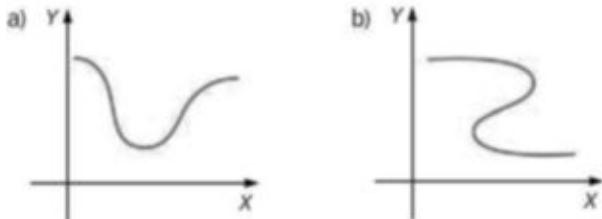


Funcions

ACTIVITATS

1. Justifica si les gràfiques següents corresponen a funcions



- a) La gràfica correspon a una funció, perquè a cada valor de x li correspon un únic valor de y .
- b) La gràfica no correspon a una funció, perquè hi ha valors de x als quals els corresponen més d'un valor de y .
- 2. Indica en cada cas si la relació entre les dues magnituds és una funció o no ho és.**
- a) La quantitat de fruita que compra una família, en quilos, i el nombre de peces de fruita que hi entren.
- b) La quantitat de fruita que compra una família, en quilos, i el preu de la compra.
- c) La quantitat de fruita que compra una família, en quilos, i el preu d'un quilo de fruita.
- a) No es tracta d'una funció, atès que la mida i el pes de cada fruita és variable.
- b) És una funció, atès que per a cada quantitat de fruita comprada hi ha un únic preu segons el pes en quilos.
- c) No és una funció.

3. Determina el domini de les funcions següents:

a) $f(x) = 2x^2 - 3x + 1$

e) $f(x) = \cos(x + 1)$

b) $f(x) = \frac{x^2+4}{x^2-4}$

f) $f(x) = \sqrt{3x - 1}$

c) $f(x) = \frac{1}{x^2+9}$

g) $f(x) = \log(x - 16)$

d) $f(x) = \sqrt[3]{x - 1}$

h) $f(x) = e^{x^2-1}$

a) Dom $f = \mathbb{R}$

c) Dom $f = \mathbb{R}$

e) Dom $f = \mathbb{R}$

g) Dom $f = (16, +\infty)$

b) Dom $f = \mathbb{R} - \{-2, 2\}$

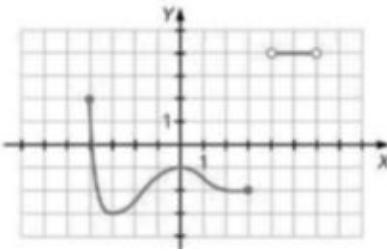
d) Dom $f = \mathbb{R}$

f) Dom $f = \left[\frac{1}{3}, +\infty\right)$

h) Dom $f = \mathbb{R}$

4. Calcula el domini i el recorregut de la funció que tens a la dreta.

Funcions



$$\text{Dom } f = [-4, 3] \cup (4, 6)$$

$$\text{Im } f = [-3, 2] \cup \{4\}$$

5. Estudia la simetria de les funcions següents:

$$\text{a) } f(x) = \frac{x^2 - 1}{2x}$$

$$\text{b) } f(x) = \frac{x^2 - 6x - 7}{x^2}$$

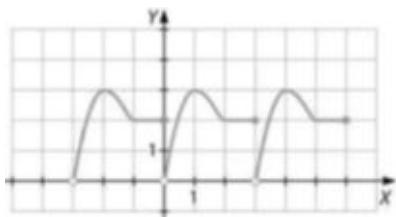
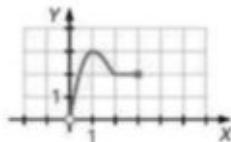
$$\text{c) } f(x) = \frac{x^4 - 5}{3x^2}$$

$$\text{a) } f(-x) = \frac{(-x)^2 - 1}{2(-x)} = \frac{x^2 - 1}{-2x} = -\frac{x^2 - 1}{2x} = -f(x) \rightarrow f(x) \text{ és imparell.}$$

$$\text{b) } f(-x) = \frac{(-x)^2 - 6(-x) - 7}{(-x)^2} = \frac{x^2 + 6x - 7}{x^2} \rightarrow f(x) \text{ no és parell ni imparell.}$$

$$\text{c) } f(-x) = \frac{(-x)^4 - 5}{3(-x)^2} = \frac{x^4 - 5}{3x^2} = f(x) \rightarrow f(x) \text{ és parell.}$$

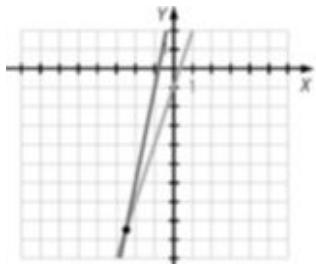
6. Completa la gràfica d'aquesta funció periòdica de període 3.



7. Representa sobre els mateixos eixos les funcions $f(x) = 3x - 1$ i $g(x) = 5x + 4$. Calcula'n el punt en comú.

El punt d'intersecció és:

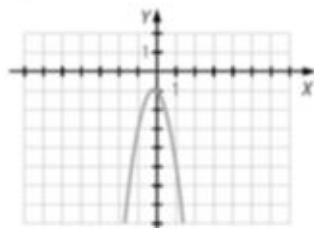
$$\left(-\frac{5}{2}, -\frac{17}{2}\right)$$



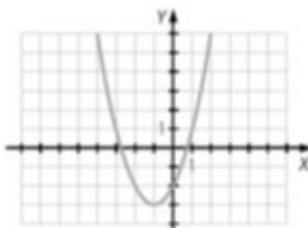
8. Representa gràficament aquestes funcions quadràtiques:

a) $f(x) = -3x^2 - x - 1$ b) $f(x) = x^2 + 2x - 2$

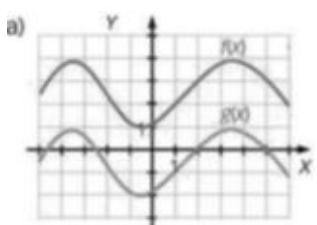
a) $V\left(-\frac{1}{6}, -\frac{11}{12}\right)$



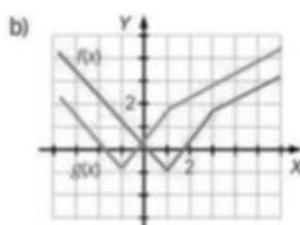
b) $V(-1, -3)$



9. Tenint en compte la gràfica de $f(x)$, expressa $g(x)$ utilitzant $f(x)$.



a) $g(x) = f(x) - 3$



b) $g(x) = f(x + 2)$

10. Representa gràficament la funció:

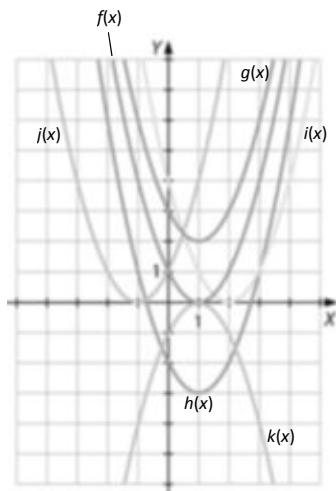
$$f(x) = x^2 - 2x + 1$$

A partir d'aquesta funció, representa les següents:

a) $g(x) = x^2 - 2x + 3$

Funcions

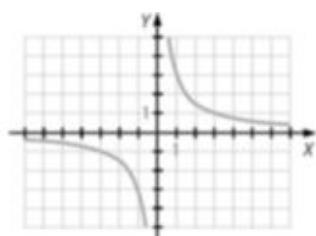
- b) $h(x) = x^2 - 2x - 2$
 c) $i(x) = (x - 1)^2 - 2(x - 1) + 1$
 d) $j(x) = x^2 + 2x + 1$
 e) $k(x) = -x^2 + 2x - 1$



- a) $g(x) = f(x) + 2$
 b) $h(x) = f(x) - 3$
 c) $i(x) = f(x - 1)$
 d) $j(x) = f(-x)$
 e) $k(x) = -f(x)$

11. Representa gràficament aquestes funcions:

a) $f(x) = \frac{3}{x}$

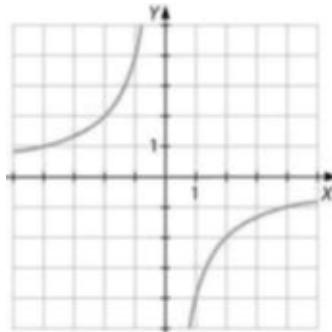


b) $f(x) = -\frac{3}{x}$

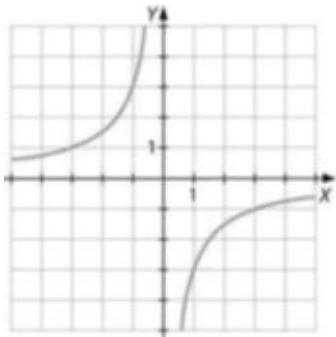
c) $f(x) = \frac{-4}{x}$

d) $f(x) = \frac{-1}{x}$

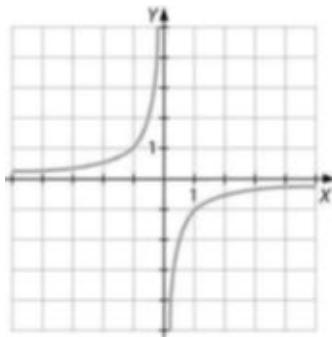
a)



b)



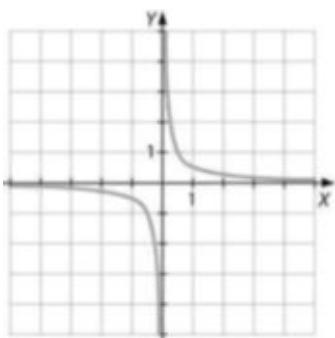
c)



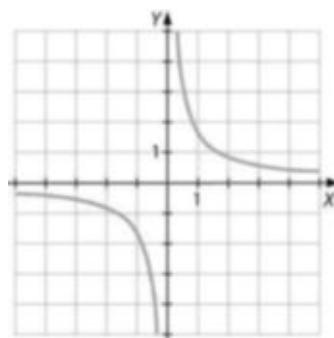
12. Representa gràficament les funcions següents:

$$\text{a) } f(x) = \frac{1}{2x} \quad \text{b) } f(x) = -\frac{1}{2x} \quad \text{c) } f(x) = \frac{5}{3x} \quad \text{d) } f(x) = \frac{-2}{5x}$$

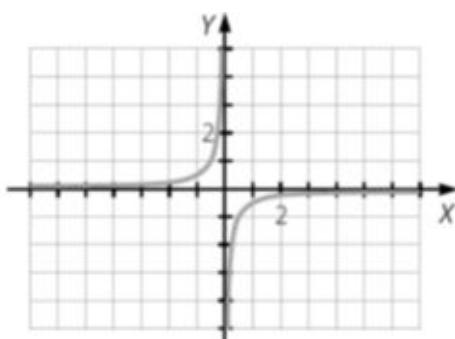
a)



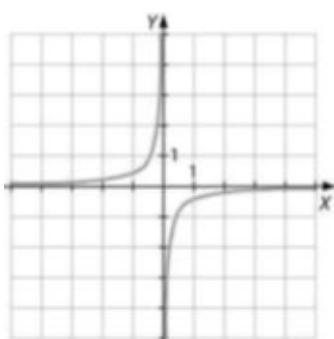
c)



b)



d)



13. Calcula el domini d'aquestes funcions amb radicals:

$$\text{a) } f(x) = \sqrt[3]{x^2 - 4}$$

$$\text{b) } f(x) = \sqrt{x^2 - 36}$$

$$\text{a) Dom } f = \mathbb{R}$$

$$\text{b) Dom } f = (-\infty, -6] \cup [6, +\infty)$$

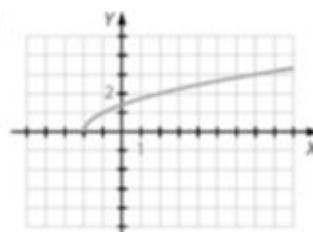
14. Representa gràficament les funcions següents:

$$\text{a) } f(x) = \sqrt{x+2}$$

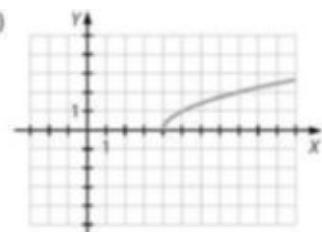
$$\text{b) } f(x) = \sqrt{x-4}$$

$$\text{c) } f(x) = \sqrt[3]{x-1}$$

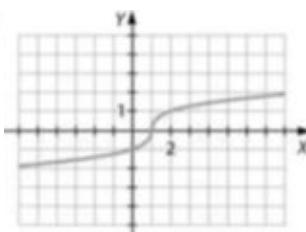
a)



b)



c)



15. Calcula la funció inversa de les funcions que hi ha a continuació:

$$\text{a) } f(x) = -\frac{x}{2} + 1$$

$$\text{c) } f(x) = \sqrt{\frac{x}{2} - 2}$$

Funcions

b) $f(x) = -x^2 + 4$

d) $f(x) = \sqrt[3]{x^2 - 1}$

a) $x = -\frac{y}{2} + 1 \rightarrow f^{-1}(x) = -2x + 2$

c) $x = \sqrt{\frac{y}{2} - 2} \rightarrow f^{-1}(x) = 2x^2 + 4$

b) $x = -y^2 + 4 \rightarrow f^{-1}(x) = \sqrt{4 - x}$

d) $x = \sqrt[3]{y^2 - 1} \rightarrow f^{-1}(x) = \sqrt{x^3 + 1}$

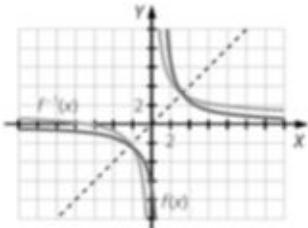
16. Determina quina és la funció inversa de $f(x) = \frac{7+x}{x}$ i efectua les accions següents:

a) Representa les funcions $f(x)$ i $f^{-1}(x)$.

b) Comprova si les gràfiques són simètriques respecte de la recta $y = x$.

$$y = \frac{7+x}{x} \rightarrow xy = 7 + x \rightarrow xy - x = 7 \rightarrow x = \frac{7}{y-1} \rightarrow f^{-1}(x) = \frac{7}{x-1}$$

a)



b) Les funcions són simètriques respecte a la recta $y = x$.

17. Sense dibuixar la gràfica, justifica si les funcions següents són creixents o decreixents:

a) $f(x) = 1,2^x$

c) $f(x) = 0,8^x$

b) $f(x) = \left(\frac{2}{3}\right)^x$

d) $f(x) = \sqrt{3}^x$

a) Creixent, ja que $a > 1$.

c) Decreixent, ja que $a < 1$.

b) Decreixent, ja que $a < 1$.

d) Creixent, ja que $a > 1$.

18. Representa gràficament aquestes funcions:

a) $f(x) = 3^x$

c) $f(x) = 0,8^x$

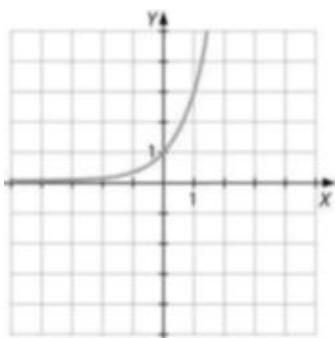
e) $f(x) = \left(-\frac{2}{3}\right)^x$

b) $f(x) = -(3^x)$

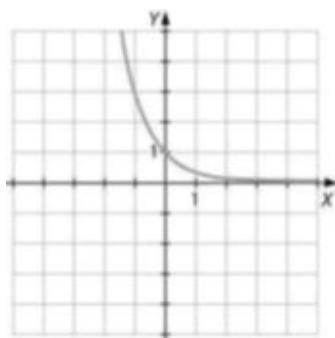
d) $f(x) = \left(\frac{2}{3}\right)^x$

f) $f(x) = \left(\frac{2}{3}\right)^{-x}$

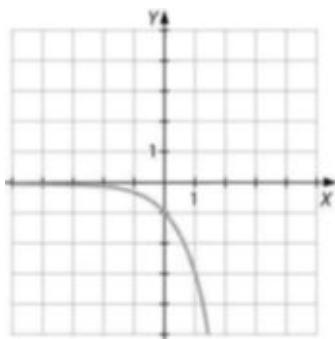
a)



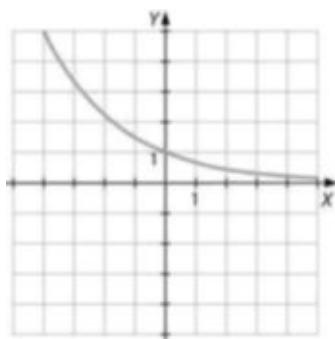
c)

e) $a < 0 \rightarrow$ no es pot representar.

