)^{-2}$$

$$\text{c) } \left( \sqrt{\frac{a}{2}} - \sqrt{2a} \right)^2$$

$$\text{b) } \left( \sqrt{\frac{a}{2} + \frac{2a}{5}} \right)^{-4}$$

$$\text{d) } \left( \sqrt{6a} + \sqrt{\frac{2a}{3}} \right)^2$$

$$\text{a) } \left( \sqrt{\frac{a}{9} + \frac{a}{16}} \right)^{-2} = \left( \sqrt{\frac{16a + 9a}{144}} \right)^{-2} = \left( \sqrt{\frac{25a}{144}} \right)^{-2} = \left( \frac{5}{12} \sqrt{a} \right)^{-2} = \frac{144}{25a}$$

$$\text{b) } \left( \sqrt{\frac{a}{2} + \frac{2a}{5}} \right)^{-4} = \left( \sqrt{\frac{9a}{10}} \right)^{-4} = \left( \frac{9a}{10} \right)^{\frac{-4}{2}} = \left( \frac{10}{9a} \right)^2 = \frac{100}{81a^2}$$

$$\text{c) } \left( \sqrt{\frac{a}{2}} - \sqrt{2a} \right)^2 = \frac{a}{2} + 2a - 2a = \frac{a}{2}$$

$$\text{d) } \left( \sqrt{6a} + \sqrt{\frac{2a}{3}} \right)^2 = 6a + \frac{2a}{3} + 4a = 10a + \frac{2a}{3} = \frac{32a}{3}$$

**129. Simplifica els radicals següents:**

a)  $\sqrt{a^2 + 4 - 4a}$

b)  $\sqrt{\frac{1}{2} + 2a^2 + 2a}$

a)  $\sqrt{a^2 + 4 - 4a} = \sqrt{(a-2)^2} = a-2$

b)  $\sqrt{\frac{1}{2} + 2a^2 + 2a} = \sqrt{\left(\frac{\sqrt{2}}{2} + \sqrt{2}a\right)^2} = \frac{\sqrt{2}}{2} + \sqrt{2}a$

**130. Racionalitza les expressions següents i simplifica'n el resultat:**

a)  $\frac{3}{4\sqrt{3}}$

c)  $\frac{12}{\sqrt[3]{9}}$

e)  $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt[4]{4}}$

b)  $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt[3]{12}}$

d)  $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt[4]{3^3}}$

f)  $\frac{3\sqrt{3}}{\sqrt[6]{3}}$

a)  $\frac{3}{4\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{4}$

d)  $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt[3]{3^3}} = \frac{\sqrt[4]{3^3}}{9}$

b)  $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt[3]{12}} = \frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt[3]{2 \cdot 3^2}}{\sqrt[3]{2^2 \cdot 3} \cdot \sqrt[3]{2 \cdot 3^2}} = \frac{\sqrt[6]{2^3 \cdot 2^2 \cdot 3^4}}{2 \cdot 3} = \frac{\sqrt[6]{2^5 \cdot 3^4}}{6}$

e)  $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt[4]{4}} = 1$

c)  $\frac{12}{\sqrt[3]{9}} = 4\sqrt[3]{3}$

f)  $\frac{3\sqrt{3}}{\sqrt[6]{3}} = 3\sqrt[3]{3}$

**131. Racionalitza aquestes expressions i simplifica'n el resultat:**

a)  $\frac{3+\sqrt{2}}{\sqrt[3]{4}}$

c)  $\frac{3\sqrt{5}-2}{\sqrt[4]{5^3}}$

b)  $\frac{7\sqrt{7}-7}{\sqrt[3]{7}}$

d)  $\frac{3\sqrt{5}-1}{\sqrt[5]{-5^3}}$

a)  $\frac{3+\sqrt{2}}{\sqrt[3]{4}} = \frac{\sqrt[3]{2}(3+\sqrt{2})}{2} = \frac{3\sqrt[3]{2} + \sqrt[6]{2^5}}{2}$

c)  $\frac{3\sqrt{5}-2}{\sqrt[4]{5^3}} = \frac{3\sqrt{5} \cdot \sqrt[4]{5} - 2 \cdot \sqrt[4]{5}}{5} = \frac{3\sqrt[4]{5^3} - 2\sqrt[4]{5}}{5}$

b)  $\frac{7\sqrt{7}-7}{\sqrt[3]{7}} = (\sqrt{7}-1)\sqrt[3]{7^2}$

d)  $\frac{3\sqrt{5}-1}{\sqrt[5]{-5^3}} = \frac{3\sqrt[10]{5^7} - \sqrt[5]{5^2}}{5}$

