

みんなのデータ構造 (Pat Morin) exercises

37zigen

2020 年 9 月 4 日

1 スケープゴート木

1.1

1.2

1.3

1.4

1.5

1.6

1.7

1.8

$\text{size}(u) \leq (2/3)\text{size}(u.\text{parent})$ () より, 根の高さ h と頂点数 n は $(3/2)^h \leq n$ の関係にあるから, $h \leq \log_{3/2} n$ となる. 木の高さが $O(\log n)$ だから add と remove は $O(\log n)$ で実行できる.

add または remove を実行後, が満たされていない頂点 v を根とする部分木を完全二分木に構成する計算量を解析する. $\text{size}(v.\text{left}) > (2/3)\text{size}(v)$ と仮定しても一般性を失わない.

$$\text{size}(v.\text{left}) - \text{size}(v.\text{right}) = 2\text{size}(v.\text{left}) - \text{size}(v) + 1 > (1/3)\text{size}(v)$$

の直後 $\text{size}(v.\text{left}) - \text{size}(v.\text{right}) \leq 1$ だからその後 $(1/3)\text{size}(v)$ 回以上 add または remove が行われている. よって rebuild の計算量は均し $O(\log n)$.

1.9

1.10

面白そうだが、どうすればよいか分からない。

2 整列アルゴリズム

2.1

2.2

2.3

2.4

2.5

2.6

2.7

2.8

2.9

2.10

2.11

高さ h の二分木の葉の数は完全二分木のとき最大で 2^h 個. $2^h \geq k \Leftrightarrow h \geq \log_2 k$.

2.12

2.13

2.14

2.15

2.16

2.17

要素 a と b ($a < b$) が比較される確率は $2/(b-a+1)$. $d = b-a+1$ 毎に和を取ると $\sum_{d=2}^n (2/d)(n-d+1) = 2(n+1)H_n - 4n$.

要素 a がピボット a と比較される確率は $a \in \{0, n-1\}$ のとき $1/2$, そうでないとき $2/3$. 和は $(2/3)n - 1/3$.

答えは $n > 2$ のとき $2(n+1)H_n - 4n + (2/3)n - 1/3 = 2(n+1)H_n - (10/3)n - 1/3$. $n = 1$ のとき 0 .