

2) Для последовательностей, символы которых выбираются из алфавита  $\Sigma = \{0, \dots, \sigma - 1\}$ , расстоянием Хэмминга называется число несовпадающих символов. Докажите, что расстояние Хэмминга удовлетворяет аксиомам метрики, т.е. что оно неотрицательно, симметрично и для него имеет место неравенство треугольника.

Доказательство :

1)  $d(x, y) = 0 \Leftrightarrow x = y$ . Если расстояние = 0, то строки совпадают

2)  $d(x, y) = d(y, x) \Leftrightarrow x$  равноудален от  $y$ , как и  $y$  от  $x$

3)  $d(x, y) \leq d(x, z) + d(z, y) \Leftrightarrow$  Пусть слова  $x$  и  $y$  отличаются в некоторых позициях. Тогда какое бы слово  $z$  мы ни взяли, оно будет отличаться в каждой из этих позиций по крайней мере от одного из слов  $x$  и  $y$ . Следовательно, суммируя в правой части  $d(x, z)$  и  $d(z, y)$ , мы обязательно учтем все позиции, в которых различались слова  $x$  и  $y$ . Т.е. получается, что  $d(x, y) \leq d(x, z) + d(z, y)$ .