

## Introducción



“Ni una hoja se mueve... salvo la Tierra con respecto a su eje... y la traslación con respecto al Sol... y el Sol y los planetas hacia un punto de la vía láctea... y la Vía Láctea respecto a los otros universos”.

Teniendo en cuenta el pensamiento anterior, imagine que una persona viaja en tren y conteste la siguiente pregunta: ¿es el tren el que se mueve o es la estación la que se aleja? Se podría decir que es el tren con relación a la estación si se considera fija, pero también es lícito decir que la estación se mueve con respecto a la persona que va en él, considerándolo como un punto fijo, pues la estación no es un punto privilegiado porque inmediatamente pierde su importancia si piensa que la Tierra gira alrededor del Sol. Por tanto, se puede representar el movimiento si se elige un sistema de coordenadas fijo y este está fijo solamente porque se postula así. Tomando en cuenta lo anterior, se puede decir que todos los objetos están en permanente movimiento.

El movimiento de una partícula que se realiza en un plano es un movimiento en dos dimensiones; si el movimiento se realiza en el espacio, se produce en tres dimensiones. En este capítulo se estudiará la cinemática de una partícula que se mueve sobre un plano. Ejemplos de un movimiento en dos dimensiones son el de un cuerpo que se lanza al aire, como una pelota, un disco girando, el salto de un canguro, el movimiento de planetas y satélites, etc. El movimiento de los objetos que giran en una órbita cuya trayectoria es una circunferencia, se conoce como movimiento circunferencial; es un caso de movimiento en dos dimensiones, que también es estudiado en este capítulo.

## ¿Qué vamos a aprender?

Competencias	Objetivos	Contenidos
<p>Efectúan operaciones básicas con vectores para describir el movimiento de una partícula cuya trayectoria está contenida en un plano.</p> <p>Resuelven problemas cuantitativos y cualitativos, teóricos o experimentales, hasta un nivel de reproducción con variantes, en combinación con el teorema de Pitágoras y las funciones trigonométricas seno, coseno y tangente, relacionados con el cálculo de la resultante de la suma de vectores involucrando un máximo de tres.</p>	<p>Expresar el significado de una cantidad escalar y una vectorial partiendo de la forma de expresión gráfica de las mismas.</p> <p>Identificar las características que poseen los vectores.</p> <p>Determinar los componentes de un vector, dada su representación gráfica o analítica.</p> <p>Calcular la suma y resta de dos o más vectores y el producto de un vector por un escalar, utilizando los métodos gráfico y analítico.</p> <p>Enunciar los conceptos: marco de referencia, posición y movimiento.</p> <p>Establecer las diferencias fundamentales de los conceptos: posición, distancia recorrida y desplazamiento.</p> <p>Enunciar los conceptos de rapidez media y velocidad media, destacando a su vez las diferencias entre ellos.</p>	<p>Cantidad escalar</p> <p>Cantidad vectorial</p> <p>Tamaño (magnitud), dirección y sentido de un vector</p> <p>Descomposición de vectores</p> <p>Operaciones vectoriales de suma, resta de vectores y producto de un escalar por un vector, empleando los métodos geométrico y analítico</p> <p>Marco de referencia</p> <p>Posición de una partícula</p> <p>Movimiento</p> <p>Trayectoria</p> <p>Distancia</p> <p>Desplazamiento</p> <p>Rapidez media</p> <p>Velocidad media</p> <p>Movimiento rectilíneo uniforme</p>

	<p>Representar matemática y gráficamente el movimiento rectilíneo uniforme, destacando sus características.</p> <p>Establecer las diferencias fundamentales de los conceptos: posición, distancia recorrida y desplazamiento.</p> <p>Enunciar los conceptos de rapidez media y velocidad media, destacando a su vez las diferencias entre ellos.</p> <p>Representar matemática y gráficamente el movimiento rectilíneo uniforme, destacando sus características.</p> <p>Interpretar el área bajo la curva de la velocidad en función del tiempo, como el desplazamiento de una partícula.</p>	
<p>Describen cualitativa o cuantitativamente el movimiento de una partícula que se mueve en trayectoria circular con velocidad y aceleración de magnitudes constantes.</p>	<p>Interpretar el significado físico de la aceleración media y del signo que la acompaña.</p> <p>Establecer si un objeto se mueve con aceleración constante, partiendo del concepto de aceleración media.</p>	

Calcular las velocidades angular y lineal, la frecuencia, el período y la aceleración centrípeta en el movimiento circular uniforme.

Representar gráficamente y analíticamente la posición y la velocidad en función del tiempo de una partícula animada, con movimiento rectilíneo uniformemente acelerado.

Utilizar las ecuaciones fundamentales del movimiento rectilíneo uniformemente acelerado, para describir el movimiento de un objeto en caída libre.

Operar satisfactoriamente, utilizando las relaciones fundamentales del movimiento circular uniforme, para describir el movimiento de una partícula que se mueve a lo largo de una circunferencia.

Aplicar los conocimientos del movimiento circular uniforme para describir la transmisión del movimiento mediante bandas.

Explicar la naturaleza de la aceleración centrípeta, partiendo del carácter vectorial de la velocidad de una partícula que presenta un movimiento circular uniforme.

Aceleración media

Movimiento rectilíneo uniformemente acelerado

Propiedades del movimiento rectilíneo uniformemente acelerado

Caída libre

Posición angular

Desplazamiento angular

Velocidad angular media

Velocidad angular

Movimiento circular uniforme

Frecuencia, período

Velocidad tangencial

Aplicación de la velocidad tangencial

Aceleración centrípeta

## Mis conocimientos previos

Lea el siguiente resumen de la revista National Geographic:

El chita o guepardo es el felino más rápido de la Tierra, logra alcanzar una velocidad de  $115 \text{ km/h}$  en distancias muy cortas y se estima que la velocidad promedio es de  $103 \text{ km/h}$ . Se alimenta principalmente de gacelas, que es el animal herbívoro más veloz del planeta. En el medio que se desenvuelve es más débil que el león, el leopardo o la hiena, estos se aprovechan cuando ha cazado alguna presa quitándosela si están cerca, por lo tanto se ha adaptado a cazar en horas del día con más calor aprovechando que los demás descansan bajo la sombra.

El guepardo se acerca sigilosamente y pone en práctica su agilidad para atacar lo más cerca posible, pero no siempre es así por las condiciones del terreno o por el olfato de sus presas, por lo general recorre grandes distancias hasta separar una presa del grupo y atraparla.

En el frenesí de la persecución aumenta y disminuye su velocidad instantáneamente, lo mismo que la dirección de su recorrido, lo que lo hace el felino más letal de la sabana africana.

Organice un debate con su tutor con base en las siguientes preguntas:

1. ¿Cuáles son las propiedades que hacen exitosa la cacería de un chita: su velocidad, su posición sigilosa, la aceleración que ejerce o su rapidez?
2. ¿Con qué defensa contrarrestan las características del chita sus presas?
3. Elabore un diagrama con flechas la persecución de un chita en un recorrido de 500 kilómetros, agregando a cada intervalo magnitud y dirección.

### Cantidad escalar

Son las que pueden ser descritas totalmente por un número, relacionando este con las unidades de longitud, tiempo, masa, densidad, etc. Ejemplos:

- Longitud: 200 metros (200 m)
- Masa: 40 gramos (40 gr)
- Volumen: 190 centímetros cúbicos ( $190 \text{ cm}^3$ )
- Área: 12 metros cuadrados ( $12 \text{ m}^2$ )

## Cantidad vectorial

Una cantidad vectorial es aquella que además de tener un número (su magnitud), posee dirección y sentido. Ejemplos:

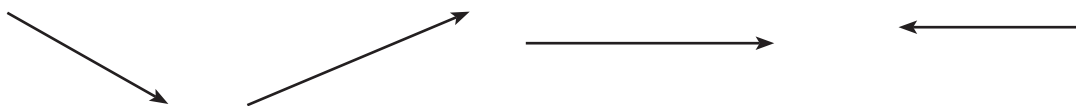
- Un avión vuela a 2500 km/h hacia el norte.
- Un barco se traslada a un puerto ubicado a 1000 millas náuticas hacia el sur.
- Un carro se desplaza con una velocidad de 80 km/h al oriente.

Con las cantidades vectoriales se representa la velocidad, el desplazamiento, la distancia, la aceleración, la fuerza, etc.

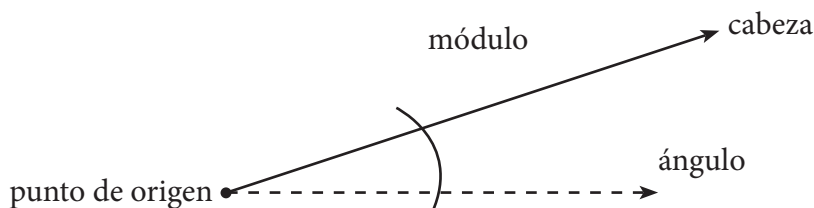
## Vectores

El término vectores se utiliza para representar a las cantidades vectoriales que son los vectores; pero, ¿cómo representar una cantidad vectorial?

Los vectores se pueden representar gráficamente mediante una flecha a cierta escala, la longitud de la flecha se llama módulo (lo que vale el vector), la línea sobre la que se encuentra es la dirección del vector y el sentido es el indicado por la flecha.



## Descomposición de vectores



**Módulo:** para determinar la cantidad escalar que representa el valor del vector según la escala que este establecido se utiliza una regla graduada.