**132. Elimina les arrels del denominador.**

a)  $\frac{1}{\sqrt{2}+1}$

d)  $\frac{4\sqrt{2}}{3\sqrt{2}-\sqrt{5}}$

b)  $\frac{3}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}$

e)  $\frac{7}{\sqrt{11}-3}$

c)  $\frac{-5}{\sqrt{3}-2}$

f)  $\frac{-5}{\sqrt{6}+\sqrt{7}}$

a)  $\frac{1}{\sqrt{2}+1} = \frac{\sqrt{2}-1}{(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)} = \frac{\sqrt{2}-1}{2-1} = \sqrt{2}-1$

b)  $\frac{3}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} = \frac{3(\sqrt{2}-\sqrt{3})}{(\sqrt{2}+\sqrt{3})(\sqrt{2}-\sqrt{3})} = \frac{3(\sqrt{2}-\sqrt{3})}{2-3} = -3(\sqrt{2}-\sqrt{3})$

c)  $\frac{-5}{\sqrt{3}-2} = \frac{-5(\sqrt{3}+2)}{(\sqrt{3}-2)(\sqrt{3}+2)} = \frac{-5\sqrt{3}-10}{3-4} = 5\sqrt{3}+10$

d)  $\frac{4\sqrt{2}}{3\sqrt{2}-\sqrt{5}} = \frac{4\sqrt{2}(3\sqrt{2}+\sqrt{5})}{(3\sqrt{2}-\sqrt{5})(3\sqrt{2}+\sqrt{5})} = \frac{24+4\sqrt{10}}{18-5} = \frac{24+4\sqrt{10}}{13}$

e)  $\frac{7}{\sqrt{11}-3} = \frac{7(\sqrt{11}+3)}{(\sqrt{11}-3)(\sqrt{11}+3)} = \frac{7\sqrt{11}+21}{11-9} = \frac{7\sqrt{11}+21}{2}$

f)  $\frac{-5}{\sqrt{6}+\sqrt{7}} = \frac{-5(\sqrt{6}-\sqrt{7})}{(\sqrt{6}+\sqrt{7})(\sqrt{6}-\sqrt{7})} = \frac{-5\sqrt{6}+5\sqrt{7}}{6-7} = 5\sqrt{6}-5\sqrt{7}$

**133. Racionalitza les expressions següents:**

a) $\frac{2}{\sqrt{3}-2}$	e) $\frac{2\sqrt{3}}{-\sqrt{3}+1}$
b) $\frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{7}}$	f) $\frac{2\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}-2\sqrt{2}}$
c) $\frac{-3}{\sqrt{2}-2}$	g) $\frac{\sqrt{8}\cdot\sqrt{2}}{\sqrt{6}+2\sqrt{3}}$
d) $\frac{2\sqrt{3}}{3\sqrt{3}-\sqrt{6}}$	h) $\frac{3\sqrt{5}}{-2\sqrt{5}-\sqrt{3}}$
a) $\frac{2}{\sqrt{3}-2} = -2(\sqrt{3}+2)$	e) $\frac{2\sqrt{3}}{-\sqrt{3}+1} = -\sqrt{3}(1+\sqrt{3})$
b) $\frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{7}} = \frac{\sqrt{7}-\sqrt{5}}{2}$	f) $\frac{2\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}-2\sqrt{2}} = -2-\sqrt{6}$
c) $\frac{-3}{\sqrt{2}-2} = 3 + \frac{3}{2}\sqrt{2}$	g) $\frac{\sqrt{8}\cdot\sqrt{2}}{\sqrt{6}+2\sqrt{3}} = \frac{4\sqrt{3}-2\sqrt{6}}{3}$
d) $\frac{2\sqrt{3}}{3\sqrt{3}-\sqrt{6}} = \frac{6+2\sqrt{2}}{7}$	h) $\frac{3\sqrt{5}}{-2\sqrt{5}-\sqrt{3}} = \frac{-30+3\sqrt{15}}{17}$

**134. Elimina arrels del denominador de les expressions que tens a continuació:**

a) $\frac{\sqrt[3]{5}}{1-2\sqrt{5}}$	d) $\frac{\sqrt{8}(5-\sqrt{18})}{\sqrt{2}(\sqrt{8}-2)}$
b) $\frac{\sqrt[3]{2}}{2\sqrt{3}+\sqrt{2}-5\sqrt{3}}$	e) $\frac{\sqrt{12}}{\sqrt{27}(\sqrt{5}+2)}$
c) $\frac{\sqrt{3}\cdot\sqrt[3]{5}}{\sqrt{2}-3\sqrt{5}}$	f) $\frac{3\sqrt[4]{2}}{\sqrt{2}+\sqrt{8}-\sqrt{5}}$

$$a) \frac{\sqrt[3]{5}}{1-2\sqrt{5}} = -\frac{\sqrt[6]{5^2} + 2 \cdot \sqrt[6]{5^5}}{19}$$

$$b) \frac{\sqrt[5]{2}}{2\sqrt{3}+\sqrt{2}-5\sqrt{3}} = \frac{\sqrt[5]{2}}{\sqrt{2}-3\sqrt{3}} = \frac{\sqrt[5]{2} \cdot (\sqrt{2}+3\sqrt{3})}{2-27} = -\frac{\sqrt[10]{2^7} + 3\sqrt[10]{2^2 \cdot 3^5}}{25}$$