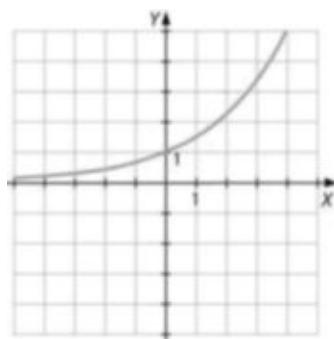
b)



d)



f)



19. Sense dibuixar la gràfica, justifica si les funcions següents són creixents o decreixents:

a) $f(x) = \log_{1,2}x$

c) $f(x) = \log_7x$

e) $f(x) = \log_{\sqrt{3}}x$

b) $f(x) = \log_{\frac{2}{3}}x$

d) $f(x) = \log_{0,8}x$

f) $f(x) = \log_{8,2}x$

a) Creixent, atès que $a > 1$.d) Decreixent, atès que $a < 1$.b) Decreixent, atès que $a < 1$.e) Creixent, atès que $a > 1$.c) Creixent, atès que $a > 1$.f) Creixent, atès que $a > 1$.

20. Representa gràficament les funcions que tens a continuació:

a) $f(x) = \log_3 x$

c) $f(x) = \log_3(-x)$

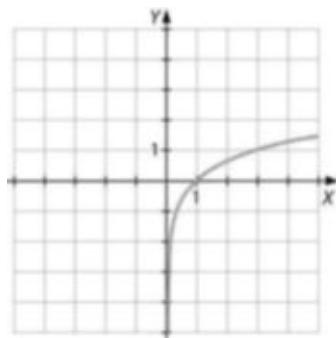
e) $f(x) = -\log_3(-x)$

b) $f(x) = \log_{\frac{1}{3}}x$

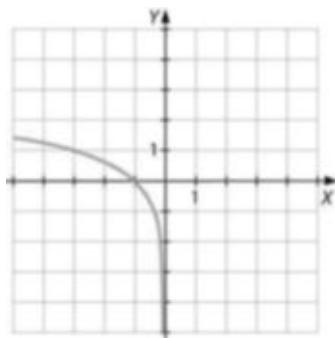
d) $f(x) = -\log_{\frac{1}{3}}x$

f) $f(x) = -\log_{\frac{1}{3}}(-x)$

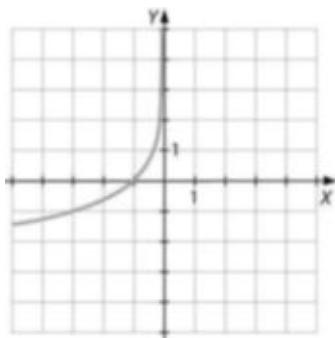
a)



c)

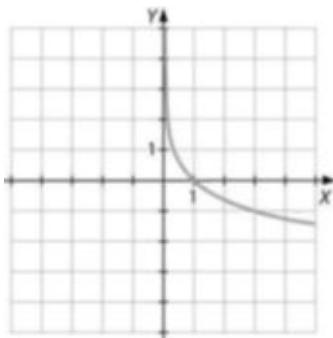


e)

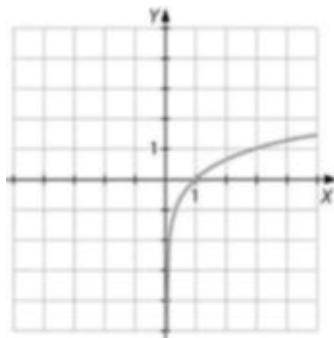


Funcions

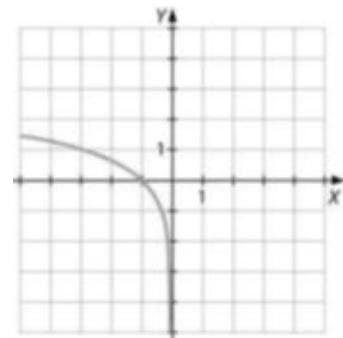
b)



d)



f)

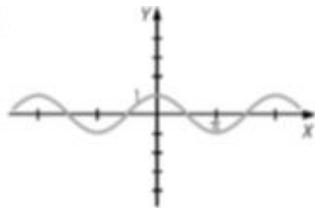


21. Representa gràficament aquestes funcions:

a) $f(x) = \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$

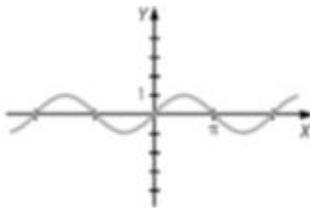
b) $f(x) = \cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$

a)



$$f(x) = \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = \cos x$$

b)



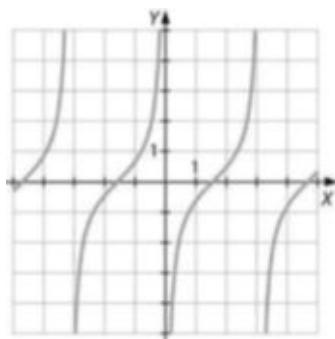
$$f(x) = \cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right) = \sin x$$

22. Representa aquestes funcions:

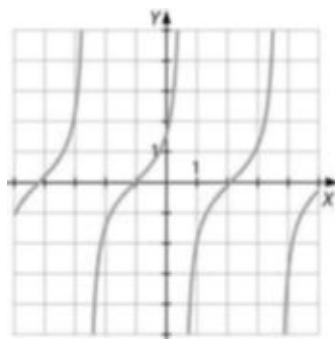
a) $f(x) = \operatorname{tg}\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$

b) $f(x) = \operatorname{tg}(x + 1)$

a)



b)



23. Calcula les expressions següents:

a) $\arcsin \frac{\sqrt{2}}{2}$

b) $\arccos 0$

c) $\arctg (-1)$

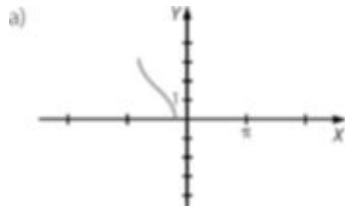
a) $\arcsin \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\pi}{4}$

b) $\arccos 0 = \frac{\pi}{2}$

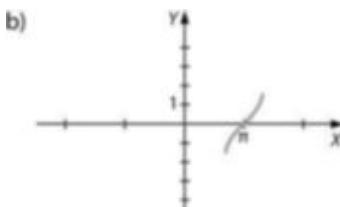
c) $\arctg (-1) = -\frac{\pi}{4}$

24. Representa gràficament aquestes funcions:

a) $f(x) = \arccos \left(x + \frac{\pi}{2} \right)$



b) $f(x) = \arcsin(x - \pi)$

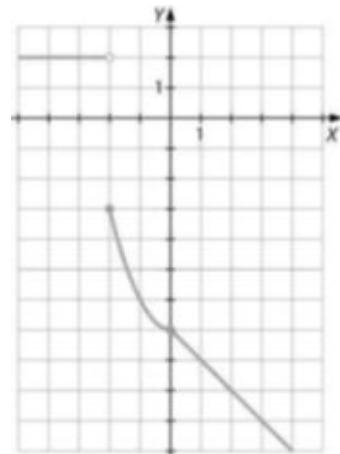


25. Representa gràficament aquesta funció definida a trossos:

$$f(x) = \begin{cases} 2 & \text{si } x < -2 \\ x^2 - 7 & \text{si } -2 \leq x \leq 0 \\ -7 - x & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

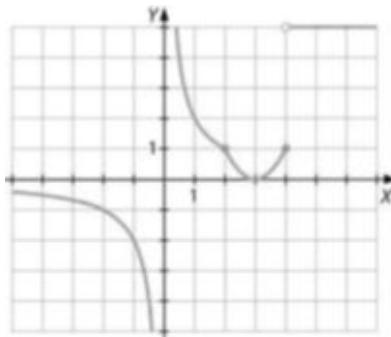
Descriu-ne les característiques principals.

- Primer interval $(-\infty, -2]$:
 $f(x) = 2 \rightarrow$ Recta horitzontal, paral·lela a l'eix X a $y = 2$ amb extrem a $(-2, 2)$.
- Segon interval $[-2, 0]$:
 $f(x) = x^2 - 7 \rightarrow$ Paràbola amb mínim ($a = 1 > 0$) al vèrtex $(0, -7)$ i amb extrems a $(-2, -3)$ i $(0, -7)$.
- Tercer interval $(0, +\infty)$:
 $f(x) = -7 - x \rightarrow$ Recta decreixent ($m = -1 < 0$) amb extrem a $f(0) = (0, -7)$.



26. Representa la gràfica d'aquesta funció i descriu-ne les característiques més importants:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2}{x} & \text{si } x \leq 2 \\ x^2 - 6x + 9 & \text{si } 2 < x \leq 4 \\ 5 & \text{si } x > 4 \end{cases}$$



- Primer interval $(-\infty, 2]$:

$$f(x) = \frac{x}{2} \rightarrow \text{Decreixent a aquest interval, amb extrem a } (2, 1).$$

- Segon interval $(2, 4]$:

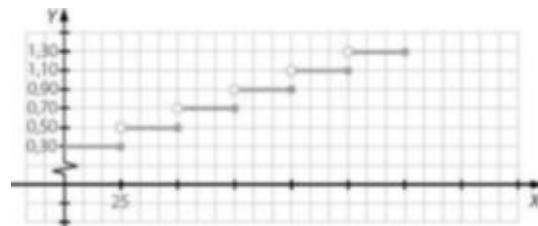
$$f(x) = x^2 - 6x + 9 \rightarrow \text{Paràbola amb mínim (a = 1 > 0) al vèrtex (3, 0) i amb extrems a (2, 1) i (4, 1)}.$$

- Tercer interval $(4, +\infty)$:

$$f(x) = 5 \rightarrow \text{Recta horitzontal, paral·lela a l'eix } X \text{ a } y = 5 \text{ amb extrem a (4, 5).}$$

- 27.** El servei de correus cobra 0,30 € pels primers 25 g de tramesa i, a partir d'aquesta quantitat, cobra 0,20 € per cada 25 g, o fracció, de pes extra. Representa la gràfica del que costa enviar cartes fins a 150 g.

$$f(x) = \begin{cases} 0,30 & \text{si } x \in (0, 25] \\ 0,30 + 0,20 & \text{si } x \in (25, 50] \\ 0,30 + 0,20 \cdot 2 & \text{si } x \in (50, 75] \\ \dots \end{cases} \rightarrow f(x) = 0,30 + 20 \cdot \left[\frac{x}{25} \right]$$



- 28.** La funció que associa a cada nombre la seva part decimal és:

$$f(x) = x - [x]$$

Representa la funció i analitza'n les propietats.

$$\text{Dom } f = \mathbb{R}$$

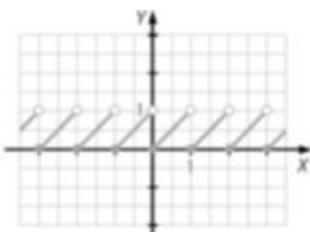
$$\text{Im } f = [0, 1)$$

La funció no és contínua. Tots els nombres enters són punts de discontinuitat inevitable de salt finit.

És periodica, de període 1. No és simètrica.

És creixent en $(k, k + 1)$, essent $k \in \mathbb{Z}$.

No té màxims ni mínims.



29. Determina el valor de les funcions següents en el punt $x = -2$, tenint en compte que:

$$f(x) = \frac{x}{x+1} \quad g(x) = 3x^2 - 1$$

a) $(f - g)(x)$ b) $(f \cdot g)(x)$ c) $\left(\frac{f}{g}\right)(x)$

a) $(f - g)(x) = f(x) - g(x) = \frac{x}{x+1} - (3x^2 - 1) = \frac{-3x^3 - 3x^2 + 2x + 1}{x+1} \rightarrow (f - g)(-2) = \frac{-3(-2)^3 - 3(-2)^2 + 2(-2) + 1}{(-2)+1} = -9$

b) $(f \cdot g)(x) = f(x) \cdot g(x) = \left(\frac{x}{x+1}\right)(3x^2 - 1) = \frac{3x^3 - x}{x+1} \rightarrow (f \cdot g)(-2) = \frac{3(-2)^3 - (-2)}{(-2)+1} = 22$

c) $\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\frac{x}{x+1}}{3x^2 - 1} = \frac{x}{3x^3 + 3x^2 - x - 1} \rightarrow \left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{(-2)}{3(-2)^3 + 3(-2)^2 - (-2) - 1} = \frac{2}{11}$

30. Calcula el valor de les funcions següents en els punts indicats, tenint en compte que:

$$f(x) = \sqrt{x^5} \quad g(x) = \frac{x^2 + 3}{x+1}$$

a) $(f \cdot g)(4)$ b) $\left(\frac{f}{g}\right)(-1)$ c) $(f^2)(2)$

a) $(f \cdot g)(x) = \sqrt{x^5} \cdot \frac{x^2 + 3}{x+1} \rightarrow (f \cdot g)(4) = \sqrt{4^5} \cdot \frac{4^2 + 3}{4+1} = \sqrt{(2)^{25}} \cdot \frac{19}{5} = \frac{608}{5}$

b) $\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{\sqrt{x^5}}{\frac{x^2 + 3}{x+1}} = \frac{(x+1)\sqrt{x^5}}{x^2 + 3}$

No existeix $\left(\frac{f}{g}\right)(-1)$, perquè $\sqrt{(-1)^5}$ no és real ja que el radicant és negatiu.

c) $(f^2)(x) = (\sqrt{x^5})^2 = x^5 \rightarrow (f^2)(2) = 2^5 = 32$

31. Donades les funcions $f(x) = x^2$ i $g(x) = \frac{1}{2x-1}$,

calcula el valor de les composicions que tens a continuació a $x = 2$.

a) $(f \circ g)(x)$ c) $(f \circ f)(x)$
 b) $(g \circ f)(x)$ d) $(g \circ g)(x)$

a) $(f \circ g)(2) = f(g(2)) = f\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{1}{9}$

c) $(f \circ f)(2) = f(f(2)) = f(4) = 16$

b) $(g \circ f)(2) = g(f(2)) = g(4) = \frac{1}{7}$

d) $(g \circ g)(2) = g(g(2)) = g\left(\frac{1}{3}\right) = -3$

Funcions

32. Si $f(x) = \sqrt{2x^3}$ i $g(x) = x - 4$, determina primer la composició de funcions i, després, calcula el valor de les funcions següents en els punts indicats:

a) $(f \circ g)(5)$ b) $(g \circ f)(5)$

A partir dels resultats, justifica si la composició de funcions és commutativa.

a) $(f \circ g)(x) = f(g(x)) = f(x - 4) = \sqrt{2(x - 4)^3}$

$$(f \circ g)(5) = \sqrt{2}$$

b) $(g \circ f)(x) = g(f(x)) = g(\sqrt{2x^3}) = \sqrt{2x^3} - 4$

$$(g \circ f)(5) = \sqrt{250} - 4 = 5\sqrt{10} - 4$$

$(f \circ g)(5) \neq (g \circ f)(5) \rightarrow$ La composició de funcions no és commutativa.

SABER FER

33. Calcula el domini de $f(x) = \frac{1}{x} + \sqrt{x+3}$

$\frac{1}{x}$ està definida si $x \neq 0$.