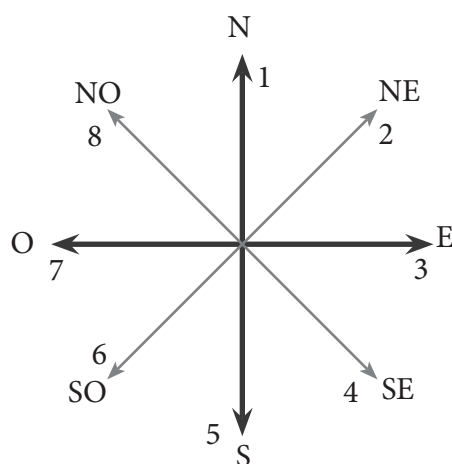


Ejemplo: 1cm de la regla puede representar 10 km en este caso.

El sentido de los vectores se puede dar con referencia a los puntos cardinales: N, S, E, O, NO, SO, SE, NE.

Por ejemplo:

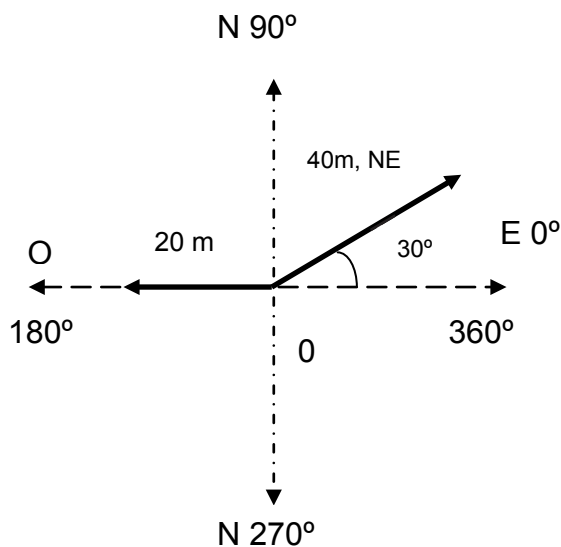
- Vector 1 tiene sentido norte
- Vector 2 tiene sentido noreste
- Vector 6 tiene sentido suroeste
- Vector 7 tiene sentido oeste



## Ejemplos

Graficar los siguientes vectores:

- 20m, O
- 40m, 30° (grados) al norte-este

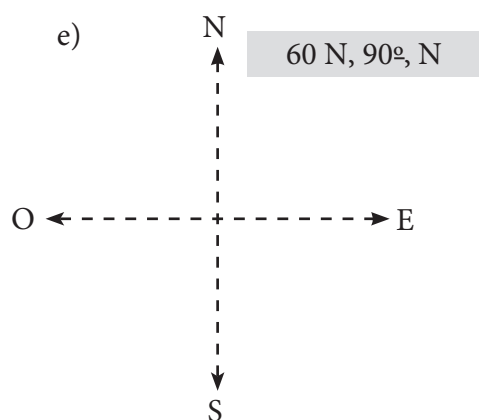
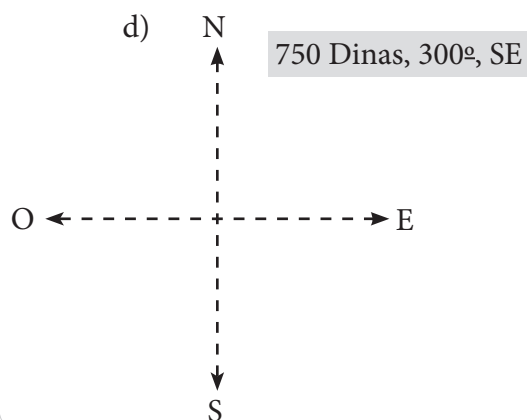
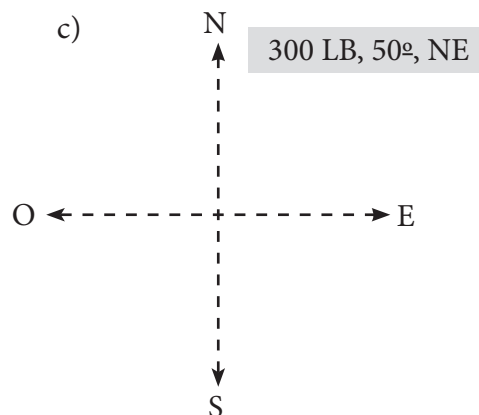
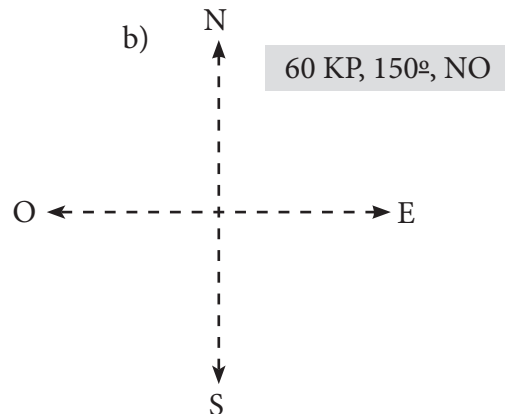
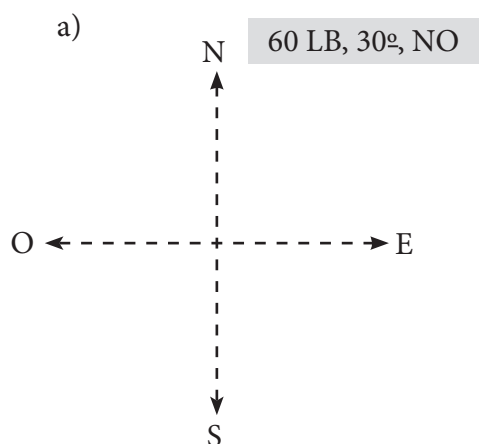
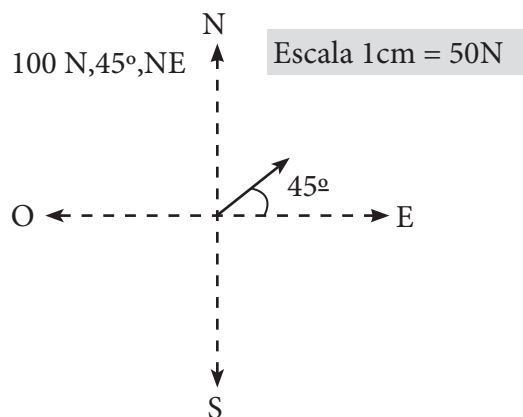


## ACTIVIDAD 1

Resuelva cada uno de los siguientes ejercicios:

1. Siguiendo el ejemplo, mida, utilizando una regla y un transportador, los siguientes vectores, utilice la escala y el ángulo en el cuadrante correcto:

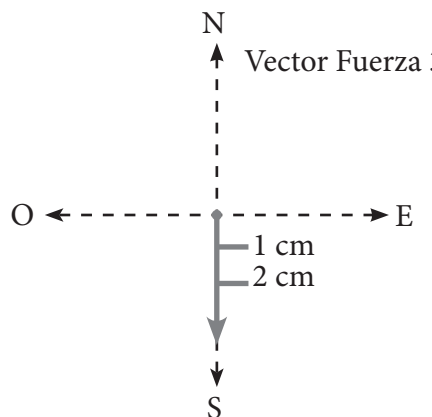
**Ejemplo:**





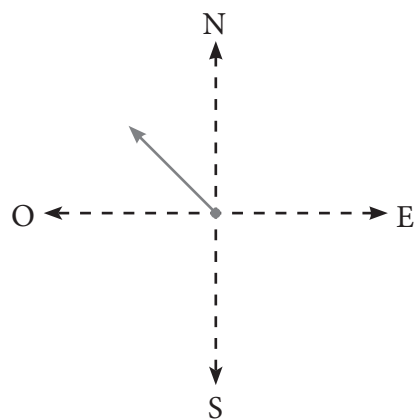
2. Siguiendo el ejemplo, determine el módulo, dirección y sentido del vector fuerza. Utilice regla, calculadora y transportador en los siguientes ejercicios:

**Ejemplo:**



Vector Fuerza 300N,  $270^\circ$ , S

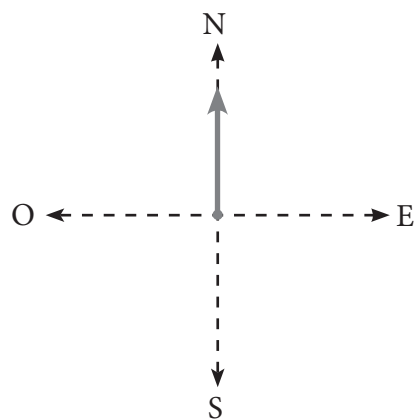
Módulo: 300N  
 Dirección:  $270^\circ$   
 Sentido: Hacia el sur



