

Рассмотрим  $\forall x_0 \in C$ . В условии сказано, что  $\forall x \in C : \|x - x_0\| \geq d$ .

Покажем, что тогда код  $C$  исправляет вплоть до  $t = \lfloor \frac{d-1}{2} \rfloor$  ошибок.

Предположим это не так, и на расстоянии  $t$  от  $x_0$  есть слово, которое будет декодировано неправильно.

Это означает, что  $\exists y \exists x \in C : \|x_0 - y\| \leq t, \quad \|x_0 - y\| \geq \|x - y\|$

Но тогда  $d \leq \|x - x_0\| \leq \|x - y\| + \|x_0 - y\| \leq 2\|x_0 - y\| \leq 2t$ , получили противоречие с определением  $t$ .

Покажем также, что вплоть до  $d - 1$  ошибок будет обнаружено.

Действительно, в противном случае какое-то слово на расстоянии  $\leq d - 1$  от  $x_0$  будет ошибочно распознано как кодовое,

то есть  $\exists x \in C : \|x - x_0\| \leq d - 1$ . Это противоречит определению  $d$ .