$$c) \frac{\sqrt{3} \cdot \sqrt[3]{5}}{\sqrt{2}-3\sqrt{5}} = -\frac{\sqrt{3}}{43} \left( \sqrt[6]{200} + 3\sqrt[6]{3125} \right)$$

$$d) \frac{\sqrt{8}(5-\sqrt{18})}{\sqrt{2}(\sqrt{8}-2)} = 2\sqrt{2}-1$$

$$e) \frac{\sqrt{12}}{\sqrt{27}(\sqrt{5}+2)} = \frac{2}{3} \left( \sqrt{5}-2 \right)$$

$$f) \frac{3\sqrt[4]{2}}{\sqrt{2}+\sqrt{8}-\sqrt{5}} = \frac{3}{13} \left( 3\sqrt[4]{8} + \sqrt[4]{50} \right)$$

**135.** Racionalitza les expressions següents i simplifica'n el resultat:

$$a) \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{6}}$$

$$c) \frac{5\sqrt{6}-\sqrt{2}}{\sqrt{18}}$$

$$b) \frac{1}{1-\sqrt{5}+\sqrt{7}}$$

$$d) \frac{4\sqrt{3}+\sqrt{7}}{\sqrt{12}}$$

$$a) \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{3}+\sqrt{6}}{\sqrt{3}+\sqrt{6} \cdot \sqrt{3}+\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{3}+\sqrt{6}}{3+\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{3}+\sqrt{6} (3-\sqrt{6})}{(3+\sqrt{6})(3-\sqrt{6})} = \\ = \frac{3\sqrt{3}+\sqrt{6} - \sqrt{18+6\sqrt{6}}}{9-6} = \frac{3\sqrt{3}+\sqrt{6} - \sqrt{18+6\sqrt{6}}}{3}$$

$$b) \frac{1}{1-\sqrt{5}+\sqrt{7}} = \frac{1+\sqrt{5}-\sqrt{7}}{(1-\sqrt{5}+\sqrt{7})(1+\sqrt{5}-\sqrt{7})} = \\ = \frac{1+\sqrt{5}-\sqrt{7}}{1+\sqrt{5}-\sqrt{7}-\sqrt{5}-5+\sqrt{35}+\sqrt{7}+\sqrt{35}-7} = \frac{1+\sqrt{5}-\sqrt{7}}{-11+2\sqrt{35}} = \\ = \frac{(1+\sqrt{5}-\sqrt{7})(-11-2\sqrt{35})}{(-11+2\sqrt{35})(-11-2\sqrt{35})} = \frac{-11-11\sqrt{5}+11\sqrt{7}-2\sqrt{35}-2\sqrt{175}+2\sqrt{245}}{121-140} = \\ = \frac{-11-11\sqrt{5}+11\sqrt{7}-2\sqrt{35}-2\sqrt{175}+2\sqrt{245}}{-19}$$

$$c) \frac{5\sqrt{6}-\sqrt{2}}{\sqrt{18}} = \frac{(5\sqrt{6}-\sqrt{2})\sqrt{18}}{(\sqrt{18})^2} = \frac{5\sqrt{3^3 \cdot 2^2} - 6}{18} = \\ = \frac{5 \cdot 3 \cdot 2\sqrt{3} - 6}{18} = \frac{6(5\sqrt{3}-1)}{6 \cdot 3} = \frac{5\sqrt{3}-1}{3}$$

$$d) \frac{4\sqrt{3}+\sqrt{7}}{\sqrt{12}} = \frac{(4\sqrt{3}+\sqrt{7})\sqrt{12}}{(\sqrt{12})^2} = \frac{24+\sqrt{84}}{12} = \frac{2(12+\sqrt{21})}{6 \cdot 2} = \frac{12+\sqrt{21}}{6}$$

**136. Racionalitza aquestes expressions:**

a)  $\frac{3+\sqrt{5}}{\sqrt{3}+\sqrt{6}} + \frac{5\sqrt{5}}{\sqrt{3}+\sqrt{7}}$

a) 
$$\begin{aligned} \frac{3+\sqrt{5}}{\sqrt{3}+\sqrt{6}} + \frac{5\sqrt{5}}{\sqrt{3}+\sqrt{7}} &= -\frac{1}{3}(3+\sqrt{5})(\sqrt{3}-\sqrt{6}) - \frac{5}{4}\sqrt{5}(\sqrt{3}-\sqrt{7}) = \\ &= \frac{-12\sqrt{3}+12\sqrt{6}-19\sqrt{15}+4\sqrt{30}+15\sqrt{35}}{12} \end{aligned}$$

