

1. NALOGA

a)

Povprečni dohodek

Populacija je velikosti 43886. Vzamemo enostavni slučajni vzorec 400 enot.

Sledi: $N = 43886, n = 400$.

Naj bo X_k skupni dohodek v k -ti družini.

Torej je povprečni dohodek v Kindergradu:

$$\bar{X} = \frac{X_1 + \dots + X_n}{n}. \quad (1)$$

Standardna napaka

Vemo: $se(\bar{X}) = \sqrt{var(\bar{X})}$. Ker imamo enostavni slučajni vzorec, vemo tudi, da je

$$var(\bar{X}) = \frac{1}{n} \frac{N-n}{N-1} \sigma^2 \quad (2)$$

kjer je σ^2 populacijska varjanca. Nepristranska cenilka za σ^2 je

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{N-1}{N(n-1)} \sum_{k=1}^n (X_k - \bar{X})^2. \quad (3)$$

Sledi:

$$\widehat{se(\bar{X})} = \sqrt{\frac{1}{n} \frac{N-n}{N(n-1)} \sum_{k=1}^n (X_k - \bar{X})^2}. \quad (4)$$

Interval zaupanja

Iz navodil sledi, da je interval zaupanja enak $\bar{X} \pm 1,96 \cdot se(\bar{X})$.

Končne vrednosti

b)

Če stratificiramo, mora veljati

$$\frac{n_k}{n} = \frac{N_k}{N}, \sum_{k=1}^K n_k = n. \quad (5)$$

V našem primeru stratificiramo po četrtih, torej $k = 4$. Vemo:

$N_1 = 10149$ (*severna četrt*),

$N_2 = 10390$ (*vzgodna četrt*),

$N_3 = 13457$ (*južna četrt*),
 $N_4 = 9890$ (*zahodna četrt*). Če malo obrnemo zgornjo enakost, dobimo

$$n_k = \frac{N_k}{N} n. \quad (6)$$

Izračunamo za $k = 1, 2, 3, 4$ in upoštevamo vrednosti N_1, N_2, N_3, N_4 ter $N = 43886$.

Dobimo:

$$n_1 = \frac{10149}{43886} \cdot 400 = 92,5033 \rightarrow n_1 = 92, \quad (7)$$

$$n_2 = \frac{10390}{43886} \cdot 400 = 94,699 \rightarrow n_2 = 95, \quad (8)$$

$$n_3 = \frac{13457}{43886} \cdot 400 = 122,654 \rightarrow n_3 = 123, \quad (9)$$

$$n_4 = \frac{9890}{43886} \cdot 400 = 90,142 \rightarrow n_4 = 90. \quad (10)$$

Preverimo:

$$\sum_{k=1}^4 n_k = 92 + 96 + 123 + 90 = 400. \quad (11)$$

Naj bo sedaj X_{kj} povprečni dohodek j -te družine v k -tem stratumu. Povprečni dohodek družine se sedaj izraža kot:

$$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^{\#stratumov} \sum_{j=1}^{n_k} X_{kj}. \quad (12)$$

Standarna napaka $se(\bar{X}) = \sqrt{var(\bar{X})}$:

$$var(\bar{X}) = \sum_k w_k^2 var(\bar{X}_k) = \sum_k w_k^2 \cdot \frac{\hat{\sigma}_k^2}{n_k} \cdot \frac{N_k - n_k}{N_k - 1}, \quad (13)$$

kjer je $w_k = \frac{N_k}{N}$ delež, σ_k^2 pa populacijska varjanca v k -tem stratumu. Torej:

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{N_k - 1}{N_k(n_k - 1)} \sum_{j=1}^{n_k} (X_{kj} - \bar{X}_k)^2, \quad (14)$$

kjer je \bar{X}_k povprečje k -tega stratuma.

Interval zaupanja: $\bar{X} \pm 1,96 \cdot se(\bar{X})$.

Vstavimo podatke in dobimo:

c)