Módulo: \_\_\_\_\_

Dirección: \_\_\_\_\_

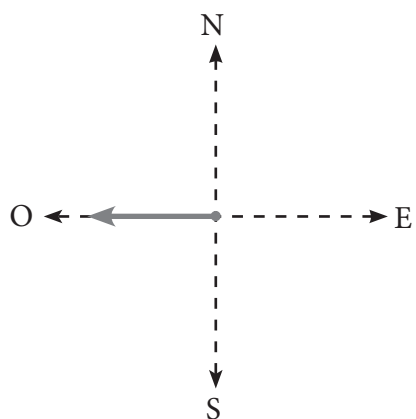
Sentido: \_\_\_\_\_



Módulo: \_\_\_\_\_

Dirección: \_\_\_\_\_

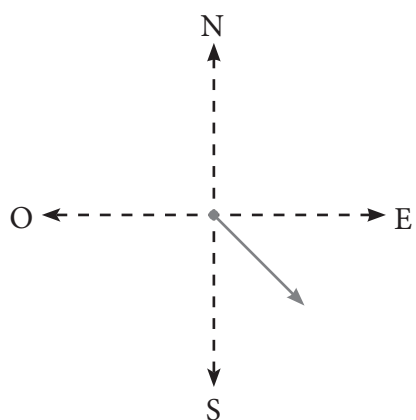
Sentido: \_\_\_\_\_



Módulo: \_\_\_\_\_

Dirección: \_\_\_\_\_

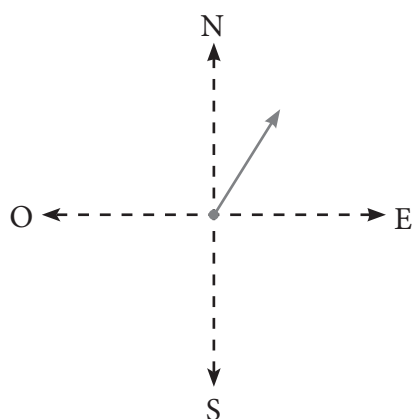
Sentido: \_\_\_\_\_



Módulo: \_\_\_\_\_

Dirección: \_\_\_\_\_

Sentido: \_\_\_\_\_



Módulo: \_\_\_\_\_

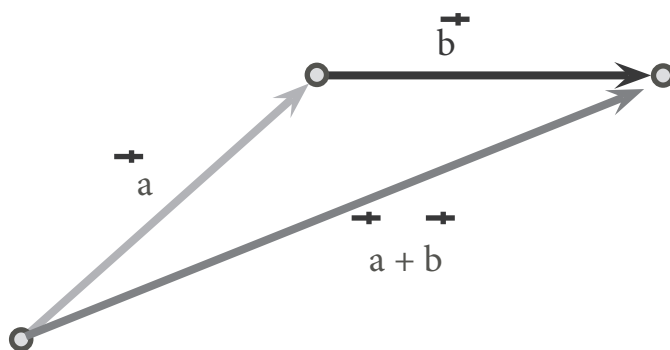
Dirección: \_\_\_\_\_

Sentido: \_\_\_\_\_

# Operaciones vectoriales

## Suma y resta

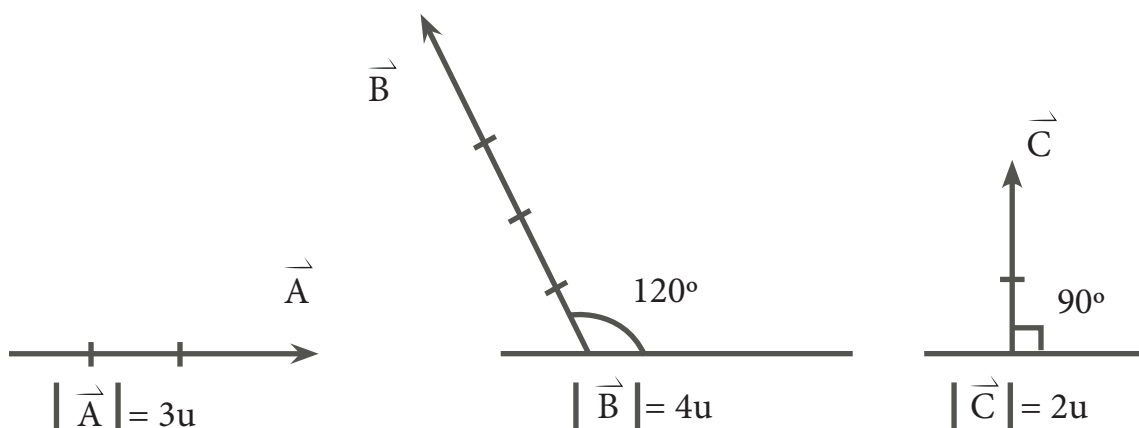
Para sumar un vector  $a$  con otro vector  $b$  se colocan de tal forma que el extremo de uno coincida con el origen del otro vector, tal como se muestra en la siguiente imagen:



## Método del polígono

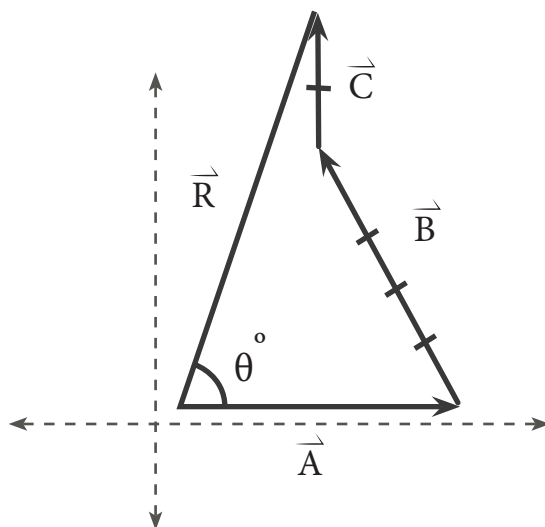
Este es el método gráfico más utilizado para realizar operaciones con vectores, debido a que se pueden sumar o restar dos o más vectores a la vez. El método consiste en colocar en secuencia los vectores manteniendo su magnitud, a escala, dirección y sentido; es decir, se coloca un vector a partir de la punta flecha del anterior. El vector resultante está dado por el segmento de recta que une el origen o la cola del primer vector y la punta flecha del último vector.

### Ejemplo



Encontrar:  $\vec{A} + \vec{B} + \vec{C}$

Resolviendo por el método del polígono, se tiene el vector A con la misma dirección y sentido, luego en la punta flecha de este se coloca el vector B con la misma dirección y sentido, igual para el vector C, observe en la figura de abajo el vector resultante:



Si se utilizan los instrumentos de medición, se obtiene que el módulo del vector resultante  $|\vec{R}|$  es 5.5 unidades y que el ángulo  $\theta$  es aproximadamente  $80^\circ$ .

## Método del paralelogramo

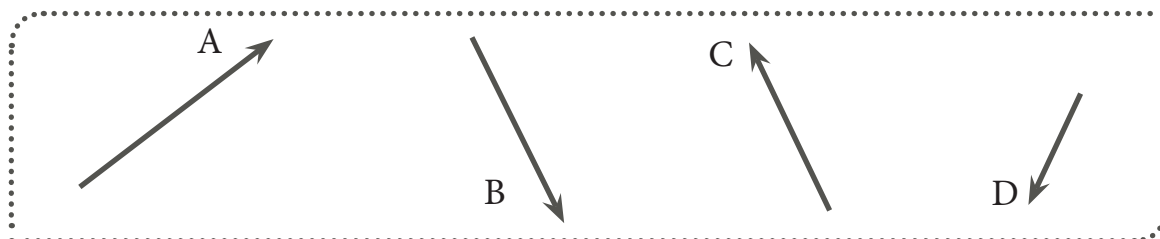
Para sumar dos vectores, se unen sus colas y formando un paralelogramo, la resultante será la diagonal que parte de la unión de las colas.

### Ejemplo

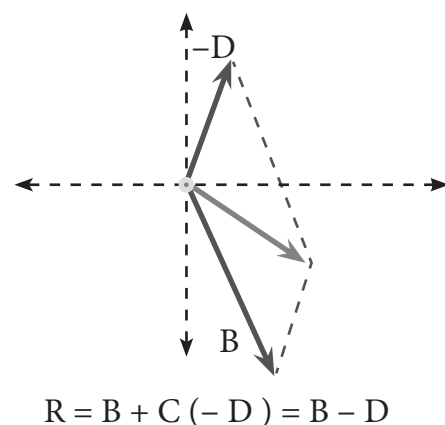
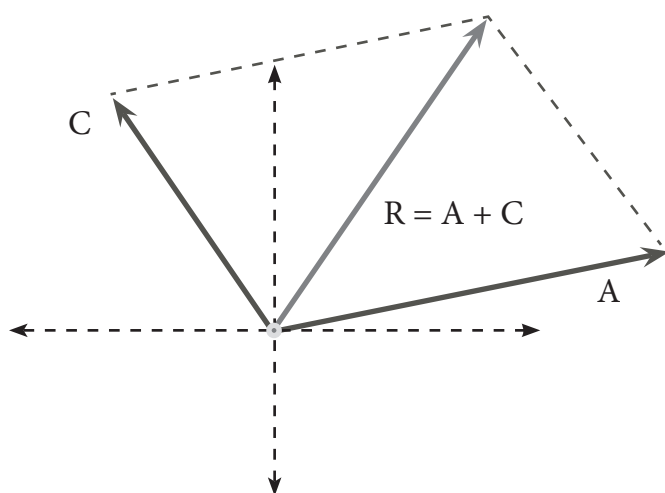
Con los siguientes vectores efectuar:

a.  $\vec{A} + \vec{C}$

b.  $\vec{B} + \vec{D}$



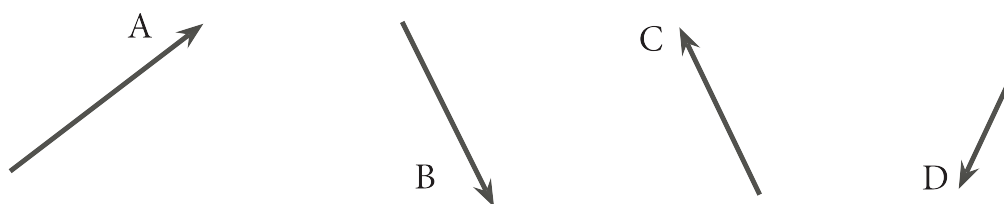
Al efectuar la suma  $\vec{A} + \vec{C}$  se juntan las colas de los vectores, de manera que formen un paralelogramo, la resultante es el valor de la diagonal del paralelogramo, desde la unión de las colas de los vectores a la esquina opuesta. Resultante en rojo.