b)  $\frac{12\sqrt{6}}{2\sqrt{3}-3\sqrt{2}} = -12(\sqrt{2}+\sqrt{3})$

**137. Racionalitza les expressions següents:**

a)  $\frac{3}{(3\sqrt{2}-5)\cdot(4\sqrt{2}-3)}$

c)  $\frac{-\sqrt{2}}{\sqrt[4]{2}\cdot(\sqrt[4]{125}+2)}$

b)  $\frac{-2}{\sqrt[3]{4}\cdot(5\sqrt{3}-1)}$

d)  $\frac{-4}{\sqrt[4]{3}\cdot\sqrt[3]{2}}$

a) 
$$\begin{aligned} \frac{3}{(3\sqrt{2}-5)\cdot(4\sqrt{2}-3)} &= \frac{3}{24-9\sqrt{2}-20\sqrt{2}+15} = \frac{3}{39-29\sqrt{2}} = \\ &= \frac{3(39+29\sqrt{2})}{(39-29\sqrt{2})(39+29\sqrt{2})} = \frac{117+87\sqrt{2}}{1.521-1.682} = \frac{117+87\sqrt{2}}{-161} \end{aligned}$$

b) 
$$\begin{aligned} \frac{-2}{\sqrt[3]{4}\cdot(5\sqrt{3}-1)} &= \frac{-2(5\sqrt{3}+1)}{\sqrt[3]{4}\cdot(5\sqrt{3}-1)(5\sqrt{3}+1)} = \frac{-2(5\sqrt{3}+1)}{74\sqrt[3]{4}} = \\ &= \frac{-5\sqrt{3}-1}{37\sqrt[3]{4}} = \frac{(-5\sqrt{3}-1)\sqrt[3]{4^2}}{37\sqrt[3]{4}\cdot\sqrt[3]{4^2}} = \frac{-5\sqrt[3]{3^3\cdot4^4}-\sqrt[3]{4^2}}{148} \end{aligned}$$

c) 
$$\begin{aligned} \frac{-\sqrt{2}}{\sqrt[4]{2}\cdot(\sqrt[4]{125}+2)} &= \frac{-\sqrt{2}(\sqrt[4]{125}-2)}{\sqrt[4]{2}\cdot(\sqrt[4]{125}+2)(\sqrt[4]{125}-2)} = \frac{-\sqrt{250}+2\sqrt{2}}{121\sqrt[4]{2}} = \\ &= \frac{(-\sqrt{250}+2\sqrt{2})\sqrt[4]{2^2}}{121\sqrt[4]{2}\cdot\sqrt[4]{2^2}} = \frac{-\sqrt[4]{5^3\cdot2^7}+2\sqrt[4]{2^7}}{121\sqrt[4]{2}\cdot\sqrt[4]{2^2}} = \frac{-5\cdot2\sqrt[4]{5^3\cdot2}+2^2\sqrt[4]{2}}{242} = \\ &= \frac{2(-5\sqrt[4]{5^3\cdot2}+2\sqrt[4]{2})}{242} = \frac{-5\sqrt[4]{5^3\cdot2}+2\sqrt[4]{2}}{121} \end{aligned}$$

d) 
$$\begin{aligned} \frac{-4}{\sqrt[3]{3}\cdot\sqrt[4]{2}} &= \frac{-4}{\frac{1}{3^{\frac{1}{4}}}\cdot\frac{1}{2^{\frac{1}{3}}}} = \frac{-4}{3^{\frac{3}{12}}\cdot2^{\frac{4}{12}}} = \frac{-4}{\sqrt[4]{3^3}\cdot2^{\frac{4}{12}}} = \frac{-4\sqrt[4]{3^9\cdot2^8}}{\sqrt[4]{3^3}\cdot2^{\frac{4}{12}}\sqrt[4]{3^9\cdot2^8}} = \\ &= \frac{-4\sqrt[4]{3^9\cdot2^8}}{6} = \frac{-2\sqrt[4]{3^9\cdot2^8}}{3} \end{aligned}$$

**138. Efectua aquestes operacions:**

a)  $\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt[3]{2}}$

b)  $\frac{1}{\sqrt[3]{6}} + \frac{\sqrt{6}}{\sqrt[3]{2}}$

## Nombres reals

$$a) \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt[3]{2}} = \frac{\sqrt[3]{2} + \sqrt{2}}{\sqrt[3]{2^3}}$$

$$b) \frac{1}{\sqrt[3]{6}} + \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{6^{11}}}{\sqrt[3]{6 \cdot 2^3}}$$

**139.** Efectua aquestes operacions:

$$a) \frac{2}{3-2\sqrt{5}} + \frac{1}{\sqrt{5}}$$

$$c) \frac{1}{\sqrt{5}} - \frac{1}{\sqrt[3]{5}} + \frac{1}{\sqrt[6]{5}}$$

$$b) \frac{2}{1+\sqrt{3}} - \frac{1}{2\sqrt{3}-7}$$

$$d) \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}+\sqrt{10}} + \frac{4}{\sqrt{2}-5} - \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$a) \frac{2}{3-2\sqrt{5}} + \frac{1}{\sqrt{5}} = -\frac{30+9\sqrt{5}}{55}$$

$$c) \frac{1}{\sqrt{5}} - \frac{1}{\sqrt[3]{5}} + \frac{1}{\sqrt[6]{5}} = \frac{\sqrt{5} - \sqrt[3]{5^2} + \sqrt[6]{5^5}}{5}$$

$$b) \frac{2}{1+\sqrt{3}} - \frac{1}{2\sqrt{3}-7} = \frac{3}{37}(13\sqrt{3}-10)$$

$$d) \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}+\sqrt{10}} + \frac{4}{\sqrt{2}-5} - \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{15\sqrt{2}}{46} - \frac{43}{23}$$