$\sqrt{x+3}$ està definida si $x+3 \geq 0 \rightarrow x \geq -3$.

$$\text{Dom } f = [-3, 0) \cup [0, +\infty) = [-3, +\infty) - \{0\}$$

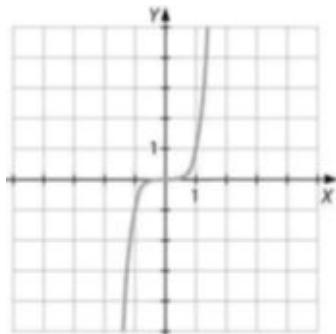
34. Determina el període de $f(x) = \cos 2x$.

$$\cos x = \cos(x + 2\pi) \rightarrow f(x) = \cos 2x = \cos(2x + 2\pi) = \cos(2(x + \pi)) = f(x + \pi) \rightarrow \text{Període} = \pi$$

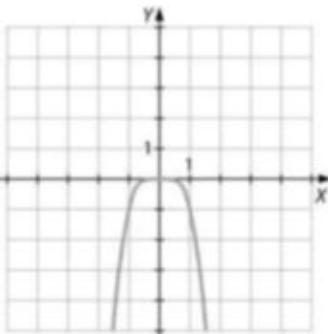
35. Representa gràficament aquestes funcions:

a) $f(x) = x^5$ b) $g(x) = -x^4$

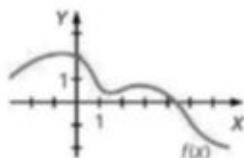
a)



b)

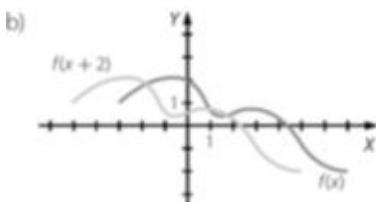
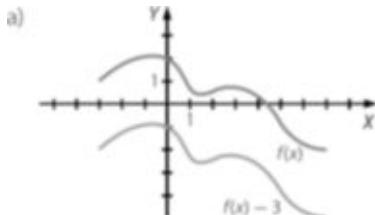


36. A partir de la gràfica de $f(x)$, representa:



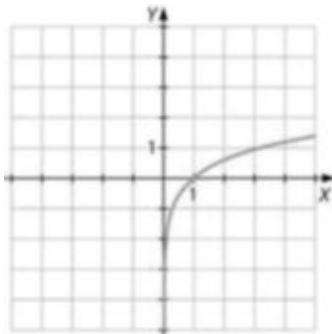
a) $g(x) = k(x) - 3$

b) $g(x) = f(x + 2)$



Funcions

37. Representa la funció $f(x) = 2 \log x$.

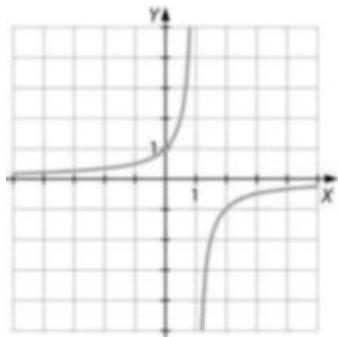


38. Representa gràficament les funcions següents:

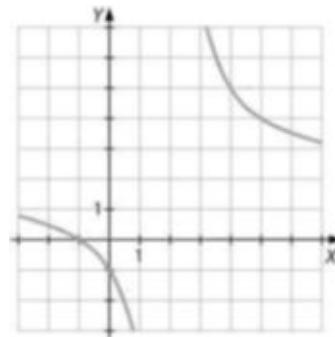
a) $f(x) = \frac{-1}{x-1}$

b) $f(x) = \frac{2x+2}{x-2}$

a) $f(x) = -g(x-1)$ amb $g(x) = \frac{1}{x}$



b) $f(x) = 2 + \frac{6}{x-2} \rightarrow g(x) = \frac{6}{x} \rightarrow f(x) = 2 + g(x-2)$



39. Representa la gràfica de les funcions inverses d'aquestes funcions:

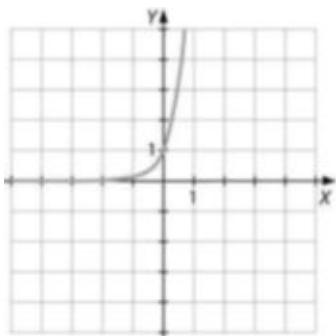
a) $f(x) = x^2$

b) $f(x) = \log(x-1)$

a) $y = x^2 \rightarrow x = y^2 \rightarrow y = \pm\sqrt{x} \rightarrow f^{-1}(x) = \pm\sqrt{x}$

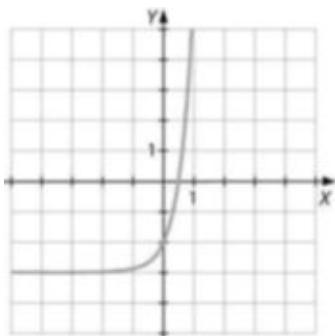
No és una funció, ja que per a cada valor de x , es tenen dos valors y .

b) $y = \log x \rightarrow x = \log y \rightarrow 10^x = y \rightarrow f^{-1}(x) = 10^x$



40. Representa gràficament la funció exponencial $f(x) = 3^{2x} - 3$.

$$g(x) = 9^x \rightarrow f(x) = g(x) - 3$$



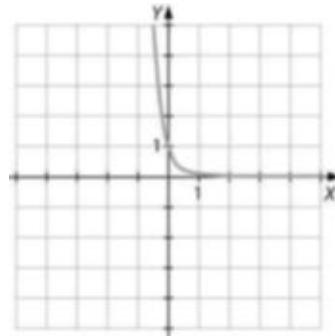
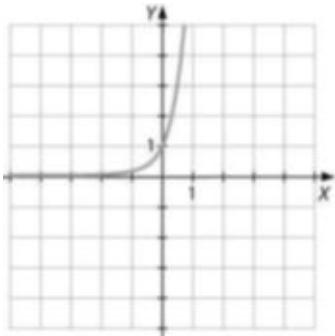
41. Dibuixa la gràfica de les funcions següents:

a) $f(x) = 3^{2x}$

b) $f(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^{3x}$

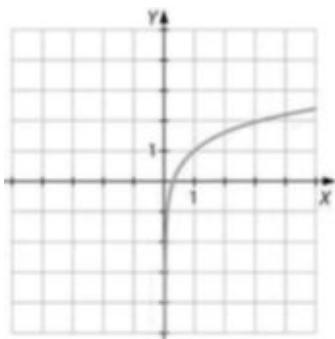
a) $f(x) = 9^x$

b) $f(x) = \left(\frac{1}{27}\right)^x$



42. Dibuixa la gràfica de la funció $f(x) = \log 10x^2$.

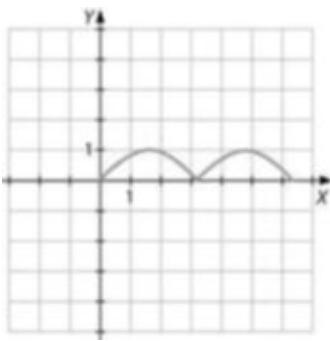
$$f(x) = \log 10x^2 = \log 10 + 2 \log x = 1 + 2 \log x$$



43. Dibuixa la gràfica de la funció $f(x) = |\sin x|$; en l'interval $[0, 2\pi]$.

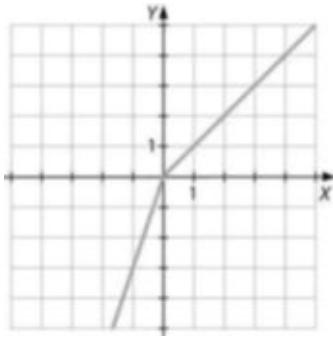
$$f(x) = \begin{cases} \sin x & \text{si } x \in [0, \pi] \\ -\sin x & \text{si } x \in (\pi, 2\pi] \end{cases}$$

Funcions



44. Dibuixa la gràfica de la funció $f(x) = 2x - |x|$.

$$f(x) = \begin{cases} x & \text{si } x \geq 0 \\ 3x & \text{si } x < 0 \end{cases}$$



45. Expressa aquestes funcions com a composició de funcions més senzilles:

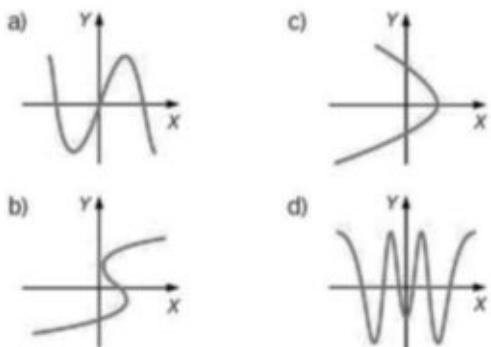
a) $f(x) = \sin^2(x^2 + 1)$ b) $f(x) = \sqrt{\frac{1}{x-1}}$

a) $f_1(x) = x^2 + 1$ $f_2(x) = \sin x$ $f_3(x) = x^2 \rightarrow f(x) = (f_3 \circ f_2 \circ f_1)(x)$

b) $f_1(x) = x - 1$ $f_2(x) = \frac{1}{x}$ $f_3(x) = \sqrt{x} \rightarrow f(x) = (f_3 \circ f_2 \circ f_1)(x)$

ACTIVITATS FINALS

46. Digues si aquestes gràfiques corresponen a una funció:



- a) La gràfica correspon a una funció perquè a cada valor de x li correspon un únic valor de y .
- b) La gràfica no correspon a una funció perquè hi ha valors de x als quals els correspon dos valors de y .
- c) La gràfica no correspon a una funció perquè hi ha valors de x als quals els correspon dos valors de y .
- d) La gràfica correspon a una funció perquè a cada valor de x li correspon un únic valor de y .

47. Fixa't en aquests exemples de tarifes telefòniques:

- Establiment de trucada 0,15 € i 3 cènt. el minut o fracció.
- Cada minut o fracció, 5 cènt.
- Cada minut o fracció entre setmana, 4 cènt., i si és cap de setmana, 3 cènt.

Completa una taula com la següent per a cada tipus de tarifa i determina si defineixen una funció.

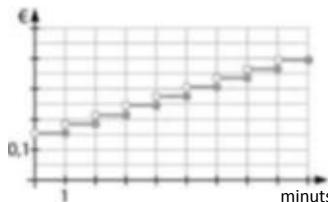
En cas afirmatiu, dibuixa'n la gràfica.

Minuts	1	5	7	9	12
Preu (€)					

- Tarifació 1:

Minuts	1	5	7	9	12
Preu (€)	0,18	0,30	0,36	0,42	0,51

Correspon a una funció perquè per a cada durada de la trucada li correspon un únic preu.

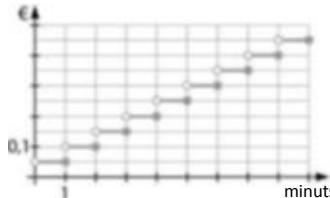


Funcions

- Tarifació 2:

Minuts	1	5	7	9	12
Preu (€)	0,05	0,25	0,35	0,45	0,60

Correspon a una funció perquè per a cada durada de la trucada li correspon un únic preu.



- Tarifació 3:

- Entre setmana:

Minuts	1	5	7	9	12
Preu (€)	0,04	0,20	0,28	0,36	0,48

- Cap de setmana:

Minuts	1	5	7	9	12
Preu (€)	0,03	0,15	0,21	0,27	0,36

No correspon a una funció perquè a cada durada de la trucada li corresponen dos preus, depenent del dia de la setmana en què es faci la trucada.

48. Comprova si els punts $x = -3, x = 0, x = 2$ pertanyen al domini d'aquestes funcions:

a) $f(x) = x^2 - 2x + 1$ c) $f(x) = \sqrt{-2x + 1}$

b) $f(x) = \frac{3x-1}{x^2+3x}$ d) $f(x) = \ln(-x - 4)$

a) Dom $f = \mathbb{R} \rightarrow$ Els tres punts pertanyen al domini de la funció.

b) $x^2 + 3x = 0 \rightarrow$ Dom $f = \mathbb{R} - \{0, -3\} \rightarrow$ Només $x = 2$ pertany al domini de la funció.

c) $-2(-3) + 1 = 7 > 0 \rightarrow x = -3$ pertany al domini.

$$0 + 1 = 1 > 0 \rightarrow x = 0 \text{ pertany al domini.}$$

$$-2 \cdot 2 + 1 = -3 < 0 \rightarrow x = 2 \text{ no pertany al domini.}$$

d) $-(-3) - 4 = -1 < 0 \rightarrow x = -3$ no pertany al domini.

$$0 - 4 = -4 < 0 \rightarrow x = 0 \text{ no pertany al domini.}$$

$$-2 - 4 = -6 < 0 \rightarrow x = 2 \text{ no pertany al domini.}$$

49. Estudia si els valors de l'ordenada, y , estan inclosos en els recorreguts d'aquestes funcions:

a) $y = 3, y = 2, y = -5$ per a $f(x) = \sqrt{3x - 3}$

b) $y = 0, y = 30, y = -3$ per a $f(x) = x^2 - 5x + 6$

a) $\sqrt{3x-3} = 3 \rightarrow 3x-3 = 9 \rightarrow x = 4 \rightarrow y = 3 \in \text{Im } f$

$$\sqrt{3x-3} = 3 \rightarrow 3x-3 = 9 \rightarrow x = \frac{7}{3} \rightarrow y = 3 \in \text{Im } f$$

$y = -5 \notin \text{Im } f$, perquè l'arrel no pot prendre valors negatius.

b) $x^2 - 5x + 6 = 0 \rightarrow x = 2 \text{ o } x = 3 \rightarrow y = 0 \in \text{Im } f$

$$x^2 - 5x + 6 = 30 \rightarrow x^2 - 5x - 24 = 0 \rightarrow x = 8 \text{ o } x = -3 \rightarrow y = 30 \in \text{Im } f$$

$$x^2 - 5x + 6 = -3 \rightarrow x^2 - 5x + 9 = 0 \rightarrow \Delta = -11 < 0$$

→ L'equació no té solucions → $y = -3 \notin \text{Im } f$.

50. Calcula el domini d'aquestes funcions:

a) $f(x) = \frac{4-3x+x^2}{2}$

c) $f(x) = \frac{5x-3}{x^2+1}$

b) $f(x) = \frac{12x-x^2}{x-5}$

d) $f(x) = \frac{x-1}{x^2+4x+4}$

a) $\text{Dom } f = \mathbb{R}$

b) $\text{Dom } f = \mathbb{R} - \{5\}$

c) $\text{Dom } f = \mathbb{R}$

d) $\text{Dom } f = \mathbb{R} - \{-2\}$

51. Estudia el domini de les funcions següents:

a) $f(x) = \sqrt{3x-7}$

c) $f(x) = \sqrt{x^2+x-6}$

b) $f(x) = \sqrt{x^2+x+10}$

d) $f(x) = \sqrt{3x^2-x}$

a) $\text{Dom } f = \left[\frac{7}{3}, +\infty \right)$

c) $\text{Dom } f = (-\infty, -3] \cup [2, +\infty)$

b) $\text{Dom } f = \mathbb{R}$

d) $\text{Dom } f = (-\infty, 0] \cup \left[\frac{1}{3}, +\infty \right)$

52. Escriu el domini d'aquestes funcions:

a) $f(x) = \log_4(x-4)$

c) $f(x) = 3^{\ln x}$

b) $f(x) = \cos(1-x)$

d) $f(x) = \sin(x-\pi)$

a) $\text{Dom } f = (4, +\infty)$

c) $\text{Dom } f = (0, +\infty)$

b) $\text{Dom } f = \mathbb{R}$

d) $\text{Dom } f = \mathbb{R}$

53. Determina el domini d'aquestes funcions:

a) $f(x) = \sqrt{x+1} + \sqrt{8-x}$

b) $f(x) = \sqrt{2x-4} \cdot \sqrt{1-x}$

a) $\text{Dom } f = [-1, 8]$

b) $\text{Dom } f = \emptyset$

Funcions

54. Determina si aquestes funcions tenen algun tipus de simetria:

a) $f(x) = x^3 - 3x$

c) $f(x) = x^2 - x$

b) $f(x) = x^4 - 1$

d) $f(x) = x^4 - 2x^2$

a) $f(-x) = (-x)^3 - 3(-x) = -x^3 + 3x = -f(x) \rightarrow$ La funció és simètrica respecte de l'origen de coordenades.

b) $f(-x) = (-x)^4 - 1 = x^4 - 1 = f(x) \rightarrow$ La funció és parell, és simètrica respecte de l'eix Y.

c) $f(-x) = (-x)^2 - (-x) = x^2 + x \rightarrow$ La funció no és simètrica.

d) $f(-x) = (-x)^4 - 2(-x)^2 = x^4 - 2x^2 = f(x) \rightarrow$ La funció és parell, és simètrica respecte de l'eix Y.

55. Indica el tipus de simetria d'aquestes funcions:

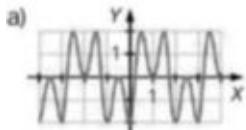
a) $f(x) = \frac{3x^2 - x}{x}$

b) $f(x) = \frac{2x^3 - x}{x^2 + 1}$

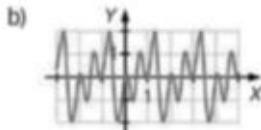
a) $f(-x) = \frac{3(-x)^2 - (-x)}{(-x)} = \frac{3x^2 + x}{-x} = -\frac{3x^2 + x}{x} \rightarrow$ La funció no té simetria.

b) $f(-x) = \frac{2(-x)^3 - (-x)}{(-x)^2 + 1} = \frac{-2x^3 + x}{x^2 + 1} = -f(x) \rightarrow$ La funció és imparell, és simètrica respecte de l'origen de coordenades.

56. Determina el període d'aquestes funcions:



a) $T = 3 - 0 = 3$



b) $T = 2 - 0 = 2$

57. Considera la funció que relaciona el temps, en dies, amb la superfície visible de la Lluna. Digues si és una funció periòdica. Si ho és, indica'n el període.

La superfície visible depèn de les fases a la rotació de la Lluna al voltant de la Terra, la funció és periòdica. El període és de 28 dies.