Al efectuar la resta  $B - D$  (ver arriba). Esta equivale a  $B + (-D)$ . Por lo tanto, se juntan las colas de los vectores B y  $(-D)$ , formando luego un paralelogramo, observe que  $-D$  es el vector opuesto de D, se grafica con la misma magnitud, pero con sentido opuesto. Posteriormente, se obtiene la resultante (en rojo).

Para obtener el módulo se mide con una regla la longitud de la resultante y en la dirección se mide el ángulo de la resultante con respecto a la horizontal con un transportador.

## ACTIVIDAD 2



Desarrolle las siguientes sumas y restas de vectores, utilizando los vectores arriba proporcionados:

1.  $C + B$
2.  $B + A$
3.  $B - A$
4.  $D - C$

## Método analítico ●●●

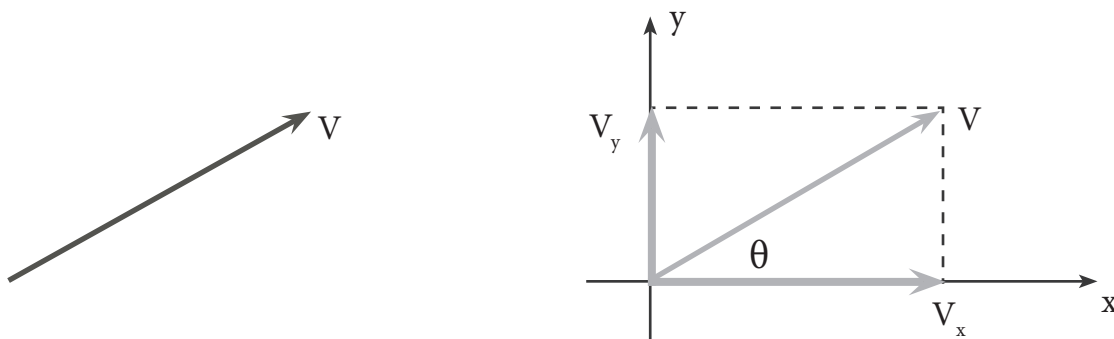
### *Componentes de un vector*

La suma gráfica de vectores con regla y transportador a veces no tiene la exactitud suficiente y no es útil cuando los vectores están en tres dimensiones.

Se sabe que aplicando el método del paralelogramo en la suma de dos vectores, que todo vector puede descomponerse como la suma de otros dos vectores, llamados componente *vectorial* y *horizontal* del vector original.

Si se toman dos vectores en dos direcciones perpendiculares entre sí, estos serán los componentes del vector resultante. Por ejemplo, suponga que un vector  $V$  cualquiera, se puede expresar como la suma de los vectores:  $V_x$  (componente horizontal) y  $V_y$  (componente vertical), es decir, la suma de  $V_x$  y  $V_y$  da como resultado  $V$ .

Gráfica 1



En la gráfica 1 se trazaron los ejes coordenados  $X$  y  $Y$  con origen en la cola del vector  $V$ . Se trazan perpendiculares desde la punta del vector  $V$  a los ejes  $X$  y  $Y$ , determinándose sobre el eje  $X$  el componente vectorial  $V_x$  y sobre el eje  $Y$  el componente vectorial  $V_y$ .

Note que:  $V = V_x + V_y$  de acuerdo al método del paralelogramo.

Las magnitudes  $V_x$  y  $V_y$  se denominan componentes del vector  $V$  y es un número positivo o negativo, según el lado del eje  $X$  y  $Y$  al que apunte.

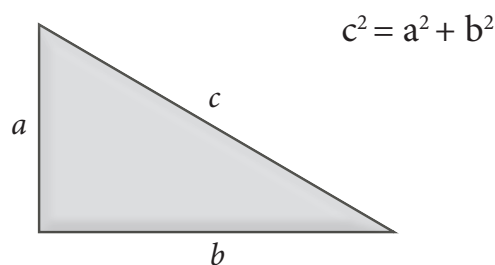
Para obtener la magnitud de cada uno de los vectores proyectados, se recurre a las siguientes funciones trigonométricas:

$$\text{Sen}\theta = \frac{a}{c}$$

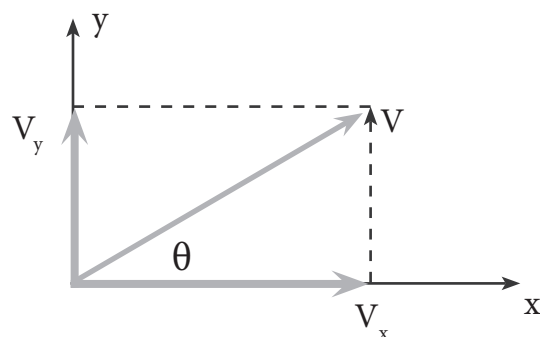
$$\text{Cos}\theta = \frac{b}{c}$$

$$\text{Tan}\theta = \frac{a}{b}$$

### *Teorema de Pitágoras*



Observe que al proyectar  $V_y$  se forma un triángulo rectángulo:



$V_x$  y  $V_y$  son los catetos del triángulo formado por la representación de la suma vectorial, la hipotenusa está indicada por la magnitud ( $V$ ), el ángulo con respecto a la línea horizontal es  $\theta$ . Para el cálculo de  $V_x$  se tiene que:

$$\cos\theta = \frac{(\text{cateto adyacente})}{\text{hipotenusa}} \quad \text{entonces} \quad \cos\theta = \frac{V_x}{V}$$

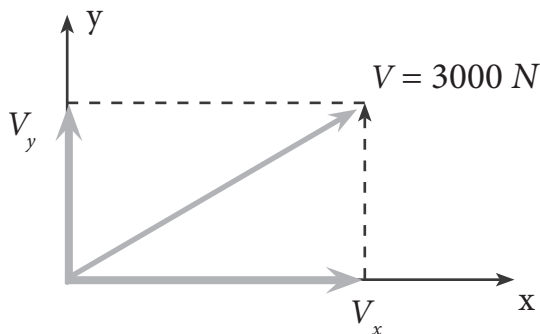
Se despeja:  $V_x : Vx = V\cos\theta$

$$\sin\theta = \frac{(\text{cateto opuesto})}{\text{hipotenusa}} \quad \text{entonces} \quad \sin\theta = \frac{V_y}{V}$$

Se despeja:  $V_y : Vy = V\sin\theta$

### Ejemplos

1. Encuentre los componentes de una fuerza de 3000 N, si esta fuerza forma un ángulo con la horizontal de  $15^\circ$ :



$$V_x = V\cos\theta = 3000\text{N}(\cos 15^\circ) = 2897.78 \text{ N}$$

$$V_y = V\sin\theta = 3000\text{N}(\sin 15^\circ) = 776.46 \text{ N}$$

2. Encuentre la suma de los siguientes vectores de desplazamiento:

$$(5_x - 2_y)\text{m} \text{ y } (-8_x - 4_y)\text{m}$$

- Determine la magnitud de la resultante
- Determine el ángulo



La suma de  $(5_x - 2_y)\text{m}$  y  $(-8_x - 4_y)\text{m}$  estará dada por:

$$(5_x - 8_x) + (-2_y - 4_y)$$

$$R = (-3_x - 6_y)$$

La magnitud de la resultante será:

$$R^2 = R_x^2 + R_y^2$$

$$R = \sqrt{(-3)^2 + (-6)^2}$$

$$R = 6.7\text{m}$$

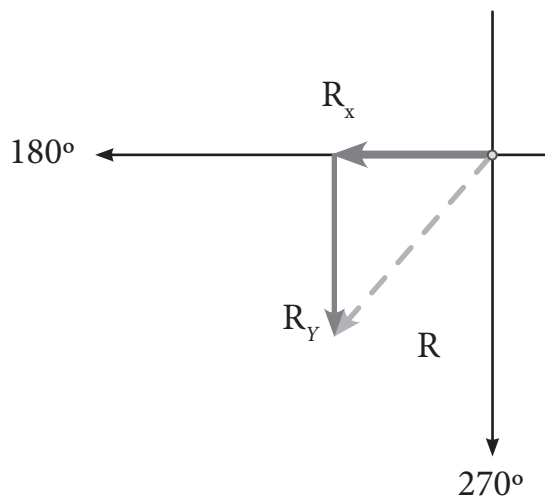
El ángulo será:

$$\tan\theta = \frac{R_y}{R_x}$$

$$\theta = \tan^{-1}$$

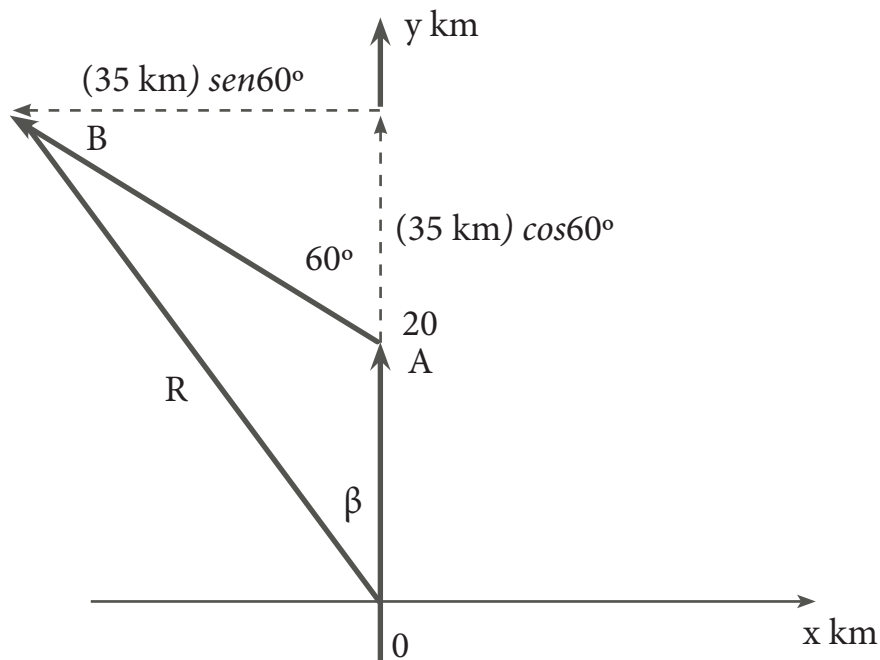
$$\theta = 63^\circ$$

$$\theta = 180^\circ + 63^\circ = 243^\circ \frac{(6)}{(-3)}$$



3. Un auto recorre 20 km hacia el norte y después 35 km en una dirección  $60^\circ$  al oeste del norte. Determine magnitud y dirección del desplazamiento resultante del auto:

- Primero elabore un diagrama que describa el recorrido del auto:



- Expresando los dos desplazamientos componentes como A y B, indicados en la figura y usando vectores unitarios, se tiene:  $R = A + B$ .
- R es el vector resultante buscado, cuya magnitud se denota utilizando el teorema de Pitágoras, se tiene:

$$R = \sqrt{V1^2 + V2^2}$$

$$R = \sqrt{(20\text{km})^2 + (35\text{km})^2}$$

$$R = \sqrt{(400\text{km}^2) + (1225\text{km}^2)}$$

$$R = \sqrt{1625\text{km}^2}$$

$$R = 40.31\text{Km}$$

### ACTIVIDAD 3

1. Enumere 10 ejemplos de cantidades escalares y vectoriales:

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

2. Describa las diferencias entre las cantidades escalares y cantidades vectoriales:

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

3. Resuelva el siguiente problema:

Dos niños amarran a un juguete dos cuerdas y jalan las cuerdas, las cuales forman un ángulo de  $45^\circ$  entre sí. Suponiendo que ambos aplican una fuerza de la misma magnitud igual a 60 N, ¿con qué fuerza y a qué dirección deberá moverse el juguete?

4. Encuentre la suma resultante de los siguientes vectores, empleando los métodos gráfico y analítico:

a. Un joven se dirige a una colonia ubicada a 50 metros al norte y de ese mismo lugar una señora se dirige al este y camina 80 metros, ¿a qué distancia está la señora del joven?

b. Un cartero se desplaza en tres lugares para entregar la correspondencia. Primero se desplaza 5 km hacia el noreste a  $45^\circ$  y 6 km al este. Determine el vector resultante.

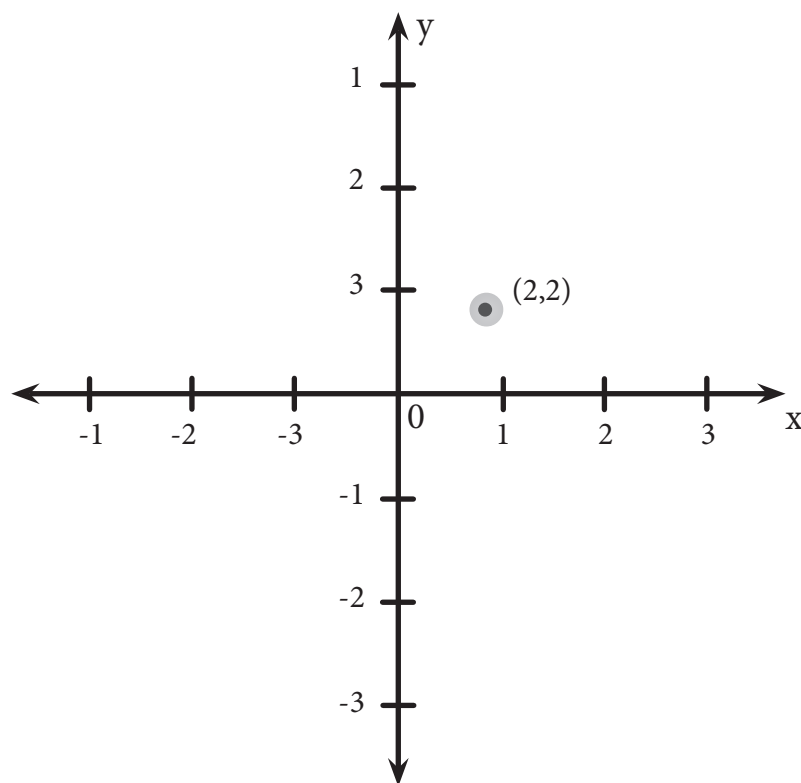
- c. ¿Cuál es la resultante de una fuerza de 5N dirigida horizontalmente a la derecha y una fuerza de 12 N dirigida verticalmente hacia arriba?
- d. Un hombre camina 16 m al este y después 24 m en una dirección de  $70^\circ$  al noreste. Encuentre el desplazamiento utilizando el método del paralelogramo (encuentre los componentes  $F_x$  y  $F_y$  del vector fuerza 260 m,  $60^\circ$ ).

# Marco de referencia y posición de una partícula ●●●

El primer paso en el estudio del movimiento es el establecimiento de un marco de referencia. Este ayuda a establecer los parámetros relacionados con la localización en el espacio.

Un marco de referencia consiste en un sistema de coordenadas que ayuda a describir la posición del objeto. Por ejemplo, un punto en una línea puede ser descrito con una coordenada.

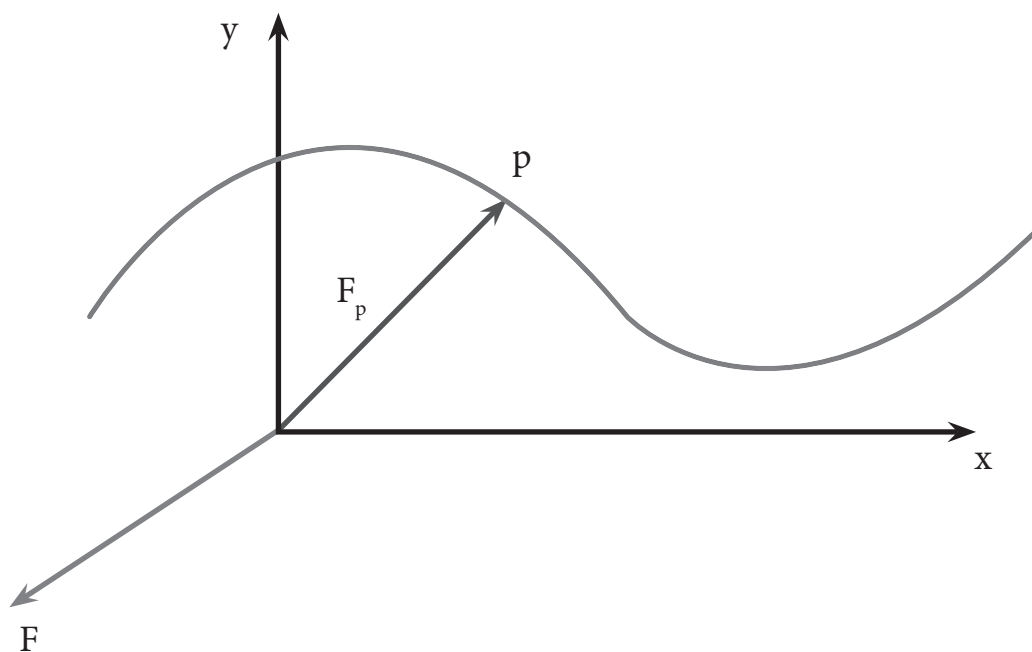
Un sistema de coordenadas utilizado para determinar la posición de un objeto consiste en un punto fijo de referencia, llamado el origen, y un conjunto de ejes con una escala apropiada. Observe la siguiente figura:



## Posición de una partícula

La posición de una partícula es un vector o magnitud vectorial que representa el punto donde se encuentra ubicada esa partícula en un instante de tiempo determinado con referencia a un punto de origen. Esa es la razón por la cual en mecánica clásica se habla de la posición como una cantidad vectorial (magnitud y dirección).

Si la posición permanece constante al pasar el tiempo, entonces se dice que el cuerpo se encuentra en reposo con respecto al origen de las coordenadas; pero si la posición varía con el tiempo, podemos concluir que el cuerpo está en movimiento con respecto al origen.

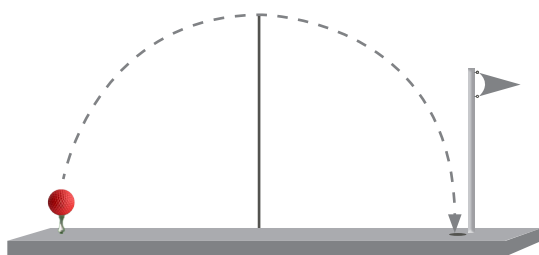


## Movimiento

El movimiento se refiere al cambio de ubicación en el espacio a lo largo del tiempo, tal como es medido por un observador físico.