**140.** Efectua l'expressió següent:

$$\frac{\sqrt{128} + 2\sqrt{8} + 3\sqrt{2}}{2\sqrt{32}} - 4\sqrt{2}$$

$$\frac{\sqrt{128} + 2\sqrt{8} + 3\sqrt{2}}{2\sqrt{32}} - 4\sqrt{2} = \frac{8\sqrt{2} + 4\sqrt{2} + 3\sqrt{2}}{8\sqrt{2}} - 4\sqrt{2} = \frac{15}{8} - 4\sqrt{2}$$

**141.** Calcula, a partir de la definició els logaritmes següents:

$$a) \log_3 243$$

$$e) \ln e^2$$

$$b) \log_9 81$$

$$f) \ln e^{-14}$$

$$c) \log 1000000$$

$$g) \log_7 343$$

$$d) \log 0,00001$$

$$h) \log_4 0,0625$$

$$a) \log_3 243 = 5$$

$$e) \ln e^2 = 2$$

$$b) \log_9 81 = 2$$

$$f) \ln e^{-14} = -14$$

$$c) \log 1000000 = 6$$

$$g) \log_7 343 = 3$$

$$d) \log 0,00001 = -5$$

$$h) \log_4 0,0625 = -2$$

**142.** Utilitzant la definició, calcula els logaritmes següents:

$$a) \log_9 243$$

$$c) \log_{32} 4$$

$$b) \log_{25} 125$$

$$d) \log_4 512$$

$$a) \log_9 243 = \frac{5}{2}$$

$$c) \log_{32} 4 = \frac{2}{5}$$

$$b) \log_{25} 125 = \frac{3}{2}$$

$$d) \log_4 512 = \frac{9}{2}$$

**143.** Determina quines de les igualtats següents són certes i corregeix les que no ho siguin:

- a)  $\log(a+b) = \log a + \log b$   
 b)  $\log 0 = 1$   
 c)  $\log(a:b) = \log a - \log b$   
 d)  $\log(a^b) = \log b \cdot \log a$
- a) Falsa:  $\log(a+b) \neq \log a + \log b \rightarrow \log(a \cdot b) = \log a + \log b$   
 b) Falsa:  $\log 0 \neq 1 \rightarrow \log 1 = 0$   
 c) Certa:  $\log(a:b) = \log a - \log b$   
 d) Falsa:  $\log(a^b) \neq \log b \cdot \log a \rightarrow \log(a^b) = b \cdot \log a$

**144.** Calcula el resultat d'aquestes expressions aplicant les propietats dels logaritmes:

- a)  $2 \log_4 16 + \log_2 32 - 3 \log_7 49$   
 b)  $\log_2 8 + \log_3 27 + \log_5 125$   
 c)  $\log_5 625 - \log_9 81 + \log_8 64$
- a)  $2 \log_4 16 + \log_2 32 - 3 \log_7 49 = 2 \cdot 2 + 5 - 3 \cdot 2 = 3$   
 b)  $\log_2 8 + \log_3 27 + \log_5 125 = 3 + 3 + 3 = 9$   
 c)  $\log_5 625 - \log_9 81 + \log_8 64 = 4 - 2 + 2 = 4$

**145.** Si sabem que  $\log 7 = 0.8451$  calcula aplicant les propietats dels logaritmes:

$$\log 28 + \log 15 - \log 6$$

$$\log 28 + \log 15 - \log 6 = \log\left(\frac{28 \cdot 15}{6}\right) = \log 70 = \log 7 + \log 10 = \log 7 + 1 = 1,8451$$

**146.** Calcula els logaritmes següents utilitzant la calculadora:

- a)  $\log_5 36^2$                           c)  $\log_6 100$   
 b)  $\log_2 \sqrt{31}$                           d)  $\log_4 31^5$
- a)  $\log_5 36^2 = 2 \log_5 36 = 2 \cdot \frac{\log 36}{\log 5} = 4,4531$   
 b)  $\log_2 \sqrt{31} = \frac{1}{2} \log_2 31 = \frac{1}{2} \cdot \frac{\log 31}{\log 2} = 2,4771$   
 c)  $\log_6 100 = \log_6 10^2 = 2 \cdot \frac{\log 10}{\log 6} = 2,5701$   
 d)  $\log_4 31^5 = 5 \log_4 31 = 5 \cdot \frac{\log 31}{\log 4} = 12,3855$

