Задача 1

(!) Пусть x, y$\subset A^n$, где A = $\{0, \dots , q - 1\}$. Тогда расстоянием Хемминга на A^n будем называть величину

$$d(x,\, y) = \sum_{k=1}^{n} |x_k - y_k|.$$

(!) d - метрика.

Доказательство:

1. Неотрицательность.

$$d(x,\, y) = \sum_{k=1}^{n} |x_k - y_k| \geq 0, \text{ так как } |x_k - y_k| \geq 0$$

2. Симметричность

$$d(x,\, y) = \sum_{k=1}^{n} |x_k - y_k| = \sum_{k=1}^{n} |y_k - x_k|$$

3. Правило треугольника

Пусть x, y, z$\subset A^n$. Докажем, что $d(x,\, z) \leq d(x,\, y) + d(y,\, z)$.

$d(x,\, y) + d(y,\, z) = \sum_{k=1}^{n} |x_k - y_k| + \sum_{k=1}^{n} |y_k - z_k| = \sum_{k=1}^{n} (|x_k - y_k| + |y_k - z_k|)$. При этом $|x_k - z_k| \leq |x_k - y_k| + |y_k - z_k|$ верно по свойствам модуля.

ч.ит.д.