58. Escriu l'expressió algèbrica de les funcions representades i calcula'n el pendent i l'ordenada en l'origen.

a) $f(x) = \frac{2}{3}x - \frac{1}{2}$

c) $f(x) = \frac{7}{2}$

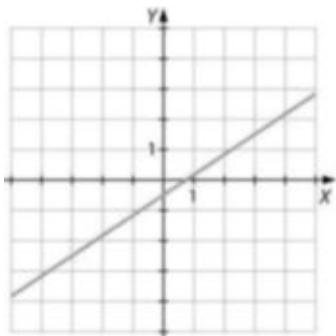
e) $f(x) = -3x + \frac{5}{2}$

b) $f(x) = -2$

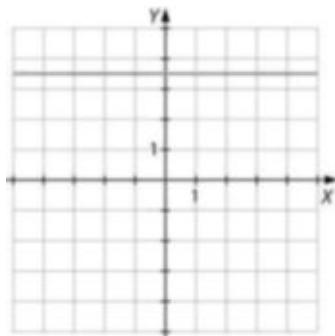
d) $f(x) = \frac{2x-3}{5}$

f) $f(x) = -\frac{2}{3}x$

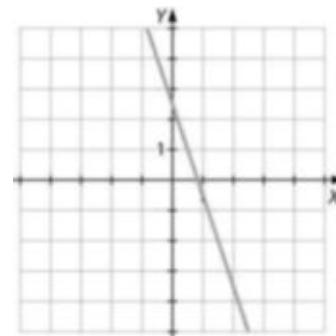
a)



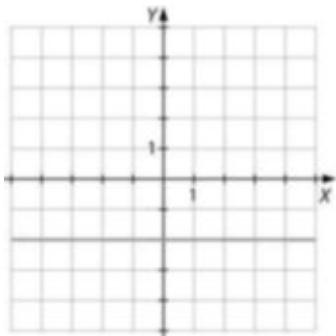
c)



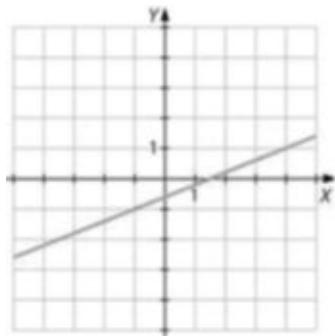
e)



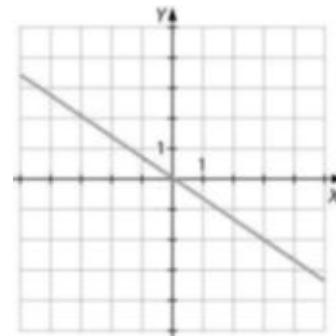
b)



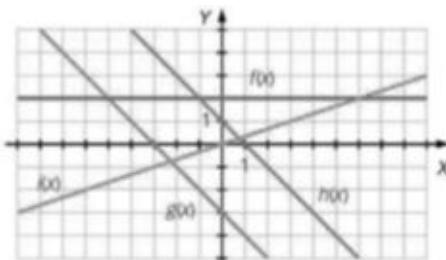
d)



f)



59. Escriu l'expressió algèbrica de les funcions representades i calcula'n el pendent i l'ordenada en l'origen.



$$f(x) = 2 \rightarrow \text{Pendent: } m = 0 \quad \text{Ordenada a l'origen: } n = 2$$

$$g(x) = -x - 3 \rightarrow \text{Pendent: } m = -1 \quad \text{Ordenada a l'origen: } n = -3$$

$$h(x) = -x + 1 \rightarrow \text{Pendent: } m = -1 \quad \text{Ordenada a l'origen: } n = 1$$

$$i(x) = \frac{1}{3}x \rightarrow \text{Pendent: } m = \frac{1}{3} \quad \text{Ordenada a l'origen: } n = 0$$

60. Representa aquestes funcions en els mateixos eixos de coordenades i relaciona l'obertura de les branques de cada paràbola amb el coeficient de x^2 .

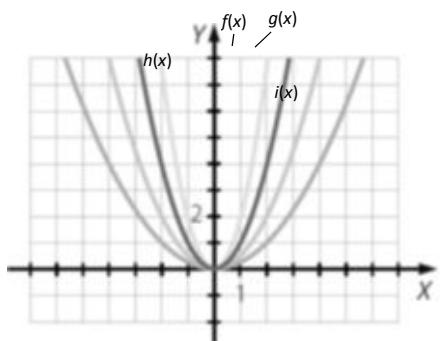
a) $f(x) = x^2$

c) $h(x) = 2x^2$

b) $g(x) = \frac{1}{2}x^2$

d) $i(x) = \frac{1}{4}x^2$

Funcions



L'obertura és més petita quan el coeficient és més gran.

61. Determina les coordenades del vèrtex de les funcions quadràtiques següents:

a) $f(x) = x^2 - 6x + 10$

c) $f(x) = x^2 - 4$

b) $f(x) = -x^2 - 4x + 10$

d) $f(x) = -x^2 - 4x + 2$

a) $V\left(\frac{-(-6)}{2 \cdot 1}, -\frac{6^2 - 4 \cdot 1 \cdot 10}{4 \cdot 1}\right) = V(3, 1)$

c) $V\left(0, -\frac{-4 \cdot 1 \cdot (-4)}{4 \cdot 1}\right) = V(0, -4)$

b) $V\left(\frac{-(-4)}{2 \cdot (-1)}, -\frac{4^2 - 4 \cdot (-1) \cdot 10}{4 \cdot (-1)}\right) = V(-2, 14)$

d) $V\left(\frac{-(-4)}{2 \cdot (-1)}, -\frac{4^2 - 4 \cdot (-1) \cdot 2}{4 \cdot (-1)}\right) = V(-2, 6)$

62. Representa gràficament les paràboles següents:

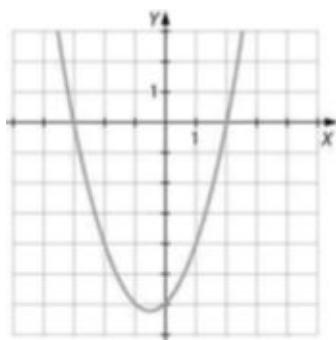
a) $f(x) = x^2 + x - 6$

c) $f(x) = x^2 - 3x + 5$

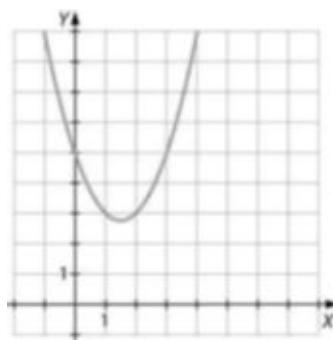
b) $f(x) = x^2 - 10x + 25$

d) $f(x) = -x^2 - 3x + 1$

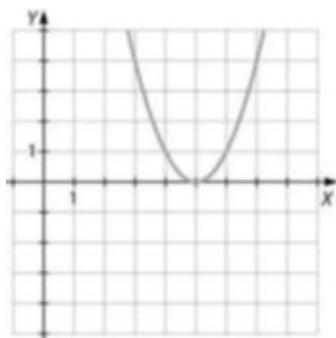
a)



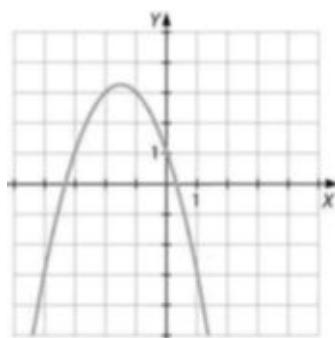
c)



b)



d)



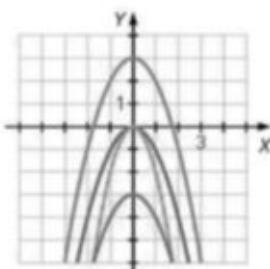
63. Associa cada funció amb la seva gràfica.

a) $f(x) = -x^2$

b) $g(x) = -x^2 + 3$

c) $h(x) = -x^2 - 3$

d) $i(x) = -2x^2$



a) Blava.

b) Morada.

c) Vermella.

d) Verda.

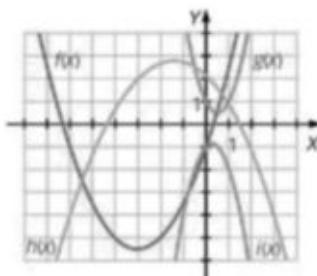
64. Relaciona cada gràfica amb la seva expressió algèbrica.

a) $y = \frac{x^2}{2} + 3x - 1$

b) $y = 2x^2 - 2x + 1$

c) $y = -\frac{x^2}{3} - x + 2$

d) $y = -2x^2 + x - 1$



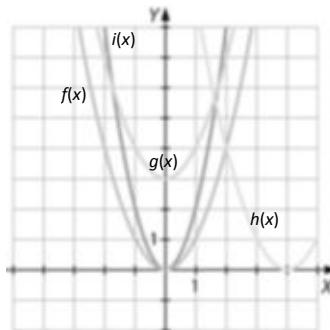
Funcions

- a) $y = f(x)$, perquè si $a = \frac{1}{2} > 0$, la paràbola és oberta cap amunt i $c = -1$.
- b) $y = g(x)$, si $a = 2 > 0$, la paràbola és oberta cap amunt i $c = 1$.
- c) $y = h(x)$, perquè si $a = -\frac{1}{3} < 0$, la paràbola és oberta cap avall i $c = 2$.
- d) $y = i(x)$, ja que si $a = -2 < 0$, la paràbola és oberta cap avall i $c = -1$.

65. Representa els mateixos eixos de coordenades les funcions següents:

- | | |
|---------------------|-----------------------|
| a) $f(x) = x^2$ | c) $h(x) = (x - 4)^2$ |
| b) $g(x) = x^2 + 3$ | d) $i(x) = 2x^2$ |

En què s'assemblen i en què es diferencien aquestes funcions?



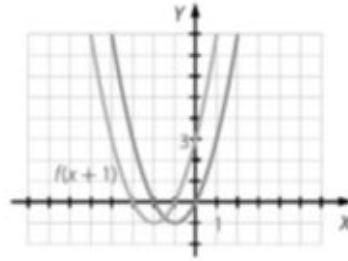
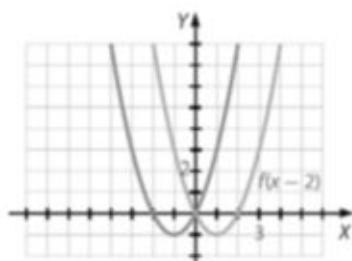
Totes són paràboles i el vèrtex és un mínim, ja que el coeficient de x^2 és més gran que 0.
S'obtenen desplaçant la paràbola x^2 o ampliant/reduint l'obertura de les seves branques.

66. Fes la gràfica de la funció $f(x) = x^2 + 2x$. Determina l'expressió algèbrica de les funcions següents i representa-les:

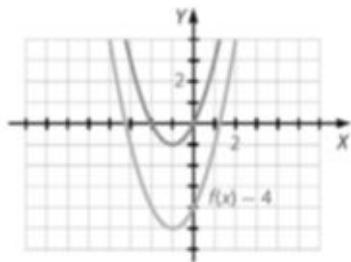
- a) $f(x - 2)$
- b) $f(x) - 4$
- c) $f(x + 1)$
- d) $f(x) + 2$

Hi ha cap relació entre aquestes gràfiques?

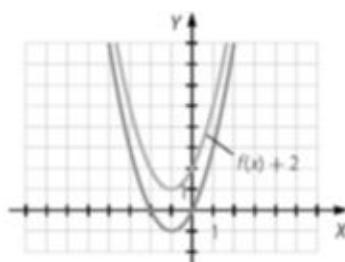
a) $f(x - 2) = (x - 2)^2 + 2(x - 2) = x^2 - 2x$ c) $f(x + 1) = (x + 1)^2 + 2(x + 1) = x^2 + 4x + 3$



b) $f(x) - 4 = x^2 + 2x - 4$



d) $f(x) + 2 = x^2 + 2x + 2$

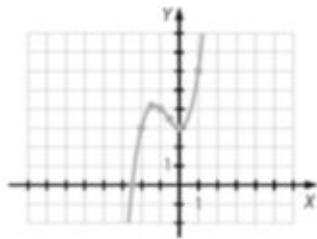


67. Construeix la taula de valors i dibuixa la gràfica d'aquestes funcions:

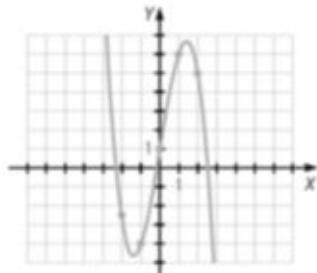
a) $f(x) = x^3 + 2x^2 + 3$

b) $f(x) = -x^3 + 6x + 1$

x	-2,5	-2	-1,5	-1	-0,5	0	1	2
$f(x)$	-0,125	3	4,125	4	3,375	3	6	19



x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$f(x)$	10	-3	-4	1	6	5	-8



68. Representa les funcions polinòmiques següents i indica'n els punts de tall amb els eixos:

a) $f(x) = x^3 - x^2 - 9x + 9$

b) $f(x) = 2x^3 - 9x^2 + x + 12$

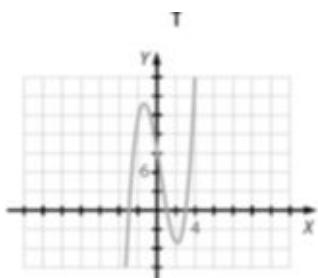
c) $f(x) = x^3 - 2x^2 - 7x - 4$

d) $f(x) = x^3 - 2x^2 - 2x - 3$

Funcions

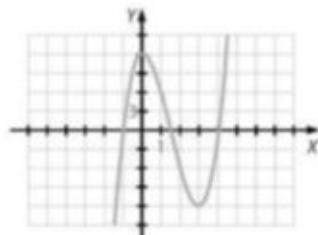
- a) Punts de tall amb l'eix X: $(-3, 0)$, $(1, 0)$ i $(3, 0)$.

Punt de tall amb l'eix Y: $(0, 9)$



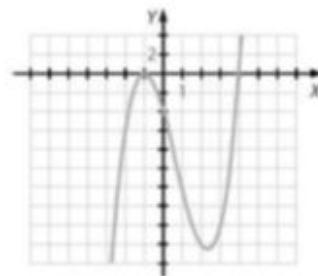
- b) Punts de tall amb l'eix X: $(-1, 0)$, $\left(\frac{3}{2}, 0\right)$ i $(4, 0)$.

Punt de tall amb l'eix Y: $(0, 9)$



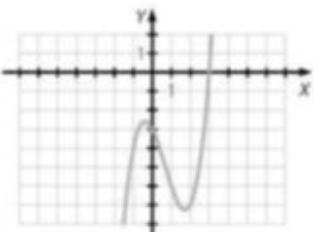
- c) Punts de tall amb l'eix X: $(-1, 0)$ i $(4, 0)$.

Punt de tall amb l'eix Y: $(0, 4)$



- d) Punts de tall amb l'eix X: $(3, 0)$.

Punt de tall amb l'eix Y: $(0, -3)$



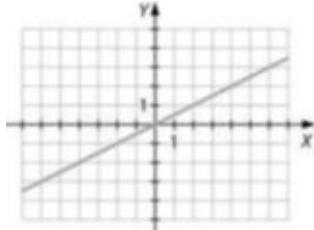
69. Calcula i representa les funcions polinòmiques de grau mínim que passen pels punts següents:

a) A(0, 0), B $\left(5, \frac{5}{2}\right)$ i C(-2, -1)

b) A(3, 0), B(4, 1) i C(5, 0)

c) A(1, 0), B(2, 1), C(3, 0) i D(4, 1)

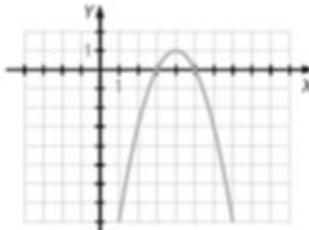
a) Els punts A, B y C es troben alineats. La funció que passa per ells és $f(x) = \frac{x}{2}$.



b) Sigui $f(x) = ax^2 + bx + c$

$$\begin{cases} 9a + 3b + c = 0 \\ 16a + 4b + c = 1 \\ 25a + 5b + c = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 9a + 3b + c = 0 \\ 7a + b = 1 \\ 16a + 2b = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 9a + 3b + c = 0 \\ 7a + b = 1 \\ 2a = -2 \end{cases} \begin{cases} a = -1 \\ b = 8 \\ c = -15 \end{cases}$$

L'expressió de la funció és: $f(x) = -x^2 + 8x - 15$



c) Sigui $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$

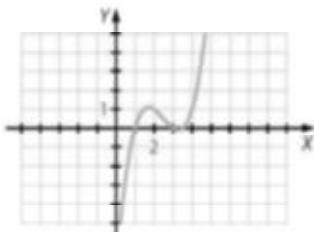
$$\begin{cases} a + b + c + d = 0 \\ 8a + 4b + 2c + d = 1 \\ 27a + 9b + 3c + d = 0 \\ 64a + 16b + 4c + d = 1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} a + b + c + d = 0 \\ 7a + 3b + c = 1 \\ 13a + 4b + c = 0 \\ 63a + 15b + 3c = 1 \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} a + b + c + d = 0 \\ 7a + 3b + c = 1 \\ 6a + b = -1 \\ 21a + 3b = -1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} a + b + c + d = 0 \\ 7a + 3b + c = 1 \\ 6a + b = -1 \\ 3a = 2 \end{cases} \begin{cases} a = \frac{2}{3} \\ b = -5 \\ c = \frac{34}{3} \\ d = -7 \end{cases}$$

Funcions

L'expressió de la funció és:

$$f(x) = \frac{2}{3}x^3 - 5x^2 + \frac{34}{3}x - 7$$

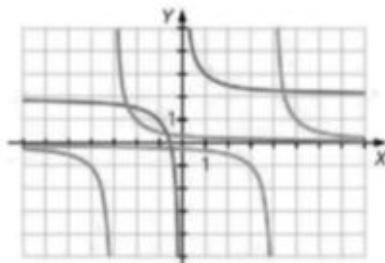


70. Associa cada gràfica amb la funció corresponent.

a) $f(x) = \frac{1}{x+3}$

b) $g(x) = \frac{1}{x-4}$

c) $h(x) = \frac{1}{x} + 2$



a) Blava.