**147.** Si  $\log e = 0.4343$ , quant val  $\ln 10$ ? i  $\ln 0,1$ ?

$$\ln 10 = \frac{\log 10}{\log e} = \frac{1}{0,4343} = 2,3025$$

$$\ln 0,1 = \frac{\log 0,1}{\log e} = \frac{-1}{0,4343} = -2,3025$$

**148.** Si sabem que  $\ln 4 = 0,6021$ , calcula els logaritmes següents:

- a)  $\log 2$
- c)  $\log 0,2$
- b)  $\log \frac{1}{4}$
- d)  $\log 4\,000$

a)  $\log 2 = \frac{\log 4}{2} = 0,30105$

b)  $\log \frac{1}{4} = -\log 4 = -0,6021$

c)  $\log 0,2 = \frac{\log 4}{2} - \log 10 = 0,30105 - 1 = -0,69895$

d)  $\log 4\,000 = \log 4 + \log 1000 = 0,3021 + 3 = 3,6021$

**149.** Si sabem que  $\ln a = 0,6$  i que  $\ln b = 2,2$  calcula els logaritmes següents:

a)  $\ln \sqrt{a}$

c)  $\ln \sqrt[4]{\frac{ab}{e^2}}$

b)  $\ln \sqrt[3]{b}$

d)  $\ln \frac{\sqrt{a^{-5}}}{\sqrt[3]{b}}$

a)  $\ln \sqrt{a} = \frac{1}{2} \ln a = 0,3$

b)  $\ln \sqrt[3]{b} = \frac{1}{3} \ln b = 0,7333$

c)  $\ln \sqrt[4]{\frac{ab}{e^2}} = \frac{1}{4} (\ln a + \ln b - 2 \ln e) = 0,2$

d)  $\ln \frac{\sqrt{a^{-5}}}{\sqrt[3]{b}} = -\frac{5}{2} \ln a - \frac{1}{3} \ln b = -2,23333$

**150.** Calcula el valor de x.

- |                               |                      |
|-------------------------------|----------------------|
| a) $\log_3 x = 5$             | e) $\log_3 x = -5$   |
| b) $\log_5 x = 3$             | f) $\log_5 x = -3$   |
| c) $\log_2 x = -1$            | g) $\log_2 x = 0$    |
| d) $\log_{\frac{2}{3}} x = 4$ | h) $\log_{23} x = 4$ |

a)  $\log_x 3 = -1 \rightarrow x^{-1} = 3 \rightarrow x = \frac{1}{3}$

b)  $\log_x 5 = 2 \rightarrow x^2 = 5 \rightarrow x = \sqrt{5}$

c)  $\log_x 3 = -2 \rightarrow x^{-2} = 3 \rightarrow x^2 = \frac{1}{3} \rightarrow x = \sqrt{\frac{1}{3}}$

d)  $\log_x 2 = 5 \rightarrow x^5 = 2 \rightarrow x = \sqrt[5]{2}$

e)  $\log_3 x = -5 \rightarrow x = 3^{-5} \rightarrow x = \frac{1}{243}$

f)  $\log_5 x = -3 \rightarrow x = 5^{-3} \rightarrow x = \frac{1}{125}$

g)  $\log_2 x \rightarrow x = 2^0 \rightarrow x = 1$

h)  $\log_{23} x = 4 \rightarrow x = 23^4 \rightarrow x = 279\,841.$

**151.** Indica si les afirmacions següents són certes o falses. Justifica la resposta.

- a) Tots els nombres decimals es poden escriure en forma de fracció.
  - b) Tots els nombres reals són racionals.
  - c) Qualsevol nombre irracional és real.
  - d) Hi ha nombres enters que són irracionals.
  - e) Hi ha nombres reals que són racionals.
  - f) Tot nombre decimal és racional.
  - g) Cada nombre irracional té infinites xifres decimals.
  - h) Tots els nombres racionals tenen infinites xifres decimals que es repeteixen.
  - i) Tots els nombres racionals es poden escriure mitjançant fraccions.
- a) Falsa, els nombres irracionals tenen infinites xifres decimals no periòdiques i no es poden escriure com a fracció.
  - b) Falsa, perquè hi ha nombres reals que són irracionals.
  - c) Certa, els nombres racionals i els irracionals formen el conjunt dels nombres reals.
  - d) Falsa, perquè si són enters no poden tenir infinites xifres decimals no periòdiques.
  - e) Certa, tots els nombres que es poden expressar com a fracció, són nombres reals, que, a més a més, són racionals.
  - f) Falsa, perquè els nombres decimals amb infinites xifres decimals no periòdiques són irracionals.
  - g) Certa, tenen infinites xifres decimals no periòdiques.
  - h) Falsa, els decimals exactes també són racionals.
  - i) Certa, per definició.

**152.** Per què l'arrel quadrada de qualsevol nombre acabat en 2 és un nombre irracional? Hi ha algun altre conjunt de nombres amb aquesta característica?

