みんなのデータ構造 (Pat Morin) exercises

37zigen

2020 年 9 月 4 日

1　スケープゴート木

1.1

1.2

1.3

1.4

1.5

1.6

1.7

1.8

size(u) $\le$ (2/3)size(u.parent) (★) より, 根の高さ h と頂点数 n は $(3/2)^h \le n$ の関係にあるから, $h \le \log_{3/2} n$ となる. 木の高さが $O(\log n)$ だから add と remove は $O(\log n)$ で実行できる.

add または remove を実行後, ★が満たされていない頂点 v を根とする部分木を完全二分木に構成する計算量を解析する. size(v.left) $>$ (2/3)size(v) と仮定しても一般性を失わない.

$$\mathrm{size(v.left)} - \mathrm{size(v.right)} = 2\mathrm{size(v.left)} - \mathrm{size(v)} + 1 > (1/3)\mathrm{size(v)}$$

★の直後 size(v.left) $-$ size(v.right) ≤ 1 だからその後 (1/3)size(v) 回以上 add または remove が行われている. よって rebuild の計算量は均し $O(\log n)$.

1.9

1.10

面白そうだが、どうすればよいか分からない。

2　整列アルゴリズム

2.1

2.2

2.3

$a = (1, 2, 3, \dots, n)$

2.4

$a = (\dots, 8, 6, 4, 2, 1, 3, 5, 7, \dots)$

2.5

2.6

2.7

2.8

2.9

2.10

2.11

高さ h の二分木の葉の数は完全二分木のとき最大で 2^h 個. $2^h \geq k \Leftrightarrow h \geq \log_2 k$.

2.12

2.13

2.14

2.15

2.16

2.17

要素 a と b $(a < b)$ が比較される確率は $2/(b - a + 1)$. $d = b - a + 1$ 毎に和を取ると $\sum_{d=2}^{n} (2/d)(n - d + 1) = 2(n + 1)H_n - 4n$.

要素 a がピボット a と比較される確率は $a \in \{0, n-1\}$ のとき $1/2$, そうでないとき $2/3$. 和は $(2/3)n - 1/3$.

答えは $n > 2$ のとき $2(n+1)H_n - 4n + (2/3)n - 1/3 = 2(n+1)H_n - (10/3)n - 1/3$. $n = 1$ のとき 0.