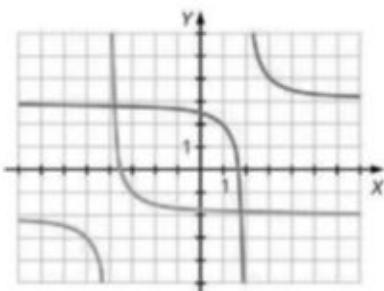
b) Verda.

c) Vermella.

71. Relaciona cada gràfica amb la seva funció.

a) $f(x) = \frac{1}{x-2} + 3$

b) $g(x) = \frac{1}{x+4} - 2$



a) Vermella.

b) Verda.

72. Donada la funció $f(x) = \frac{2}{x}$, determina l'expressió algèbrica de les funcions següents:

a) $g(x) = f(x - 3)$

d) $g(x) = f(x) + 3$

b) $g(x) = f(x + 1)$

e) $g(x) = f(-x)$

c) $g(x) = f(x) - 2$

f) $g(x) = -f(x)$

a) $g(x) = \frac{2}{x-3}$

c) $g(x) = \frac{2}{x} - 2 = \frac{2-2x}{x}$

e) $g(x) = \frac{2}{-x} = -\frac{2}{x}$

b) $g(x) = \frac{2}{x+1}$

d) $g(x) = \frac{2}{x} + 3 = \frac{2+3x}{x}$

f) $g(x) = -\frac{2}{x}$

73. Sense representar-les, escriu la relació que hi ha entre les gràfiques d'aquestes funcions i la de $f(x) = \frac{12}{x}$.

a) $g(x) = \frac{12}{x+4}$

b) $h(x) = \frac{12}{x} + 1$

c) $i(x) = -\frac{12}{x}$

a) La gràfica de $g(x)$ s'obté desplaçant la gràfica de $f(x)$ 4 unitats a l'esquerra sobre l'eix X .

b) La gràfica de $h(x)$ s'obté desplaçant la gràfica de $f(x)$ una unitat cap amunt sobre l'eix Y .

c) La gràfica de $i(x)$ és la simètrica de $f(x)$ amb respecte a l'eix X ; que equival a la simètrica respecte amb l'eix Y .

74. Representa la gràfica de la funció $f(x) = \frac{3}{x}$. A partir d'aquesta gràfica, dibuixa les funcions següents:

a) $g(x) = \frac{x+4}{x+1}$

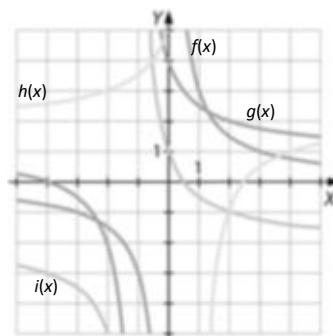
b) $h(x) = \frac{2x-5}{x-1}$

c) $i(x) = \frac{-2x+1}{x+1}$

a) $g(x) = \frac{3}{x+1} + 1 \rightarrow g(x) = f(x+1) + 1$

b) $h(x) = 2 - \frac{3}{x-1} \rightarrow h(x) = -f(x-1) + 2$

c) $i(x) = -2 + \frac{3}{x+1} \rightarrow i(x) = f(x+1) - 2$



75. Representa gràficament les funcions següents:

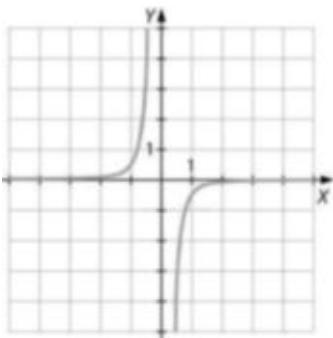
a) $f(x) = -\frac{1}{2x^3}$

b) $f(x) = \frac{1}{2x^4}$

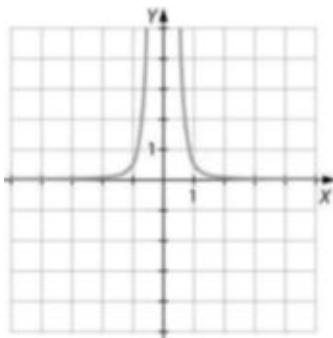
c) $i(x) = -\frac{1}{2x^6}$

Funcions

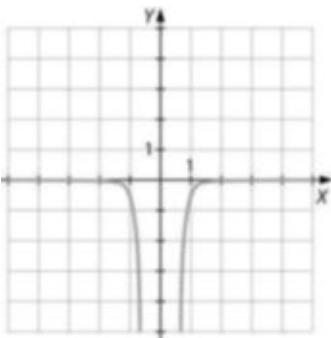
a)



b)



c)



76. Calcula el domini d'aquestes funcions:

a) $f(x) = \sqrt{3x - 1}$

c) $f(x) = \sqrt[3]{-x^2 - 1}$

b) $f(x) = \sqrt{x^2 - 4}$

d) $f(x) = 1 - \sqrt{x}$

a) $3x - 1 \geq 0 \rightarrow x \geq \frac{1}{3} \rightarrow \text{Dom } f = \left[\frac{1}{3}, +\infty\right)$

c) $\text{Dom } f = \mathbb{R}$

b) $x^2 - 4 \geq 0 \rightarrow 2 \leq x, x \leq -2 \rightarrow \text{Dom } f = (-\infty, -2] \cup [2, +\infty)$

d) $\text{Dom } f = [0, +\infty)$

77. Quin és el domini d'aquestes funcions amb radicals?

a) $f(x) = \frac{7x}{2-\sqrt{x-5}}$

b) $f(x) = \frac{\sqrt{3x-1}}{4-\sqrt{x+1}}$

a) $x - 5 \geq 0 \rightarrow x \geq 5 \quad \sqrt{x-5} \neq 2 \rightarrow x - 5 \neq 4 \rightarrow x \neq 9$

$\text{Dom } f = [5, 9) \cup (9, +\infty) = [5, +\infty) - \{9\}$

b) $3x - 1 \geq 0 \rightarrow x \geq \frac{1}{3}$

$x + 1 \geq 0 \rightarrow x \geq -1$

$\sqrt{x+1} \neq 4 \rightarrow x + 1 \neq 16 \rightarrow x \neq 15$

$\text{Dom } f = \left[\frac{1}{3}, 15\right] \cup (15, +\infty) = \left[\frac{1}{3}, +\infty\right) - \{15\}$

78. Representa gràficament les funcions següents:

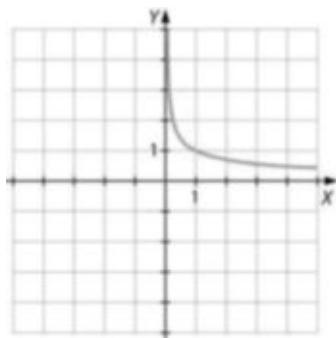
a) $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$

c) $f(x) = -\frac{1}{\sqrt{x}} + 2$

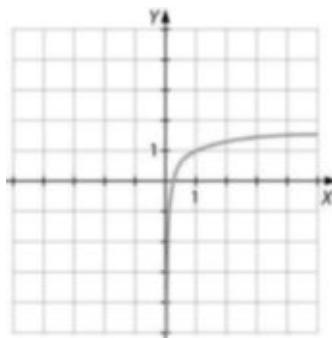
b) $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x+2}}$

d) $f(x) = \frac{-1}{\sqrt{x-2}} - 3$

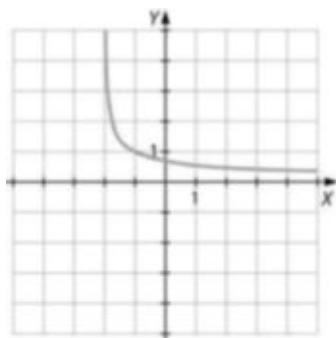
a)



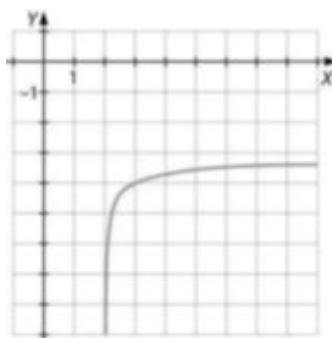
c)



b)



d)



79. Comprova si aquests parells de funcions són inverses:

a) $f(x) = 2x - 5$ $g(x) = \frac{x+5}{2}$

b) $f(x) = \frac{3-x}{4}$ $g(x) = 3 - 4x$

c) $f(x) = x^3 + 1$ $g(x) = \sqrt[3]{x-1}$

a) $x = 2y - 5 \rightarrow y = \frac{x+5}{2} \rightarrow f^{-1}(x) = g(x) \rightarrow$ Són inverses.

b) $x = \frac{3-y}{4} \rightarrow y = 3 - 4x \rightarrow f^{-1}(x) = g(x) \rightarrow$ Són inverses.

c) $x = y^3 + 1 \rightarrow y = \sqrt[3]{x-1} \rightarrow f^{-1}(x) = g(x) \rightarrow$ Són inverses.

80. Calcula, si és possible, la inversa d'aquestes funcions:

a) $f(x) = 2x - 1$ d) $f(x) = x^2 + x$

b) $f(x) = x^2 - 5$ e) $f(x) = \sqrt{2 - 5x}$

c) $f(x) = \frac{1}{x+2}$ f) $f(x) = \frac{1}{x-2}$

Funcions

a) $x = 2y - 1 \rightarrow y = \frac{x+1}{2} \rightarrow f^{-1}(x) = \frac{x+1}{2}$

b) $x = y^2 - 5 \rightarrow y = \pm\sqrt{x+5} \rightarrow$ No existeix la inversa, $f^{-1}(x)$ no és una funció, perquè per a cada valor de x s'obtenen dues imatges.

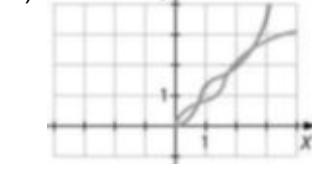
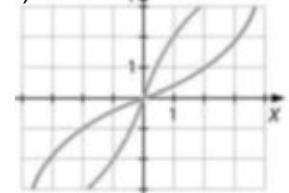
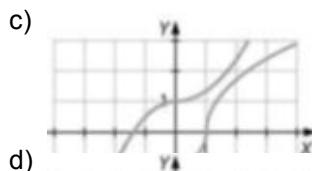
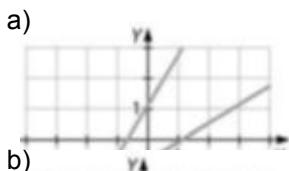
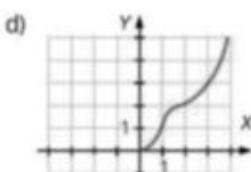
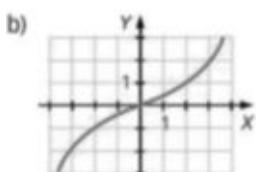
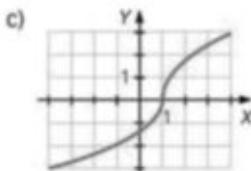
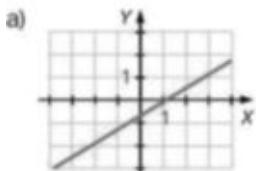
c) $x = \frac{1}{y+2} \rightarrow y = \frac{1-2x}{x} \rightarrow f^{-1}(x) = \frac{1-2x}{x}$

d) $x = y^2 + y \rightarrow$ No existeix la inversa; $f^{-1}(x)$ no és una funció, perquè per a cada valor de x s'obtenen dues imatges.

e) $x = \sqrt{2-5y} \rightarrow y = \frac{2-x^2}{5} \rightarrow f^{-1}(x) = \frac{2-x^2}{5}$

f) $x = \frac{1}{y-2} \rightarrow y = \frac{2x+1}{x} \rightarrow f^{-1}(x) = \frac{2x+1}{x}$

81. Dibuixa la gràfica de la inversa de cada funció.



82. Calcula les funcions inverses d'aquestes funcions:

a) $f(x) = \ln(x+3)$ d) $f(x) = \sin 2x$

b) $f(x) = 3 + 4 \cdot 5^x$ e) $f(x) = |x+1|$

c) $f(x) = \frac{1+\tan x}{2}$ d) $f(x) = \frac{1+\log_3 x}{5}$

a) $x = \ln(y+3) \rightarrow e^x = y+3 \rightarrow y = e^x - 3 \rightarrow f^{-1}(x) = e^x - 3$

b) $x = 3 + 4 \cdot 5^y \rightarrow \log_5 \frac{x-3}{4} = y \rightarrow y = \log_5(x-3) - \log_5 4 \rightarrow f^{-1}(x) = \log_5(x-3) - \log_5 4$

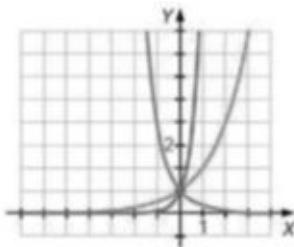
c) $x = \frac{1+\operatorname{tg} y}{2} \rightarrow y = \operatorname{arc tg}(2x-1) \rightarrow f^{-1}(x) = \operatorname{arc tg}(2x-1)$

d) $x = \sin 2y \rightarrow y = \frac{\operatorname{arc sin} x}{2} \rightarrow f^{-1}(x) = \frac{\operatorname{arc sin} x}{2}$

e) $x = |y+1| \rightarrow$ No existeix inversa, ja que per a cada valor de x , $f^{-1}(x)$ hi ha dues imatges; $f^{-1}(x)$ no és una funció.

f) $x = \frac{1+\log_3 y}{5} \rightarrow 5x-1 = \log_3 y \rightarrow y = 3^{5x-1} \rightarrow f^{-1}(x) = 3^{5x-1}$

83. Associa cada gràfica amb la funció corresponent.



a) $f(x) = 12^x$

b) $g(x) = 2^x$

c) $h(x) = \left(\frac{1}{4}\right)^x$

a) $f(x) \rightarrow$ Vermella.

b) $g(x) \rightarrow$ Verda.

c) $h(x) \rightarrow$ Morada.

84. Representa en els mateixos eixos de coordenades les funcions exponencials següents:

a) $f(x) = 2^x$

$g(x) = 5^x$

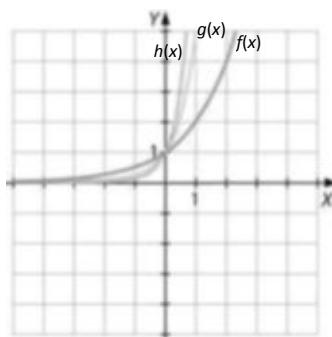
$h(x) = 10^x$

b) $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$

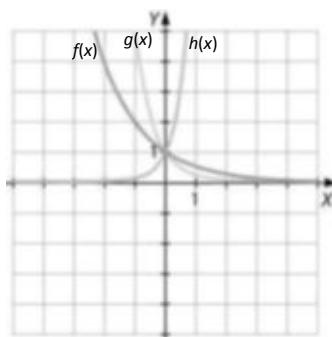
$g(x) = \left(\frac{1}{5}\right)^x$

$h(x) = 10^x$

a)



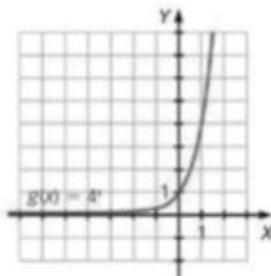
b)



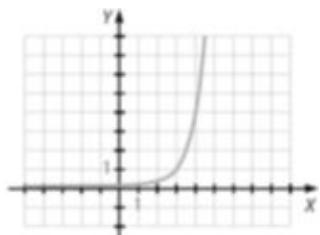
Funcions

85. A partir de la gràfica de la funció exponencial $g(x) = 4^x$, representa les funcions següents:

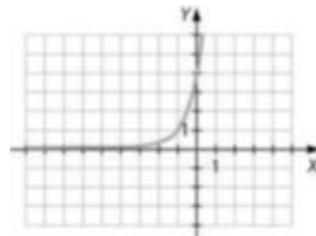
- a) $f(x) = 4^{x-3}$
- b) $f(x) = 4^{x+1}$
- c) $f(x) = 1 + 4^x$
- d) $f(x) = -4^x$
- e) $f(x) = 2 - 4^x$
- f) $f(x) = 4^x - 1$