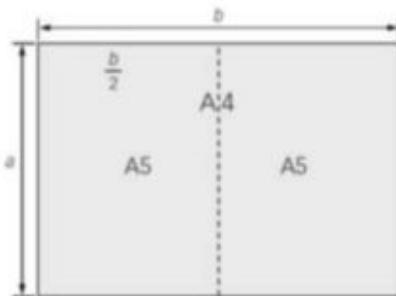
Perquè no hi ha cap nombre que, en multiplicar-se per ell mateix, doni un nombre acabat en 2.

Totes les famílies de nombres acabats en 3, 7 i 8 tenen aquesta característica.

**153. Escriu en notació científica les quantitats següents:**

- L'any llum: 9 460 000 000 km
  - Velocitat de la llum: 300 000 km/s
  - Diàmetre del Sol: 1 400 000 km
  - Càrrega elèctrica de l'electró: 0,00000000000000001602 C
  - Massa del protó: 0,00000000000000000000000001673 kg
  - Distància de Mercuri al Sol: 58 000 000 km
  - Massa de l'electró: 0,000000000000000000000000000009109 kg
  - Distància entre la Terra i la Lluna: 384 000 000 m
- Any-llum  $9\,460\,000\,000 \text{ km} = 9,46 \cdot 10^9 \text{ km}$
  - Velocitat de la llum  $\rightarrow 300\,000 \text{ km/s} = 3 \cdot 10^5 \text{ km/s}$
  - Diàmetre del Sol  $\rightarrow 1\,400\,000 \text{ km} = 1,4 \cdot 10^6 \text{ km}$
  - Carga elèctrica del electró  $\rightarrow 0,00000000000000001602 \text{ C} = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$
  - Massa del protó  $\rightarrow 0,000000000000000000000000000001673 \text{ kg} = 1,673 \cdot 10^{-22} \text{ kg}$
  - Distància de Mercuri al Sol  $\rightarrow 58\,000\,000 \text{ km} = 5,8 \cdot 10^7 \text{ km}$
  - Massa de l'electró  $\rightarrow 0,000000000000000000000000000009109 \text{ kg} = 9,109 \cdot 10^{-29} \text{ kg}$
  - Distància entre la Terra i la Lluna  $\rightarrow 384\,000\,000 \text{ m} = 3,84 \cdot 10^8 \text{ m}$

**154. Els formats de paper estàndard es basen en una norma internacional. Aquests formats de paper tenen unes mides que, quan es talla per la meitat un dels rectangles estàndard, s'obtenen dos rectangles semblants al primer. Així, si es divideix per la meitat un full DIN A4 en surten dos rectangles iguals (de la mida DIN A5) semblants al primer.**



- Quina relació hi ha entre els costats dels rectangles?

b) Se sap que un rectangle de format DIN A0 té una àrea d'1 m<sup>2</sup>. Determina quines són les dimensions del full de format DIN A4.

a) L'àrea de l'A4 és  $a \cdot b$ , el doble que la de l'A5, que és  $\frac{a \cdot b}{2}$ .

$$\text{b) } \frac{b}{a} = \frac{a}{\frac{b}{2}} \rightarrow 2a^2 = b^2$$

**155.** La distància entre la Terra i Júpiter és de  $6,32 \cdot 10^6$  km. Una nau que fes el viatge entre els dos planetes en un any, a quina velocitat hauria d'anar?

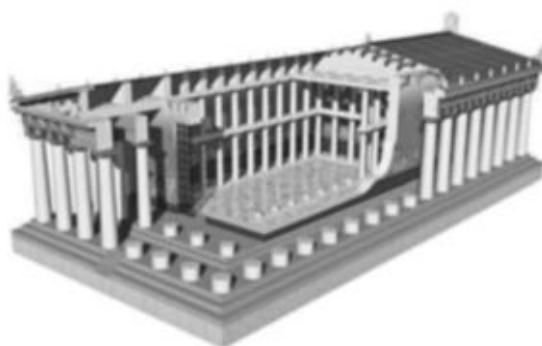
$$\text{Un any en hores és } 24 \cdot 365 \rightarrow v = \frac{\text{espai}}{\text{temps}} = \frac{6,32 \cdot 10^6}{8,76 \cdot 10^3} = 7,2 \cdot 10^2 \text{ km/h}$$

**156.** Des de l'antiguitat apareix sovint el nombre d'or,  $\Phi$ , en proporcions de la natura però també en obres d'art o bé en construccions com, exemple, el Partenó grec.

$$\Phi = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$$

Comprova la propietat següent de l'invers del nombre d'or:

$$\frac{1}{\Phi} = \Phi - 1$$



$$\frac{1}{\Phi} = \Phi - 1 \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{\Phi} = \frac{1}{\frac{1+\sqrt{5}}{2}} = \frac{2}{1+\sqrt{5}} = -\frac{2-2\sqrt{5}}{4} = \frac{\sqrt{5}-1}{2} \\ \Phi - 1 = \frac{1+\sqrt{5}}{2} - 1 = \frac{\sqrt{5}-1}{2} \end{array} \right.$$

I es comprova que ambdós costats de la igualtat mesuren el mateix.