La descripción del movimiento de los cuerpos físicos se denomina cinemática, esta disciplina pretende describir el modo en que un determinado cuerpo se mueve y qué propiedades tiene dicho movimiento. La Física clásica nació estudiando la cinemática de cuerpos rígidos.

## Trayectoria



Trayectoria curva de un objeto

La trayectoria es el recorrido que describe un objeto que se desplaza por el espacio. Una bala impulsada por un cañón, por ejemplo, describe una trayectoria curva.

Para la mecánica, la trayectoria equivale a los sucesivos lugares geométricos que un cuerpo ocupa mientras se mueve. Su determinación depende del lugar desde el cual se realiza la observación. La trayectoria de un cuerpo es, por lo general, una línea que goza de continuidad.

## Distancia

Es una magnitud escalar, significa cuánto ha viajado un objeto en su movimiento:

$$d = V \cdot t$$

La distancia es una magnitud que mide la relación de lejanía o cercanía entre dos cuerpos, objetos o individuos.

Para la geometría, la distancia entre dos puntos es la longitud del camino más corto entre ambos. Es decir, la medición del grado de cercanía que existe entre los dos.

La medición de la distancia, por ejemplo, es útil para determinar cuestiones tan diversas como el tiempo y la velocidad que requerirá la misma para ser cubierta a pie o en un vehículo, el tipo de comunicación que puede establecerse entre ambos puntos, o la diferencia de escenarios que ambos puntos sostienen entre sí.

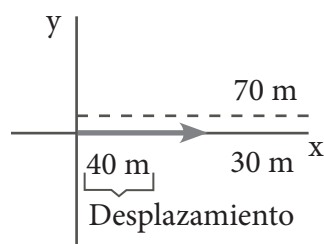
## Desplazamiento

Es un segmento de recta que une la posición inicial ( $p_i$ ) con la posición final ( $p_f$ ), por lo tanto, el desplazamiento es una magnitud vectorial, significa qué tanto varía la posición de un objeto y el vector; está definido por la diferencia entre dos posiciones (posición inicial y posición final). El desplazamiento y



la distancia en algunas situaciones son lo mismo, pero en otras no, observe el siguiente ejemplo:

Una persona camina 70 m al este, luego 30 m al oeste. La distancia total recorrida es de 100 m (la trayectoria se muestra punteada en negro); pero el desplazamiento se muestra como una flecha, que es de 40 m hacia el este.



## *Rapidez*

Es una magnitud escalar que refiere que tan rápido un objeto se está moviendo; cuando un objeto se mueve a menudo, cambia su rapidez.

## *Rapidez media*

Es el promedio de todas las rapidezces instantáneas que se encuentran sencillamente como distancia recorrida por tiempo empleado:

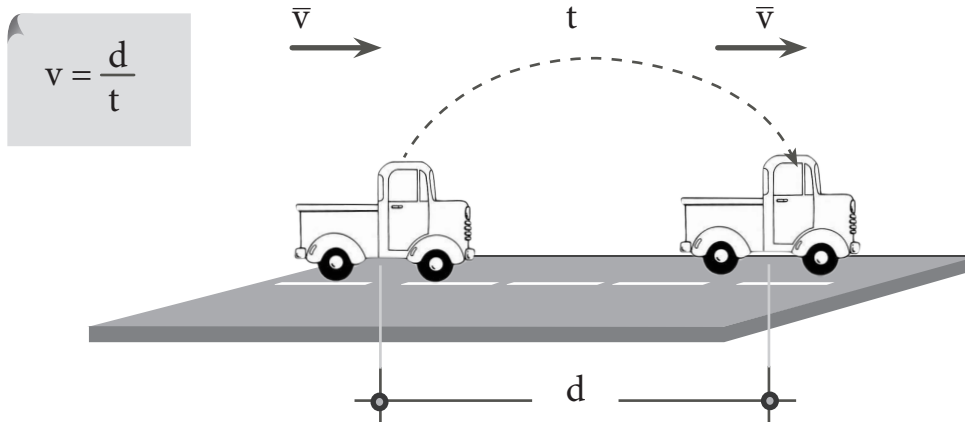
$$\bar{V} = \frac{d}{t}$$

## *Velocidad media*

Es el desplazamiento o distancia recorrida ( $d_2 - d_1$ ), dividido entre el tiempo transcurrido ( $t_2 - t_1$ ):

$$\bar{V} = \frac{\Delta d}{\Delta t} = \frac{(d_2 - d_1)}{(t_2 - t_1)}$$

## Movimiento rectilíneo uniforme



Donde:

$v$  = rapidez

$d$  = distancia o desplazamiento

$t$  = tiempo

La imagen indica el desplazamiento de un móvil.

El movimiento rectilíneo uniforme (MRU) fue definido, por primera vez, por Galileo en los siguientes términos: “Por movimiento igual o uniforme entiendo aquel en el que los espacios recorridos por un móvil en tiempos iguales, tómense como se tomen, resultan iguales entre sí”<sup>2</sup> o, dicho de otro modo, es un movimiento de velocidad constante.

De acuerdo a la primera ley de Newton, toda partícula permanece en reposo o en movimiento rectilíneo uniforme cuando no hay una fuerza neta que actúe sobre el cuerpo.

Esta es una situación ideal, ya que siempre existen fuerzas que tienden a alterar el movimiento de las partículas. El movimiento por naturaleza es inherente a los objetos, se puede decir que forma parte de la materia misma, dado que no se puede afirmar que algún objeto se encuentre en reposo total.

El MRU se caracteriza por:

- El movimiento que se realiza en una sola dirección en el eje horizontal.

<sup>2</sup>Sears, Francis W. *Física Universitaria*. México: Editorial Pearson Educación.

- b. Posee una velocidad constante, implica magnitud y dirección inalterables.
- c. La magnitud de la velocidad recibe el nombre de rapidez. Este movimiento no presenta aceleración (aceleración=0).

### *Relación matemática del MRU*

El concepto de velocidad es el cambio de posición (desplazamiento) con respecto al tiempo.

Fórmulas:  $V = \frac{d}{t}$ ,  $d = V \cdot t$ ,  $t = \frac{d}{V}$

Donde:

$V$  = velocidad       $d$  = distancia o desplazamiento       $t$  = tiempo

### **Ejemplos**

1. Un automóvil se desplaza con una rapidez de 30 m por segundo, con movimiento rectilíneo uniforme. Calcule la distancia que recorrerá en 12 segundos.

Analicemos los datos conocidos:

$$V = 30 \frac{\text{m}}{\text{seg}}$$

$$t = 12 \text{ seg}$$

$$d = x$$

Apliquemos la fórmula conocida:

$$t = \frac{d}{V} \Rightarrow d = V \cdot t \quad \text{y reemplacemos con los datos conocidos:}$$

$$d = V \cdot t = 30 \frac{\text{m}}{\text{seg}} \cdot 12 \text{ seg} = 360 \text{ m}$$

¿Qué se hizo para calcular la distancia (d)?

Se multiplicó la rapidez (v) por el tiempo (t), luego se simplificaron la unidad segundos y quedó el resultado final en metros recorridos en 12 segundos: 360 metros.

2. ¿Con qué rapidez se desplaza un móvil que recorre 774 metros en 59 segundos?

Analicemos los datos conocidos:

$$t = 59 \text{ seg}$$

$$d = 774 \text{ m}$$

$$v = x$$

Aplicamos la fórmula conocida para calcular la rapidez:

$$d = \frac{774 \text{ m}}{59 \text{ seg}} = 13,11 \frac{\text{m}}{\text{seg}}$$

3. Los dos automóviles de la figura parten desde un mismo punto, con movimiento rectilíneo uniforme. El amarillo (móvil A) se desplaza hacia el norte a 90 km por hora y el rojo (móvil B), hacia el sur a 80 km por hora. Calcular la distancia que los separa al cabo de 2 horas.

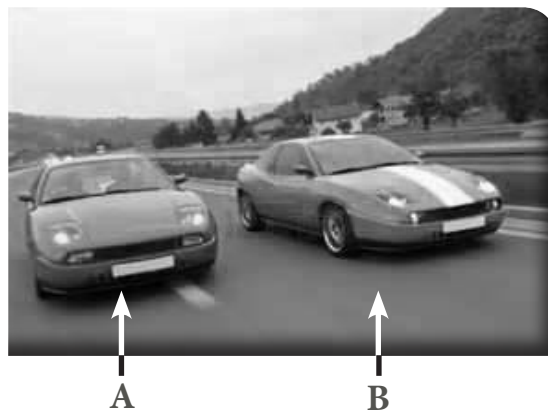
Datos

Para el móvil A:

$$v_A = 90 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

$$t_A = 2\text{h}$$

$$d_A = x$$



Para el móvil B:

$$v_B = 80 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

$$t_B = 2\text{h}$$

$$d_B = x$$

Se calcula la distancia que recorre el móvil A:

$$v_A = \frac{d_A}{t_A} \Rightarrow d_A = v_A \cdot t_A = 80 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot 2 \cancel{\text{h}} = 160 \text{ km}$$

Se calcula la distancia que recorre el móvil B:

$$v_B = \frac{d_B}{t_B} \Rightarrow d_B = v_B \cdot t_B = 90 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot 2 \cancel{\text{h}} = 180 \text{ km}$$

La suma de ambas distancias da 340 km, que es la distancia que separa a ambos automóviles luego de 2 horas de marcha.