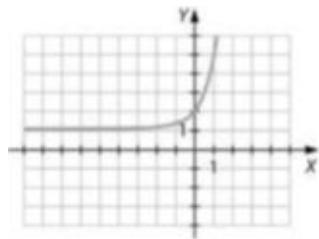
a) $4^{x-3} = g(x-3)$



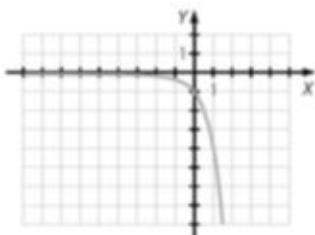
b) $4^{x+1} = g(x+1)$



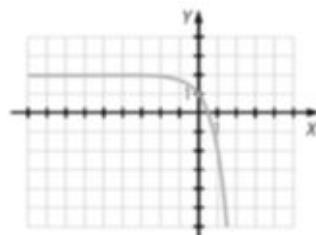
c) $1 + f(x) = 1 + 4^x$



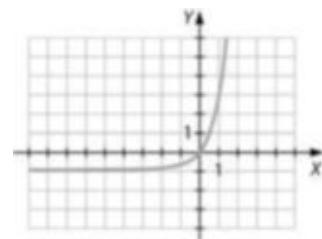
d) $-f(x) = -4^x$



e) $2 - f(x) = 2 - 4^x$



f) $f(x) - 1 = 4^x - 1$

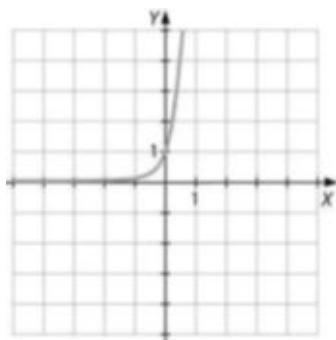


86. A partir de la gràfica de la funció exponencial $g(x) = 4^x$, representa les funcions següents:

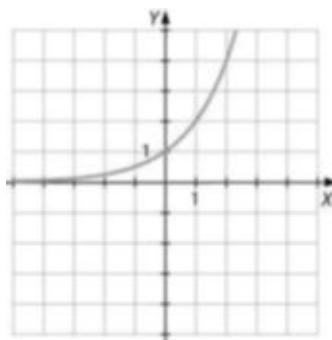
a) $f(x) = 4^{2x}$

b) $f(x) = 4^{\frac{x}{2}}$

a)



b)



87. Representa en els mateixos eixos de coordenades les funcions logarítmiques següents:

a) $f(x) = \log_2 x$

g(x) = \log_5 x

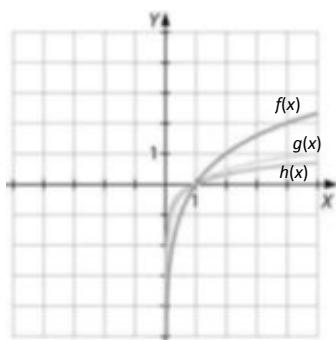
h(x) = \log_{10} x

b) $f(x) = \log_{\frac{1}{2}} x$

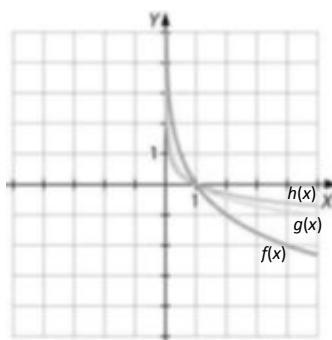
g(x) = \log_{\frac{1}{5}} x

h(x) = \log_{\frac{1}{10}} x

a)



b)

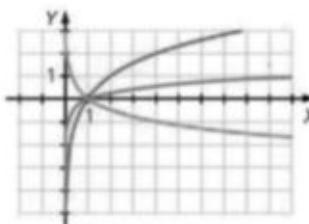


88. Associa cada gràfica amb la seva funció.

a) $f(x) = \log_{12} x$

b) $g(x) = \log_2 x$

c) $h(x) = \log_{\frac{1}{4}} x$

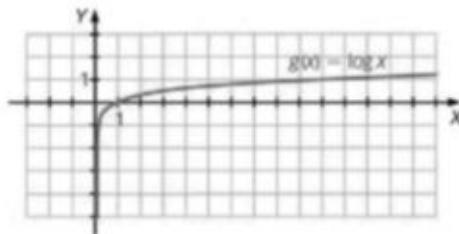


a) Morada.

b) Vermella.

c) Verda.

89. A partir de la gràfica de la funció logarítmica $g(x) = \log x$, representa les funcions següents:



a) $f(x) = \log x - 3$

b) $f(x) = \log x + 1$

c) $f(x) = 1 - \log x$

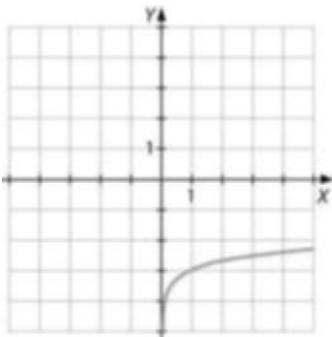
d) $f(x) = -\log x$

e) $f(x) = 2 - \log x$

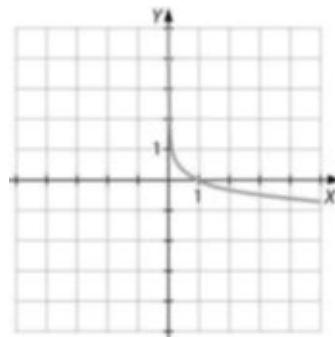
f) $f(x) = \log x - 1$

a)

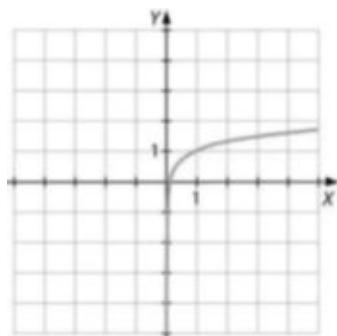
d)



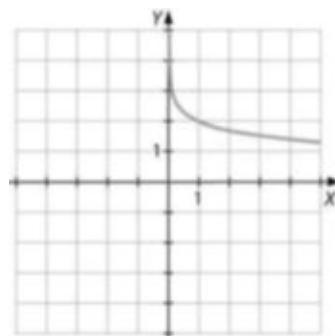
b)



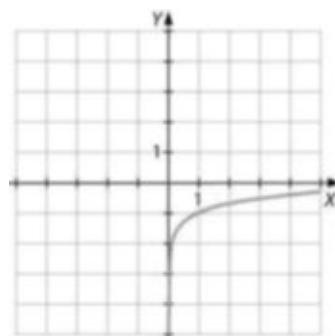
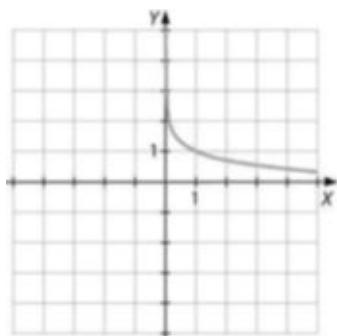
e)



c)



f)



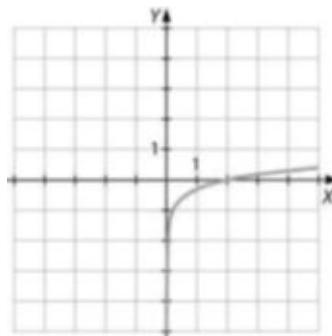
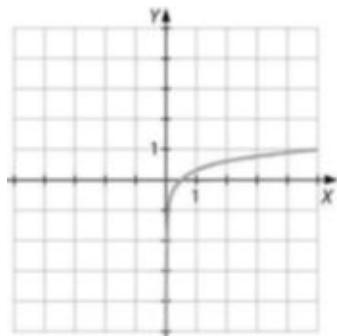
90. A partir de la gràfica de la funció logarítmica $g(x) = \log x$ representa aquestes funcions:

a) $f(x) = \log 2x$

b) $f(x) = \log \frac{x}{2}$

a) $f(x) = \log 2x = \log 2 + \log x$

b) $f(x) = \log \left(\frac{x}{2}\right) = \log x - \log 2$



91. Dibuixa la gràfica de la funció $g(x) = \cos x$; a partir d'aquesta funció representa les següents:

a) $f(x) = \cos(-x)$

d) $f(x) = \cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$

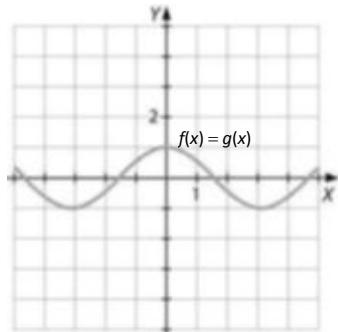
b) $f(x) = -\cos x$

e) $f(x) = \cos x + 2$

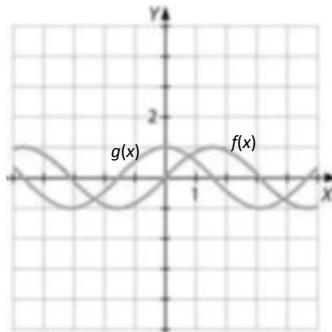
c) $f(x) = \cos(x + \pi)$

f) $f(x) = 1 - \cos x$

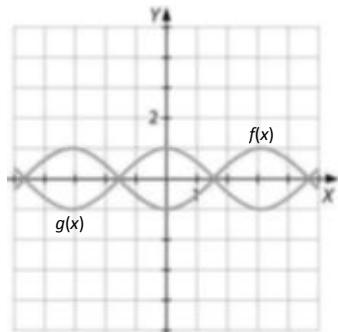
a)



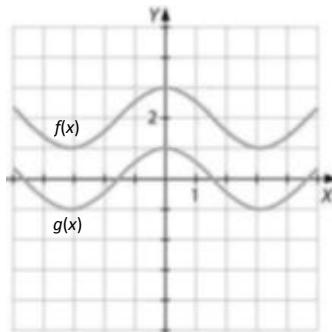
d)



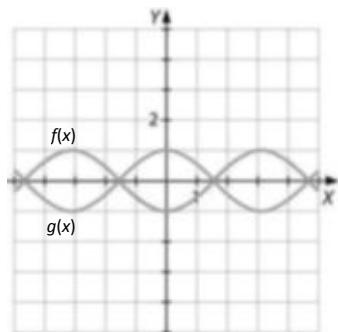
b)



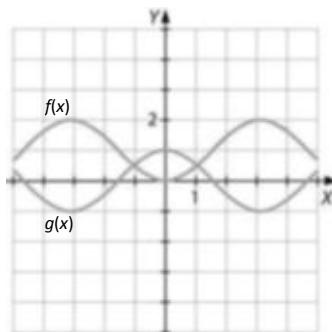
e)



c)



f)



92. Representa la gràfica de la funció $g(x) = \sin x$; a partir d'aquesta funció representa les següents:

a) $f(x) = \sin(-x)$

d) $f(x) = \sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$

b) $f(x) = -\sin x$

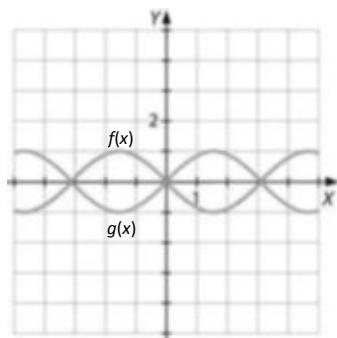
e) $f(x) = \sin x + 2$

c) $f(x) = \sin(x + \pi)$

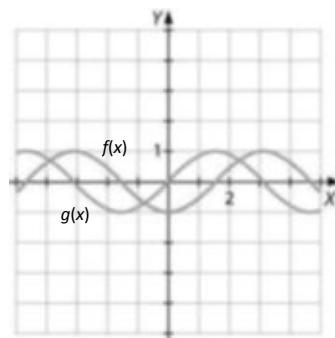
f) $f(x) = 1 - \sin x$

Funcions

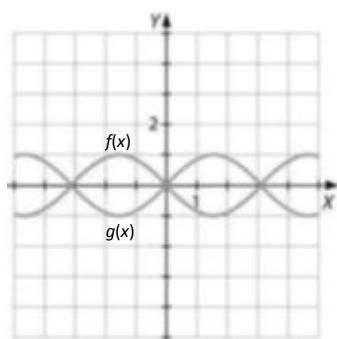
a)



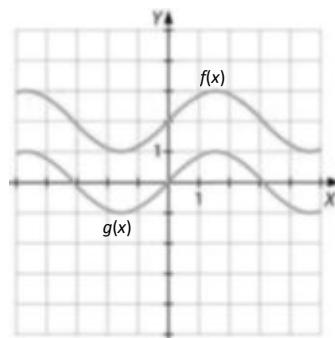
d)



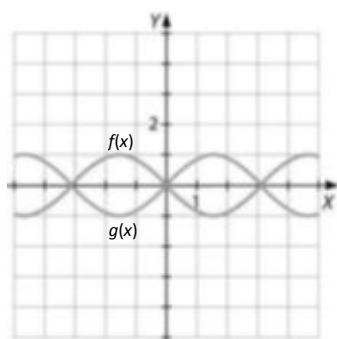
b)



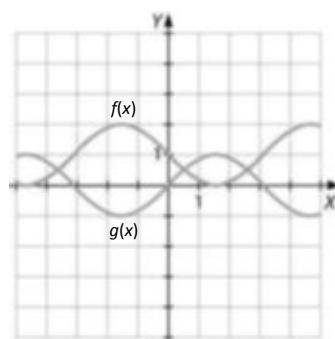
e)



c)



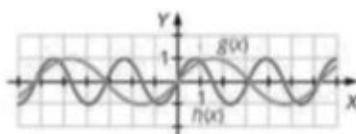
f)



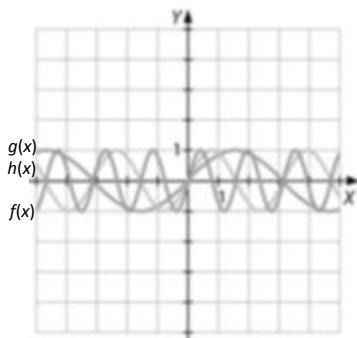
93. A partir de les gràfiques de les funcions $g(x) = \sin x$, $h(x) = \sin 2x$, representa les funcions següents:

a) $f(x) = \sin 4x$

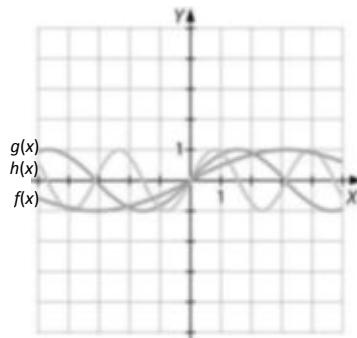
b) $f(x) = \sin \frac{x}{2}$



a)



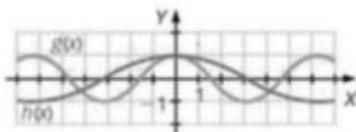
b)



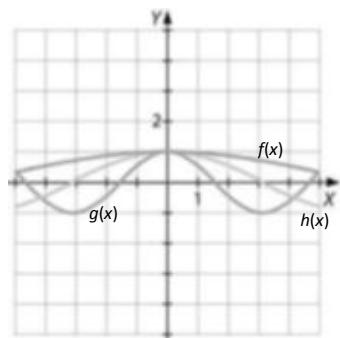
94. A partir de les gràfiques de les funcions $g(x) = \cos x$, $h(x) = \cos \frac{x}{2}$, representa les funcions següents:

a) $f(x) = \cos \frac{x}{4}$

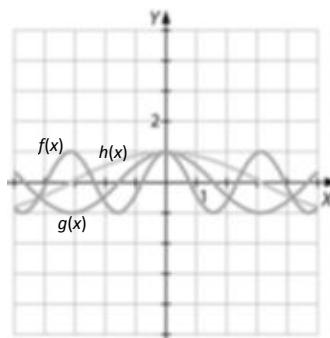
b) $f(x) = \cos 2x$



a)



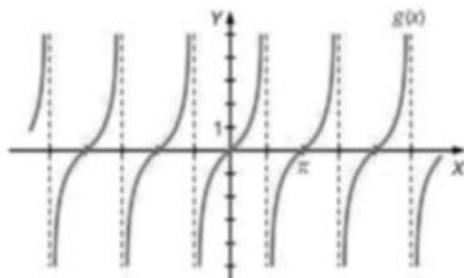
b)