**157.** Quin tipus de decimal obtenim de la fracció  $\frac{a}{2^2 \cdot 5^3}$ , on  $a$  és un nombre enter?

Com que el sistema de numeració és decimal, en dividir un nombre enter entre un nombre que sigui potència de 2 o de 5, o de tots dos, s'obté un decimal exacte. Si el numerador és múltiple del denominador, s'obté un nombre enter.

**158. Existeix algun cas en el qual l'aproximació per excés i per defecte coincideixin?**

Si considerem l'arrodoniment, determina si aquesta aproximació pot coincidir amb l'aproximació per excés o per defecte?

No poden coincidir, ja que per aproximar per defecte s'eliminen les xifres a partir de l'ordre considerat, i per aproximar per excés s'eliminen les xifres a partir de l'ordre considerat, mentre s'augmenta una unitat l'última xifra que es manté.

L'aproximació per arrodoniment coincideix amb l'aproximació per defecte si la xifra anterior a l'ordre considerat és més petit que cinc, i coincideix amb l'aproximació per l'excés a la resta de casos.

**159. Comprova cadascuna de les igualtats que tens a continuació:**

a)  $\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[m]{b} = \sqrt[nm]{ab}$

b)  $\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[m]{b} = \sqrt[n+m]{ab}$

c)  $\sqrt[n]{a+b} = \sqrt[n]{a} + \sqrt[n]{b}$

d)  $a\sqrt[n]{b^m} = \sqrt[n]{(a \cdot b)^m}$

e)  $\sqrt{a} \cdot \sqrt{a} \cdot \sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = a\sqrt{a \cdot b}$

f)  $a\sqrt{b+c} = \sqrt{ab+ac}$

g)  $\sqrt[4]{a^8b^2} = a\sqrt{b}$

h)  $\sqrt{a^2+b^2} = a + b$

a) Fals:  $\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[m]{b} \neq \sqrt[n+m]{ab}$  atès que  $\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[m]{b} = a^{\frac{1}{n}} \cdot b^{\frac{1}{m}} = a^{\frac{m}{nm}} \cdot b^{\frac{n}{nm}} = \sqrt[nm]{a^m \cdot b^n}$

b) Fals:  $\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[m]{b} \neq \sqrt[n+m]{ab} \rightarrow \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[m]{b} = \sqrt[nm]{a^m \cdot b^n}$

c) Fals:  $\sqrt[n]{a+b} \neq \sqrt[n]{a} + \sqrt[n]{b}$  ja que  $\sqrt[n]{a+b} = (a+b)^{\frac{1}{n}} \neq a^{\frac{1}{n}} + b^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a} + \sqrt[n]{b}$

d) Fals:  $a\sqrt[n]{b^m} \neq \sqrt[n]{(a \cdot b)^m}$  ja que  $a\sqrt[n]{b^m} = a \cdot b^{\frac{m}{n}} = a^{\frac{n}{n}} \cdot b^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^n b^m}$

e) Cert:  $\sqrt{a} \cdot \sqrt{a} \cdot \sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = a\sqrt{a \cdot b}$

f) Fals:  $a\sqrt{b+c} \neq \sqrt{ab+ac} \rightarrow a\sqrt{b+c} = \sqrt{a^2b+a^2c}$

g) Fals:  $\sqrt[4]{a^8b^2} \neq a\sqrt{b} \rightarrow \sqrt[4]{a^8b^2} = a^2\sqrt{b}$

h) Fals:  $\sqrt{a^2+b^2} \neq a+b \rightarrow \sqrt{a^2+b^2+2ab} = a+b$

**160. Escriviu el nombre  $2^{500}$  en notació científica.**

a) Sabent que  $\log 2 = 0,3010$  i que  $\sqrt{10} = 3,1622$ .

b) Ho podries fer amb una calculadora científica?

c) Expressa  $5^{500}$  en notació científica tenint en compte el primer apartat.

a) Anomenem  $x$  al nombre:  $2^{500} = x$

Hem de trobar  $y$  on  $10^y = x$ .

$$2^{500} = x \quad 500 = \log_2 x = \frac{\log x}{\log 2}$$

D'altra banda com,  $\log x = y$ ,

$$y = 500 \cdot \log 2 = 150,5$$

$$10^{150,5} = 10^{0,5} \cdot 10^{150} = 3,1622 \cdot 10^{150}$$

b) No es pot trobar amb calculadora, ja que és un nombre massa gran.

c) Anomenem  $x$  al nombre  $5^{500} = x$

Hem de trobar  $y$  perquè  $10^y = x$ :

$$5^{500} = x \quad 500 = \log_5 x = \frac{\log x}{\log 5}$$

D'altra banda, com que  $\log x = y$ :

$$y = 500 \cdot \log 5 = 349,5$$

$$10^{349,5} = 10^{0,5} \cdot 10^{349} = 3,1622 \cdot 10^{349}$$