4. El corredor de la figura trota de un extremo a otro de la pista en línea recta 300 m en 2,5 min. Luego se devuelve y trota 100 m hacia el punto de partida en otro minuto. Preguntas: ¿cuál es la rapidez promedio del atleta al recorrer ambas distancias?, ¿cuál es la rapidez media del atleta al recorrer los 400 metros?



Datos:

Para el primer tramo:

$$v_1 = x_1$$

$$t_1 = 2,5 \text{ min}$$

$$d_1 = 300 \text{ m}$$

Se calcula su rapidez:

$$v_1 = \frac{d_1}{t_1} = \frac{300 \text{ m}}{2,5 \text{ min}} = 120 \frac{\text{m}}{\text{min}}$$

Para el segundo tramo:

Se calcula su rapidez:

$$v_2 = \frac{d_2}{t_2} = \frac{100 \text{ m}}{1 \text{ min}} = 100 \frac{\text{m}}{\text{min}}$$

Rapidez promedio:

$$120 \frac{\text{m}}{\text{min}} + 100 \frac{\text{m}}{\text{min}} = \frac{220 \text{ m} \frac{\text{m}}{\text{min}}}{2} = 110 \frac{\text{m}}{\text{min}}$$

La rapidez promedio del atleta fue de 110 metros por minuto.

Ahora se calcula la velocidad media ( $v_m$ ) para recorrer los 400 metros:

$$v_m = \frac{d_{\text{total}}}{t_{\text{total}}} = \frac{400 \text{ m}}{3,5 \text{ min}} = 114,29 \frac{\text{m}}{\text{min}}$$

La rapidez media del atleta fue de 114,29 metros por minuto.

#### ACTIVIDAD 4

1. Defina con sus palabras los siguientes conceptos:

a. Movimiento rectilíneo uniforme:

---



---



---

b. Velocidad media:

---



---



---

c. Velocidad instantánea:

---

---

---

d. Trayectoria:

---

---

---

e. Desplazamiento:

---

---

---

2. Resuelva los siguientes problemas:

a. Un automóvil recorre 250 km en 5 horas. Calcule su velocidad en Km/h y m/s.

b. ¿Cuánto tardará un automóvil con MRU en recorrer una distancia de 600 km, si su velocidad es de 60 m/s?

c. Suponga que un tren bala en movimiento uniforme tarda 3 horas en recorrer una distancia de 750 km entre dos estaciones:

- ¿Cuál es la velocidad de este tren?
- ¿Cuál es la distancia que recorre en 0.5 horas?
- ¿Cuánto tiempo tardaría manteniendo la velocidad, para ir de una ciudad a otra que están separadas por 500 km?



3. Utilizando los siguientes materiales, desarrolle el procedimiento explicado en función del MRU:

- Metro
- Yeso o marcador
- Reloj con segundero
- Regla milimetrada
- Lápiz
- Cuaderno

Procedimiento:

a. Marque una línea recta de 8 m de largo con yeso o marcador en uno de los pasillos de su colegio o laboratorio.



- b. Un alumno del aula que mida sus pasos, va caminar sobre la línea marcada con paso continuo y normal cada uno de los metros marcados; otro de sus compañeros registrará los tiempos que tarda en caminar los 8 metros (se debe repetir 3 veces lo mismo para sacar el tiempo y la distancia promedio). Anote los resultados en la tabla 1:

Tabla 1

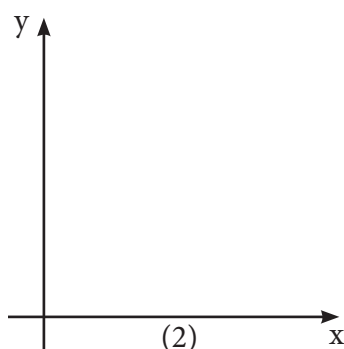
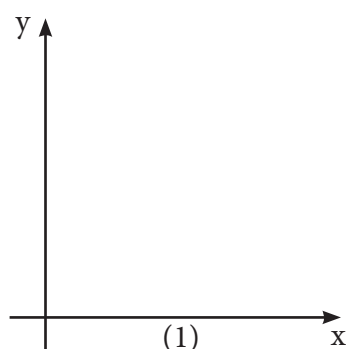
Distancia			Distancia promedio (m)	Tiempo(s)			Promedio $\Sigma t_3/n$	Velocidad $V = d/t \text{ (m/s)}$	Aceleración $a = v/t$
$d_1$	$d_2$	$d_3$		$T_1$	$T_2$	$T_3$			

- c. El mismo alumno realiza nuevamente la actividad anterior, pero esta vez saltará cada metro marcado en forma pausada y continua, hasta completar la línea marcada de 8 m (repita 3 veces para sacar el promedio de la distancia y del tiempo recorrido). Anote los resultados en la tabla 2:

Tabla 2

Distancia			Distancia promedio (m)	Tiempo(s)			Promedio $\Sigma t_3/n$	Velocidad $V = d/t \text{ (m/s)}$	Aceleración $a = v/t$
$d_1$	$d_2$	$d_3$		$T_1$	$T_2$	$T_3$			

- d. Grafique los resultados obtenidos: distancia-tiempo y velocidad, tablas 1 y 2, respectivamente, y analice e interprete los resultados:



- e. ¿Cómo es el movimiento realizado según los gráficos 1 y 2? ¿Por qué?

---

- f. ¿Cómo es la velocidad según el gráfico?

---

## Aceleración promedio

Un objeto cuya velocidad cambia, se dice que es sometido a una aceleración. Por ejemplo, un automóvil cuya velocidad aumenta desde cero hasta 80 km/h, está acelerando; dicha aceleración describe qué tan rápido es el cambio en la velocidad de un objeto.

La aceleración promedio se define como el cambio en la velocidad dividido por el tiempo que le toma realizar este cambio:

$$\text{Aceleración promedio} = \frac{(\text{cambio de velocidad})}{(\text{tiempo transcurrido})}$$

$$\bar{a} = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{(V_2 - V_3)}{(t_2 - t_3)}$$

# Movimiento rectilíneo uniformemente acelerado

## ●●● (MRUA)

El movimiento rectilíneo uniformemente acelerado es un tipo de movimiento frecuente en la naturaleza. Una bola que rueda por un plano inclinado o una piedra que cae en el vacío desde lo alto de un edificio, son cuerpos que se mueven ganando velocidad con el tiempo de un modo aproximadamente uniforme; es decir, con una aceleración constante.

En tiempos iguales un objeto adquiere iguales incrementos de rapidez, este es el significado del movimiento uniformemente acelerado.

En este tipo de movimiento sobre la partícula u objeto actúa una fuerza que puede ser externa o interna, la velocidad es variable, nunca permanece constante; lo que sí es constante es la aceleración.

La aceleración es la variación de la velocidad con respecto al tiempo. Pudiendo ser este cambio en la magnitud (rapidez), en la dirección o en ambos.

Las variables que entran en juego (con sus respectivas unidades de medida) al estudiar este tipo de movimiento son:

- Velocidad inicial  $V_o (m/s)$
- Velocidad final  $V_f (m/s)$
- Aceleración  $a \left( \frac{m}{s^2} \right)$
- Tiempo  $t (s)$
- Distancia  $d(m)$

Características del movimiento rectilíneo uniformemente acelerado:

- Cambia su posición al variar el tiempo.
- Su trayectoria es una línea recta.
- Su velocidad varía con el tiempo.
- Su aceleración es uniforme (constante).

Para efectuar cálculos que permitan resolver problemas de MRUA se utilizarán las siguientes fórmula:

	$V_i > 0$	$V_i = 0$
Aceleración	$a = \frac{V_f - V_i}{t}$	$a = \frac{V_f}{t}$
Velocidad final	$V_f = V_i + at$	$V_f = at$
	$V_f^2 = 2ad + V_i^2$	$V_f^2 = 2ad + V_i^2$
Velocidad inicial	$V_i = V_f - at$	0
Tiempo	$t = \frac{V_f - V_i}{a}$	$t = \frac{V_f}{a}$
Distancia	$d = \frac{V_i t + at^2}{2}$	$d = \frac{at^2}{2}$

### Consideraciones para resolver problemas

1. Obtener los valores numéricos de tres de las cinco variables. Definir la ecuación que refleje esas tres variables. Despejar y resolver numéricamente la variable desconocida.
2. Tener cuidado porque en algunas ocasiones un dato puede venir disfrazado, por ejemplo: un móvil que parte del reposo..., significa que su velocidad inicial es cero ( $V_o = 0$ ) ; en una prueba de frenado..., significa que su velocidad final es cero ( $V_f = 0$ ).

### Ejemplos

1. En dirección hacia el sur, un tren viaja inicialmente a 16 m/s; si recibe una aceleración constante de 2 m/s<sup>2</sup>, ¿qué tan lejos llegará al cabo de 20 s?, ¿cuál será su velocidad final en el mismo tiempo?