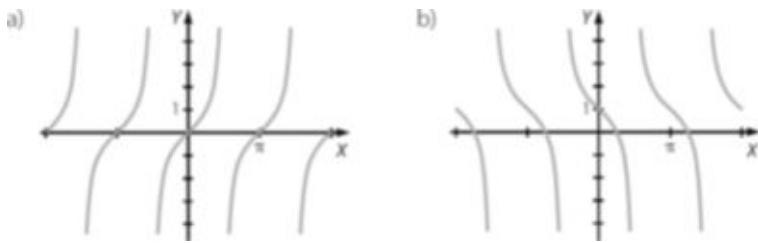
95. A partir de la gràfica de la funció trigonomètrica $g(x) = \operatorname{tg} x$, representa les funcions següents:

a) $f(x) = \operatorname{tg}(x + \pi)$

b) $f(x) = 1 - \operatorname{tg} x$



Funcions



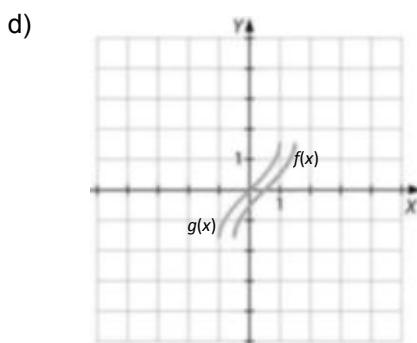
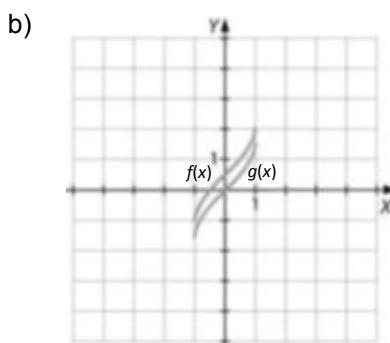
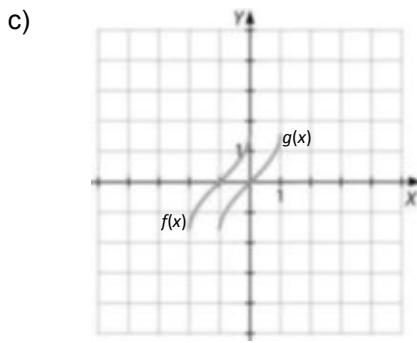
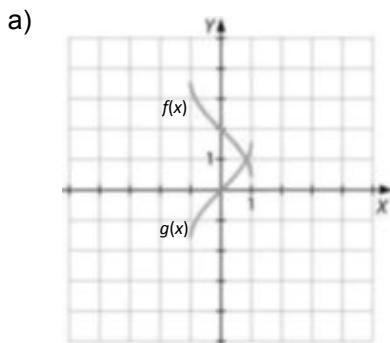
96. A partir de la gràfica de la funció $g(x) = \arcsin x$, dibuixa les gràfiques d'aquestes funcions:

a) $f(x) = 2 - \arcsin x$

c) $f(x) = \arcsin(x + 1)$

b) $f(x) = \frac{1}{2} + \arcsin x$

d) $f(x) = \arcsin\left(x - \frac{1}{2}\right)$



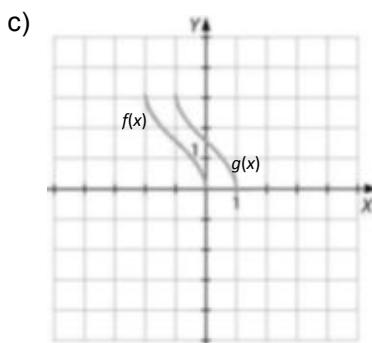
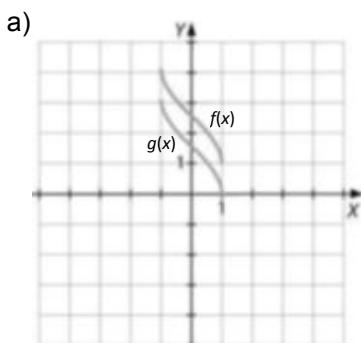
97. A partir de la gràfica de la funció $g(x) = \arccos x$, dibuixa les gràfiques d'aquestes funcions:

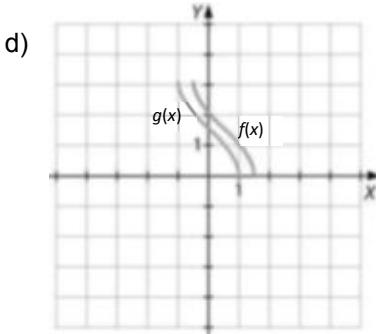
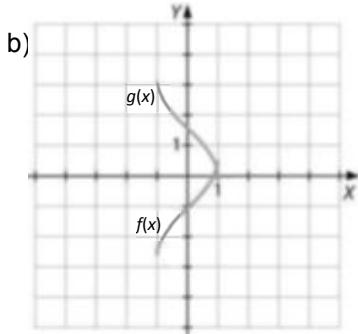
a) $f(x) = 1 + \arccos x$

c) $f(x) = \arccos(x + 1)$

b) $f(x) = \frac{1}{2} - \arccos x$

d) $f(x) = \arccos(x - \frac{1}{2})$





98. Calcula $f(-1)$, $f(0)$ i $f\left(\frac{1}{2}\right)$ en aquesta funció:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & \text{si } x < 0 \\ x^2 & \text{si } x = 0 \\ x^2 - 1 & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

- $x = -1$:

$$x < 0 \rightarrow f(-1) = (-1)^2 + 1 \rightarrow f(-1) = 2$$

- $x = 0$:

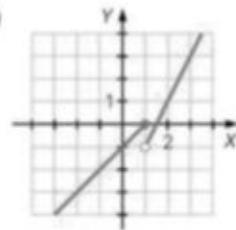
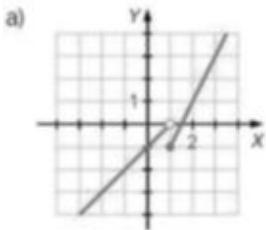
$$f(0) = 0^2 \rightarrow f(0) = 0$$

- $x = \frac{1}{2}$:

$$x > 0 \rightarrow f\left(\frac{1}{2}\right) = \left(\frac{1}{2}\right)^2 - 1 \rightarrow f\left(\frac{1}{2}\right) = -\frac{3}{4}$$

99. Indica quina de les gràfiques següents correspon a aquesta funció:

$$f(x) = \begin{cases} x - 1 & \text{si } x < 1 \\ 2x - 3 & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$$



A $f(x)$ li correspon la gràfica a), ja que el punt $x = 1$ pertany al segon tros.

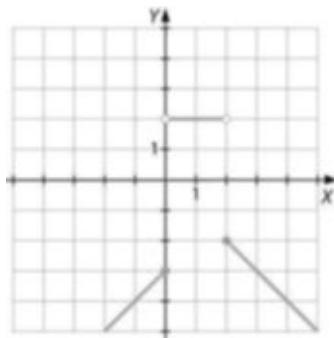
100. Representa gràficament les funcions següents:

a) $f(x) = \begin{cases} x - 3 & \text{si } x \leq 0 \\ 2 & \text{si } 0 < x < 3 \\ -x & \text{si } x \geq 3 \end{cases}$

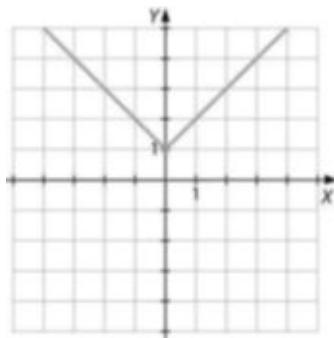
b) $f(x) = \begin{cases} x + 1 & \text{si } x > 0 \\ 1 & \text{si } x = 0 \\ -x + 1 & \text{si } x < 0 \end{cases}$

Funcions

a)



b)



101. Representa aquesta funció:

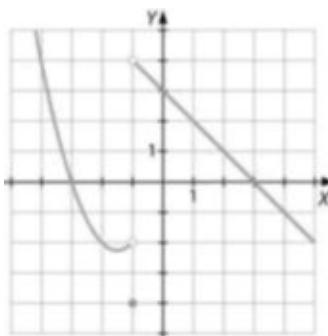
$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 3x & \text{si } x < -1 \\ -4 & \text{si } x = -1 \\ -x + 3 & \text{si } x > -1 \end{cases}$$

Estudia el valor que adopta la funció en els punts propers a -1 i completa les taules.

Esquerra de -1	-2	-1,5	-1,1	-1,05
$f(x)$				

Dreta de -1	0	-0,5	-0,9	-0,95
$f(x)$				

Descriu el que li passa a la funció als voltants de -1 .



Esquerra de -1	-2	-1,5	-1,17	-1,05
$f(x)$	-2	-2,25	-2,09	-2,0457

Dreta de -1	0	-0,5	-0,9	-0,95
$f(x)$	3	3,5	3,9	3,95

A la dreta de $x = -1$, les imatges tendeixen a 4, és a dir, $-(-1) + 3$.

102. La funció que té $g(x) = \frac{x}{|x|}$ com a expressió algèbrica s'anomena funció signe de x.

Troba'n l'expressió algèbrica com una funció definida a trossos i respon les preguntes següents:

a) Quant val si $x = 3$? c) Quant val si $x = -3,4$?

b) Quant val si $x = -5$? d) Quant val si $x = 0$?

$$f(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x > 0 \\ -1 & \text{si } x < 0 \end{cases}$$

a) $f(3) = 1$ b) $f(-5) = -1$ c) $f(-3,4) = -1$ d) No hi ha imatge de $x = 0$.

103. Representa i descriu les característiques de les funcions següents:

a) $f(x) = \begin{cases} x^2 + 2x - 3 & \text{si } x < 0 \\ 2x - 3 & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$

b) $f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{si } x \leq -2 \\ \frac{-x+10}{3} & \text{si } -2 < x < 1 \\ -x^2 + 3x & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$

c) $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x+2} & \text{si } x < -2 \\ -x^2 + 4 & \text{si } -2 \leq x \leq 2 \\ \frac{1}{x-2} & \text{si } x > 2 \end{cases}$

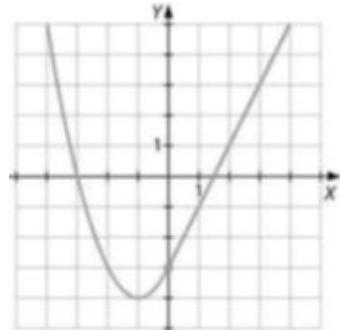
a) ▪ Primer interval $(-\infty, 0)$:

Paràbola, decreixent fins a $x = -1$ punt al qual se situa el vèrtex $(-1, -4)$, i creixent a la resta, acaba al punt $(0, -3)$.

▪ Segon interval $[0, +\infty)$:

Recta creixent començant en el punt $(-3, 0)$ inclòs.

És continua a tot el domini.



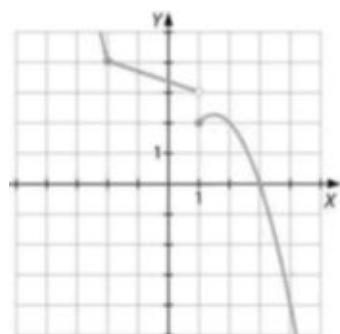
$$\text{Dom } f = \mathbb{R} \quad \text{Im } f = [-4, +\infty)$$

b) ▪ Primer interval $(-\infty, -2]$:

Paràbola, decreixent a l'interval finalitzant a $(-2, 4)$ inclòs.

▪ Segon interval $(-2, 1)$:

Recta decreixent amb extrems a $(-2, 4)$ i $(1, 3)$, aquest darrer punt no inclòs.



Funcions

- Tercer interval $[3, +\infty)$:

Paràbola decreixent a l'interval començant a $(3, 0)$ amb vèrtex al punt

$$\left(\frac{3}{2}, \frac{9}{4}\right).$$

Té una discontinuïtat de salt finit en $x = 1$.

$$\text{Dom } f = \mathbb{R} \quad \text{Im } f = \left(-\infty, \frac{9}{4}\right] \cup (3, +\infty)$$

- c) ▪ Primer interval $(-\infty, -2)$:

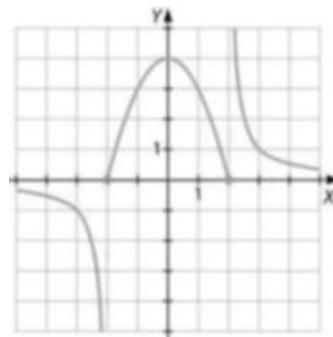
Funció racional, decreixent en aquest interval.

- Segon interval $[-2, 2]$:

Paràbola amb màxim en $(0, 4)$ i extrems en $(-2, 0)$ i $(2, 0)$.

- Tercer interval $(2, +\infty)$:

Funció racional, decreixent a l'interval.



Té discontinuïtats de salt infinit a $x = -2$ i $x = 2$.

$$\text{Dom } f = \mathbb{R} \quad \text{Im } f = (-\infty, +\infty]$$

104. Representa i descriu les característiques d'aquestes funcions definides a trossos:

$$\text{a) } f(x) = \begin{cases} x^3 & \text{si } x \leq 0 \\ \frac{2}{x-3} & \text{si } 0 < x \leq 4 \\ \sqrt{x} & \text{si } x > 4 \end{cases}$$

$$\text{b) } f(x) = \begin{cases} 2^x & \text{si } x \leq 1 \\ \log x & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

$$\text{a) Dom } f = \mathbb{R} - |3| \quad \text{Im } f = (-\infty, 0] \cup [2, +\infty)$$

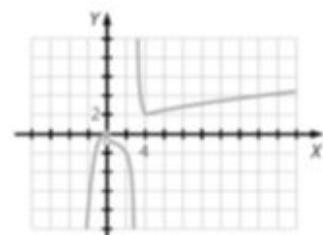
La funció és creixent a l'interval $(-\infty, 0] \cup [4, +\infty)$ i és decreixent a $(0, 3) \cup (3, 4)$.

Té un mínim relatiu en $x = 4$.

No és contínua a $x = 0$, ni a $x = 3$, i el punt $x = 0$ és de discontinuitat inevitable de salt finit, i el punt $x = 3$ és de discontinuitat inevitable de salt infinit.

Té una asímptota vertical a $x = 3$.

No és simètrica ni periòdica.



b) $\text{Dom } g = \mathbb{R} - \{-3\}$ $\text{Im } g = (0, 2]$

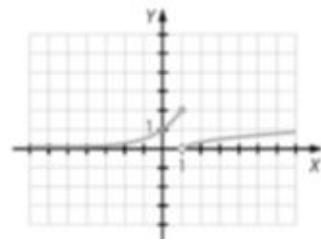
La funció és creixent a $(-\infty, 1) \cup [1, +\infty)$.

No té màxims ni mínims.

No és contínua a $x = 1$, i aquest punt és de discontinuitat inevitable de salt finit.

No té asímptotes.

No és simètrica ni periòdica.



105. Representa gràficament les funcions següents:

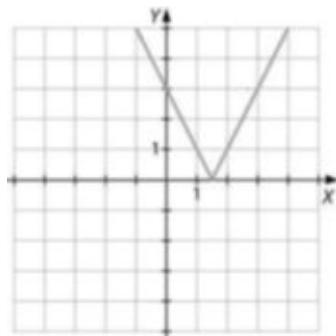
a) $f(x) = |2x - 3|$

c) $f(x) = |x^2 + 6x + 5|$

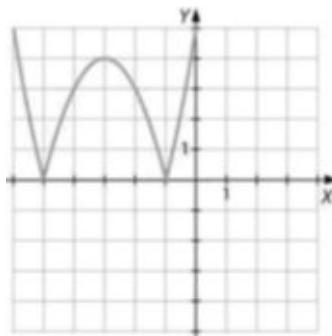
b) $f(x) = |-3x + 1|$

d) $f(x) = |-x^2 + x - 2|$

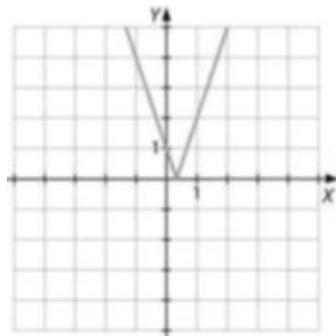
a)



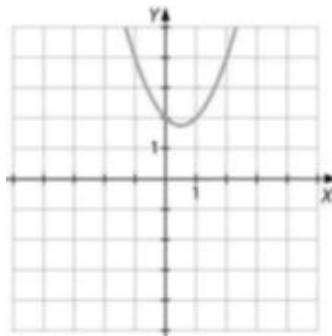
c)



b)



d)



106. Expressa com una funció definida a trossos.

a) $f(x) = |x| + |x + 2|$

c) $f(x) = |x - 1| - |1 - x|$

b) $f(x) = |x + 1| - |1 - x|$

d) $f(x) = |2x + 1| - |2 - x|$

Funcions

a) $f(x) = \begin{cases} -2x - 2 & \text{si } x \leq -2 \\ 2 & \text{si } -2 < x \leq 0 \\ 2x + 2 & \text{si } x > 0 \end{cases}$ c) $f(x) = 0$

b) $f(x) = \begin{cases} -2 & \text{si } x \leq -1 \\ 2x & \text{si } -1 < x \leq 1 \\ 2 & \text{si } x > 1 \end{cases}$

d) $f(x) = \begin{cases} -x - 3 & \text{si } x \leq -\frac{1}{2} \\ 3x - 1 & \text{si } -\frac{1}{2} < x \leq 2 \\ x + 3 & \text{si } x > 2 \end{cases}$

107. Expressa com una funció definida a trossos.

a) $|x^2 - 4|$

b) $\left| \frac{1}{x+2} \right|$

c) $|\sqrt[3]{x-3}|$

a) $|x^2 - 4| = \begin{cases} -x^2 + 4 & \text{si } x^2 - 4 < 0 \\ x^2 - 4 & \text{si } x^2 - 4 \geq 0 \end{cases} = \begin{cases} x^2 - 4 & \text{si } x \leq -2 \\ -x^2 + 4 & \text{si } -2 < x < 2 \\ x^2 - 4 & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$

b) $\left| \frac{1}{x+2} \right| = \begin{cases} -\frac{1}{x+2} & \text{si } x+2 < 0 \\ \frac{1}{x+2} & \text{si } x+2 > 0 \end{cases} = \begin{cases} -\frac{1}{x+2} & \text{si } x < -2 \\ \frac{1}{x+2} & \text{si } x > -2 \end{cases}$

$\left| \frac{1}{x+2} - \sin x \right| = \begin{cases} -\frac{1}{x+2} - \sin x & \text{si } x+2 < 0 \\ \frac{1}{x+2} - \sin x & \text{si } x+2 > 0 \end{cases} = \begin{cases} -\frac{1}{x+2} - \sin x & \text{si } x < -2 \\ \frac{1}{x+2} - \sin x & \text{si } x > -2 \end{cases}$

c) $|\sqrt[3]{x-3}| = \begin{cases} -\sqrt[3]{x-3} & \text{si } x-3 < 0 \\ \sqrt[3]{x-3} & \text{si } x-3 \geq 0 \end{cases} = \begin{cases} -\sqrt[3]{x-3} & \text{si } x < 3 \\ \sqrt[3]{x-3} & \text{si } x \geq 3 \end{cases}$

108. Donades $f(x) = \frac{5x-1}{x+3}$ i $g(x) = 4$, calcula.

a) $(f+g)(2)$

b) $(f \cdot g)(1)$

c) $(f-g)(3)$

d) $\left(\frac{f}{g} \right)(0)$

a) $(f+g)(2) = \frac{5 \cdot 2 - 1}{2 + 3} + 4 \rightarrow (f+g)(2) = \frac{29}{5}$

b) $(f \cdot g)(1) = \frac{5 \cdot 1 - 1}{1 + 3} \cdot 4 \rightarrow (f \cdot g)(1) = 4$

c) $(f-g)(3) = \frac{5 \cdot 3 - 1}{3 + 3} - 4 \rightarrow (f-g)(3) = -\frac{5}{3}$

d) $\left(\frac{f}{g} \right)(0) = \frac{5 \cdot 0 - 1}{0 + 3} : 4 \rightarrow \left(\frac{f}{g} \right)(0) = -\frac{1}{12}$

109. Calcula el domini d'aquestes funcions:

$f(x) = \sqrt{x^2 - 4}$ $g(x) = \sqrt{25 - x^2}$

Utilitza el resultat que has obtingut per calcular el domini de les funcions següents:

a) $(f + g)(x)$ b) $(f \cdot g)(x)$ c) $\left(\frac{f}{g}\right)(x)$ d) $\left(\frac{g}{f}\right)(x)$

$\text{Dom } f = (-\infty, -2] \cup [2, +\infty)$

$\text{Dom } g = [-5, 5]$

a) $\text{Dom } (f + g) = [-5, -2] \cup [2, 5]$

b) $\text{Dom } (f \cdot g) = [-5, -2] \cup [2, 5]$

c) $\text{Dom } \left(\frac{f}{g}\right) = [-5, -2] \cup [2, 5]$

d) $\text{Dom } \left(\frac{g}{f}\right) = [-5, -2) \cup (2, 5]$

110. Donades les funcions:

$$f(x) = 3x - 1 \quad g(x) = \frac{1}{x-2} \quad h(x) = \sqrt{x+1}$$

defineix les funcions següents:

a) $(f + g)(x)$ e) $f^2(x)$

b) $(f - (g + h))(x)$ f) $(h^2 + f)(x)$

c) $(f \cdot g)(x)$ g) $(g \cdot f + h^2)(x)$

d) $\left(\frac{g}{h}\right)(x)$ h) $\left(\frac{f+g}{h}\right)(x)$

a) $(f + g)(x) = f(x) + g(x) = 3x - 1 + \frac{1}{x-2} \rightarrow (f + g)(x) = \frac{3x^2 - 7x + 3}{x-2}$

b) $(f - (g + h))(x) = f(x) - (g + h)(x) = f(x) - g(x) - h(x) = 3x - 1 - \frac{1}{x-2} - \sqrt{x+1} = \frac{3x^2 - 7x + 1 - (x-2)\sqrt{x+1}}{x-2}$

c) $(f \cdot g)(x) = f(x) \cdot g(x) = (3x - 1) \cdot \frac{1}{x-2} = \frac{3x - 1}{x-2}$

d) $\left(\frac{g}{h}\right)(x) = \frac{g(x)}{h(x)} = \frac{1}{x-2} : \sqrt{x+1} = \frac{\sqrt{x+1}}{x^2 - x - 2}$

e) $f^2(x) = (3x - 1)^2 = 9x^2 - 6x + 1$

f) $(h^2 + f)(x) = h^2(x) + f(x) = x + 1 + 3x - 1 = 4x$

g) $(g \cdot f + h^2)(x) = (f \cdot g)(x) + h^2(x) = \frac{3x - 1}{x-2} + x + 1 = \frac{x^2 + 2x - 3}{x-2}$

h) $\left(\frac{f+g}{h}\right)(x) = \frac{(f+g)(x)}{h(x)} = \frac{3x^2 - 7x + 3}{x-2} : \sqrt{x+1} = \frac{3x^2 - 7x + 3}{(x-2)\sqrt{x+1}} = \frac{(3x^2 - 7x + 3)\sqrt{x+1}}{x^2 - x - 2}$

Funcions

111. Donades les funcions $f(x) = 4x^2 + 11$ i $g(x) = \frac{5}{2}x$, calcula:

- a) $(f \circ g)(x)$ b) $(g \circ f)(x)$ c) $(f \circ f)(x)$ d) $(g \circ g)(x)$

$$a) (f \circ g)(2) = f(g(2)) = 4 \left(\frac{5 \cdot 2}{2} \right)^2 + 11 = 111$$

$$b) (g \circ f)(2) = g(f(2)) = \frac{5}{2} \cdot (4 \cdot 2^2 + 11) = \frac{135}{2}$$

$$c) (f \circ f)(2) = f(f(2)) = 4(4 \cdot 2^2 + 11) + 11 = 119$$

$$d) (g \circ g)(2) = g(g(2)) = \frac{5}{2} \cdot \frac{5}{2} \cdot 2 = \frac{25}{2}.$$

112. Calcula $(f \circ g)(2)$ si f i g són funcions que compleixen que $f(10) + 5 = 0$, $g(2) - 10 = 0$.

$$f(10) = -5, g(2) = 10 \rightarrow (f \circ g)(2) = f(g(2)) = f(10) = -5$$

113. Donades les funcions $f(x) = 4$ i $g(x) = -2x^2 + 6x$, calcula $f \circ g$ i $g \circ f$.

$$(f \circ g)(x) = f(g(x)) = 4 \quad (g \circ f)(x) = g(f(x)) = g(4) = -2 \cdot 4^2 + 6 \cdot 4 = -8$$

114. Donades les funcions $f(x) = \sqrt{x}$ i $g(x) = x^2 - 5$, calcula $f^{-1} \circ g$ i $g \circ f^{-1}$.

$$f^{-1}(x) = x^2$$

$$(f^{-1} \circ g)(x) = f^{-1}(g(x)) = (x^2 - 5)^2 = x^4 - 10x^2 + 25$$

$$(g \circ f^{-1})(x) = g(f^{-1}(x)) = (x^2)^2 - 5 = x^4 - 5$$

115. Comprova amb les funcions $f(x) = \sqrt{x+1}$ i $g(x) = 3x - 2$ que la composició de funcions no és commutativa. Calcula el domini de $f \circ g$ i de $g \circ f$.

$$(f \circ g)(x) = f(g(x)) = f(3x - 2) = \sqrt{3x - 1}$$

$$(g \circ f)(x) = g(f(x)) = g(\sqrt{x+1}) = 3\sqrt{x+1} - 2$$

$(f \circ g)(x) \neq (g \circ f)(x) \rightarrow$ La composició de funcions no és commutativa.

$$\text{Dom } (f \circ g) = \left[\frac{1}{3}, +\infty \right)$$

$$\text{Dom } (g \circ f) = [-1, +\infty)$$

116. Per a la funció $h(x)$, troba dues funcions $f(x)$ i $g(x)$ que verifiquin que $(f \circ g)(x) = h(x)$.

$$a) h(x) = \sqrt{x-3} \quad c) h(x) = (3x-1)^4$$

$$b) h(x) = \sqrt{x} - 3 \quad d) h(x) = \sqrt{\frac{1}{x-2} + 1}$$

- | | | | |
|----------------------|-------------------|------------------------|------------------------|
| a) $f(x) = \sqrt{x}$ | $g(x) = x - 3$ | $c) f(x) = x^4$ | $g(x) = 3x - 1$ |
| b) $f(x) = x - 3$ | $g(x) = \sqrt{x}$ | $d) f(x) = \sqrt{x+1}$ | $g(x) = \frac{1}{x-2}$ |

117. Explica de quina manera hem de compondré aquestes funcions:

$$f(x) = \sqrt{x^2 + 4} \quad g(x) = 5x + 1 \quad h(x) = \frac{2}{x+1}$$

per obtenir les funcions següents:

a) $i(x) = 5\sqrt{x^2 + 4} + 1$ c) $i(x) = \frac{x+11}{x+1}$

b) $i(x) = 25x + 6$ d) $i(x) = \sqrt{x^2 + 8}$

a) $(g \circ f)(x) = g(f(x)) = g(\sqrt{x^2 + 4}) = 5\sqrt{x^2 + 4} + 1$

b) $(g \circ g)(x) = g(g(x)) = g(5x + 1) = 5(5x + 1) + 1 = 25x + 6$

c) $(g \circ h)(x) = g(h(x)) = g\left(\frac{2}{x+1}\right) = \frac{10}{x+1} + 1 = \frac{x+11}{x+1}$

d) $(f \circ f)(x) = f(f(x)) = f(\sqrt{x^2 + 4}) = \sqrt{(\sqrt{x^2 + 4})^2 + 4} = \sqrt{x^2 + 8}$

118. Un objecte que es llança cap amunt pot arribar a una altura màxima determinada per la funció, $h(t) = v_0t - 4,9t^2 + h_0$, en què v_0 és la velocitat inicial de l'objecte, h_0 és l'altura inicial, des d'on s'inicia el moviment, i t és el temps.

Si llancen un coet pirotècnic des d'una plataforma situada a 2 m del terra amb una velocitat inicial de 40 m/s:

a) A quina altura màxima arribarà el coet?

b) Si el programen perquè exploti als 5 s del llançament, a quina altura es produirà l'explosió?

a) $h_0 = 2 \text{ m}$ $v_0 = 40 \text{ m/s} \rightarrow h(t) = 40t - 4,9t^2 + 2$

L'altura màxima és al vèrtex de la paràbola: $(4,9; 80,35) \rightarrow 80,35 \text{ m}$ serà l'altura màxima que assolirà el coet.

b) $t = 5 \text{ s} \rightarrow h(t) = 40 \cdot 5 - 4,9 \cdot 5^2 + 2 = 79,5 \text{ m}$

Funcions

119. El preu en euros d'un article perible que comencen a vendre el primer dia d'un mes determinat varia amb el temps, en dies, segons la funció:

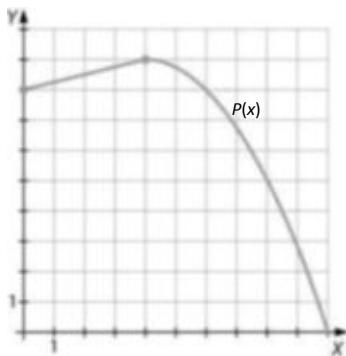
$$P(t) = \begin{cases} \frac{t}{4} + 8 & \text{si } 0 \leq t \leq 4 \\ \frac{-t^2}{4} + 2t + 5 & \text{si } 4 < t \leq 10 \end{cases}$$

a) Quin és el preu inicial de l'article?

b) Dibuixa la gràfica de la funció $P(t)$.

a) $t = 0 \rightarrow P(0) = 8 \rightarrow$ El preu és de 8 €.

b)



120. Un estudi sobre el medi ambient ha estimat que el nivell mitjà de monòxid de carboni en l'aire és $M(x) = 1 + 0,5x$ parts per milió quan el nombre de persones és x milers. Si la població en milers en el moment t és:

$$P(t) = 200 + 257 + 0,3t^2$$



a) Escriu la funció que expressa el nivell de monòxid de carboni en l'aire com una funció de temps.

b) Calcula per a $t = 10$ el nivell de monòxid de carboni.

a) En aquest cas, per calcular quin és el nivell de monòxid de carboni en funció del temps hem de dur a terme la composició de les dues funcions, així:

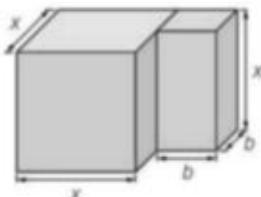
$$(M \circ P)(t) = M(P(t)) = 1 + 0,5(457 + 0,3t^2)$$

- b) Per a $t = 10$, el nivell de monòxid de carboni serà

$$M(10) = 1 + 0,5(457 + 0,3 \cdot 10^2) = 1 + 243,5 = 244,5$$

121. El dibuix representa un sistema de tancs d'aigua, un dels quals és un tanc cúbic de costat x i l'altre és un tanc d'altura x i base quadrada de costat b.

Determina una funció que expressi el volum total del sistema de tancs d'acord amb la longitud de les arestes dels tancs.



El volum total ve determinat per la fórmula $V(x, b) = x^3 + xb^2$.

122. Per repoblar un llac introduceixen inicialment 50 individus d'una espècie de peixos que triplica el nombre de membres cada dos mesos.



a) Quina és la fórmula de la funció que representa el creixement de la població de peixos tenint en compte els mesos?

b) Quants peixos hi ha al cap de 4 anys?

c) Després de quant de temps la població de peixos serà de 1.000 individus?

a) Tenint en consideració les dades inicials, com que la població inicial són 50 peixos, al cap de dos mesos hi haurà 150 peixos; als 4, 450; i als sis, 1.350, i així successivament:

$$f(m) = 50 \cdot 3^{\frac{m}{2}}$$

Funcions

- b) Per calcular quants peixos hi ha al cap de quatre anys, es pot emprar la mateixa fórmula de l'apartat anterior, convertint prèviament els anys a mesos: 4 anys = 48 mesos.

Per tant, després de 4 anys haurà $50 \cdot 3^{24} = 14\,121\,476\,824\,050$ peixos.

- c) Per estimar quant temps es necessita, es calcula:

$$50 \cdot 3^{\frac{m}{2}} = 1000 \rightarrow 3^{\frac{m}{2}} = 20 \rightarrow m = 2 \log_3 20 = 5,45$$

I s'aproxima al següent mes, és a dir, 6 mesos.

- 123.** En un llac hi ha una espècie de peix gran que s'alimenta d'una espècie de peixos més petits que, al mateix temps, s'alimenta de plàncton. El nombre de peixos grans és una funció $f(x)$ de la quantitat x de peixos petits; el nombre de peixos petits és una funció $g(y)$ de la quantitat y de plàncton del llac. Expressa la població de peixos grans considerant el plàncton del llac si:

$$f(x) = 30 + \sqrt{\frac{x}{120}} \quad g(y) = 4y - 1$$

En aquest cas, l'únic que haurem de fer és la composició d'una funció amb l'altra, o el que és el mateix:

$$(f \circ g)(y) = f(g(y)) = 30 + \sqrt{\frac{4y-1}{120}}$$

- 124.** Segons la llei del refredament de Newton, la temperatura d'un objecte segueix la funció:

$$f(t) = T + (C - t) \cdot e^{-kt}$$

en què T és la temperatura ambient, C és la temperatura inicial, t és el temps transcorregut i k indica la taxa de refredament de l'objecte per unitat de temps.

Un objecte amb una temperatura de 40°C es deixa a l'aire lliure a una temperatura de 25°C i al cap de 10 minuts la temperatura de l'objecte és de 34°C . Quant de temps ha de passar perquè l'objecte es refredi fins a una temperatura de 30°C ?

$$f(10) = 34 = 25 + (40 - 25) \cdot e^{-10k} \rightarrow k = 0,12$$

$$30 = 25 + (40 - t) \cdot e^{-0,12t} \rightarrow t \approx 13,802 \text{ min}$$

- 125.** Una ONG ha calculat que el nombre de persones ingressades en els hospitals després d'un tsunami segueix aproximadament aquesta fórmula:

$$P(t) = 1 + \frac{110}{t^2 + 10} \quad t \in (0, 30)$$

en què P és el nombre de persones hospitalitzades, en milers, i t és el nombre de dies transcorreguts des del tsunami.

- a) Quantes persones hi haurà hospitalitzades el primer dia?

b) I quantes n'hi haurà al cap de tres setmanes?

c) Si la capacitat hospitalària d'una illa de l'àrea afectada és de 2 000 llits, fins a quin dia es va ultrapassar aquesta capacitat?

a) 11 000 persones

b) 1 243 persones

c) $1 + \frac{110}{t^2+10} = 2 \rightarrow t^2 + 120 = t^2 - 100 = 0 \rightarrow t = \pm 10$

Atès que el nombre de persones hospitalitzades decreix segons el nombre de dies, la capacitat d'hospitalització va ser desbordada fins al desè dia.