Datos:

$$v_0 = 16 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$a = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$t = 20 \text{ s}$$

$$d = x_1$$

$$v_f = x_2$$



Se conocen tres de las cinco variables, entonces se aplican las siguientes fórmulas:

- Primero la distancia que recorrerá durante los 20 segundos:

$$d = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} a \cdot t^2$$

$$d = 16 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 20 \text{ s} + \frac{1}{2} \left( 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right) \cdot (20 \text{ s})^2$$

$$d = 320 \text{ m} + \left( 1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 400 \text{ s}^2 \right)$$

$$d = 320 \text{ m} + 400 \text{ m}$$

$$d = 720 \text{ m}$$

- La velocidad final del tren transcurridos los 20 segundos:

$$v_f = v_0 + a \cdot t$$

$$v_f = 16 \frac{\text{m}}{\text{s}} + \left( 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right) \cdot (20 \text{ s})^2$$

$$v_f = 16 \frac{\text{m}}{\text{s}} + 40 \text{ m}$$

$$v_f = 56 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Respuestas:

El tren, que viaja a 16 m/s, es acelerado a 2 m/s, recorrerá 720 metros durante 20 segundos y alcanzará una velocidad de 56 m/s.

2. Un automóvil va a una velocidad de 20m/s y 5 s después a 30m/s. Calcule la aceleración:

Datos:

$$V_o = 20 \text{ m/s}$$

$$V_f = 30 \text{ m/s}$$

$$t = 5 \text{ s}$$

$$a = ?$$

$$\blacktriangleright a = \frac{V_f - V_i}{t} = \frac{30 \text{ m/s} - 20 \text{ m/s}}{5 \text{ s}} = \frac{10 \text{ m/s}}{5 \text{ s}} = 2 \text{ m/s}^2$$

3. Un tren entra a la estación con MRUA, en determinado instante su velocidad es de 10 m/s y 15 s, después es de 1 m/s. ¿Cuál será su aceleración?

Datos:

$$V_o = 10 \text{ m/s}$$

$$V_f = 1 \text{ m/s}$$

$$t = 15 \text{ s}$$

$$a = ?$$

$$\blacktriangleright a = \frac{V_f - V_i}{t} = \frac{1 \text{ m/s} - 10 \text{ m/s}}{15 \text{ s}} = \frac{-9 \text{ m/s}}{15 \text{ s}} = -0.6 \text{ m/s}^2$$

Nota: el signo negativo del valor de aceleración indica que el tren está desacelerando, es decir, que está disminuyendo su velocidad.

### ACTIVIDAD 5

1. Defina con sus palabras los siguientes conceptos:

- a. Movimiento uniformemente acelerado
- b. Aceleración
- c. Cronómetro
- d. Gravedad
- e. Objeto
- f. Partícula
- g. Posición
- h. Tiempo
- i. Velocidad
- j. Velocímetro

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

2. ¿Qué diferencia encuentra entre un movimiento rectilíneo uniforme y un movimiento uniformemente variado?

---

---

---

3. Desarrolle los siguientes ejercicios:

- a. Un auto marcha a una velocidad de 40 m/s y 10 s después de 60 m/s. Calcule su aceleración.
  
  
  
  
  
  
  
  
  
  
- b. Un automóvil mantiene una aceleración constante de 16 m/s. Si su velocidad inicial era de 40 m/s, ¿cuál será su velocidad después de 12 s?
  
  
  
  
  
  
  
  
  
  
- c. Un cuerpo en movimiento aumenta su velocidad uniformemente de 300 m/s a 500 m/s en 4 minutos. ¿Cuál es su velocidad media y que distancia recorrió en los 4 minutos?
  
  
  
  
  
  
  
  
  
  
- d. Una pelota de boliche sale disparada a 0.5 s, después de estar en posición de reposo. Si esta ha alcanzado una velocidad de 40m/s en este tiempo, ¿cuál fue la aceleración promedio?



- e. Represente en una gráfica la distancia, en función del tiempo, del movimiento de un auto que va a 80 m/s en 4 s. Utilice la fórmula:  $d = V \times t$  para encontrar los valores de la distancia.
- f. En tiempo de 1.00 s una partícula que se mueve con velocidad constante se localiza en -3.00 m y en tiempo de 6.00 s la partícula se localiza en 5.00 m:
- Grafique la posición como función del tiempo.
  - Determine la velocidad de la partícula a partir de la pendiente de esa gráfica.

## Caída libre .....

El movimiento de los cuerpos en caída libre (por la acción de su propio peso), es una forma de rectilíneo uniformemente acelerado.

La distancia recorrida ( $d$ ) se mide sobre la vertical y corresponde, por tanto, a una altura que se representa por la letra  $h$ .

En el vacío el movimiento de caída es de aceleración constante, siendo dicha aceleración la misma para todos los cuerpos, independientemente de cuáles sean su forma y su peso.

La presencia de aire frena ese movimiento de caída y la aceleración pasa a depender entonces de la forma del cuerpo. No obstante, para cuerpos aproximadamente esféricos, la influencia del medio sobre el movimiento puede despreciarse y tratarse, en una primera aproximación, como si fuera de caída libre.

La aceleración en los movimientos de caída libre, conocida como aceleración de la gravedad, se representa por la letra  $g$  y toma un valor aproximado de  $9.8 \text{ m/s}^2$ .

Si el movimiento considerado es de descenso o de caída, el valor de  $g$  resulta positivo, como corresponde a una auténtica aceleración. Si, por el contrario, es de ascenso en vertical, el valor de  $g$  se considera negativo, pues se trata, en tal caso, de un movimiento decelerado.

### *Fórmulas utilizadas en caída libre*

$$V_f = V_o + gt$$

$$t = \frac{V_f - V_o}{g}$$

$$V_f^2 = V_o^2 + 2gh$$

$$h = V_o t + \frac{1}{2} gt^2$$

### *Consideraciones para resolver problemas de caída libre*

Recuerde que cuando se informa que “un objeto se deja caer”, la velocidad inicial será siempre igual a cero ( $V_o = 0$ ).

En cambio, cuando se informa que “un objeto se lanza”, la velocidad inicial será siempre diferente a cero ( $V_o \neq 0$ ).

## Ejemplos

1. Desde la parte alta de este moderno edificio *se deja caer* una pelota, si tarda 3 segundos en llegar al piso, ¿cuál es la altura del edificio?, ¿con qué velocidad impacta contra el piso?

Datos:

$$V_0 = 0 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$t = 3 \text{ s}$$

$$g = 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$h = x$$



Desde lo alto se deja caer una pelota.

Para conocer la velocidad final ( $v_f$ ) se aplica la fórmula:

$$V_f = V_0 + g \cdot t$$

$$V_f = 0 \frac{\text{m}}{\text{s}} + 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 3 \text{ s}$$

$$V_f = 29,43 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Para conocer la altura ( $h$ ) del edificio, se aplica la fórmula:

$$h = V_0 \cdot t + \frac{1}{2} g \cdot t^2$$

$$h = 0 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 3 \text{ s} + \frac{1}{2} \left( 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right) \cdot (3 \text{ s})^2$$

$$h = 0 + \frac{1}{2} \left( 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right) \cdot 9 \text{ s}^2$$

$$h = 0 + \frac{1}{2} (88,29 \text{ m})$$

$$h = \frac{88,29}{2} \text{ m}$$

$$h = 44,15 \text{ m}$$

2. Una pelota de beisbol que se lanza hacia arriba desde el techo de un edificio, tiene una velocidad inicial de 20 m/s. Calcule:

- El tiempo requerido para alcanzar su altura máxima.
- Su velocidad después de 1.5 s.

Datos:

$$V_o = 20 \text{ m/s}$$

$$g = 9.8 \text{ m/s}^2$$

$$t = ?$$

$$h = ?$$

$$V_f = ?$$

$$t = \frac{V_f - V_i}{g} = \frac{0 - 20 \text{ m/s}}{-9.8 \text{ m/s}^2} = 2.04 \text{ s}$$

Cuando la pelota alcance la altura máxima, su velocidad final es cero ( $V_f = 0$ ).

Cuando el cuerpo es lanzado hacia arriba  $V_o$  y  $g$  son negativos:

$$V_f = V_o + gt = 20 \text{ m/s} + (-9.8 \text{ m/s}^2)(1.5 \text{ s}) = 20 \text{ m/s} - 14.7 \text{ m/s} = 5.3 \text{ m/s}$$

## Movimiento de subida o de tiro vertical ●●●

Al igual que la caída libre, este es un movimiento uniformemente acelerado, está sujeto a la aceleración de la gravedad ( $g$ ), solo que ahora la aceleración se opone al movimiento inicial del objeto.

A diferencia de la caída libre, que opera solo de bajada, el tiro vertical comprende subida y bajada de los cuerpos u objetos y posee las siguientes características:

- La velocidad inicial siempre es diferente a cero.
- Mientras el objeto sube, el signo de su velocidad ( $V$ ) es positivo.
- Su velocidad es cero cuando el objeto alcanza su altura máxima.
- Cuando comienza a descender, su velocidad será negativa.

- Si el objeto tarda, por ejemplo 2 s en alcanzar su altura máxima, tardará 2 s en regresar a la posición original, por lo tanto, el tiempo que permaneció en el aire el objeto es 4 s.
- Para la misma posición del lanzamiento la velocidad de subida es igual a la velocidad de bajada.

Para resolver problemas con movimiento de subida o tiro vertical, utilizamos las siguientes fórmulas:

$$V_f = V_o - gt$$

$$t = \frac{V_f - V_i}{-g}$$

$$h = \frac{V_f^2 - V_o^2}{-2g}$$

$$V_o^2 = 2gh$$

## Ejemplos

1. Un objeto es eyectado verticalmente y alcanza una altura máxima de 45 m desde el nivel de lanzamiento. Considerando la aceleración de gravedad igual a  $10 \text{ m/s}^2$  y despreciando efectos debidos al roce con el aire, ¿cuánto tiempo duró el ascenso?

Datos:

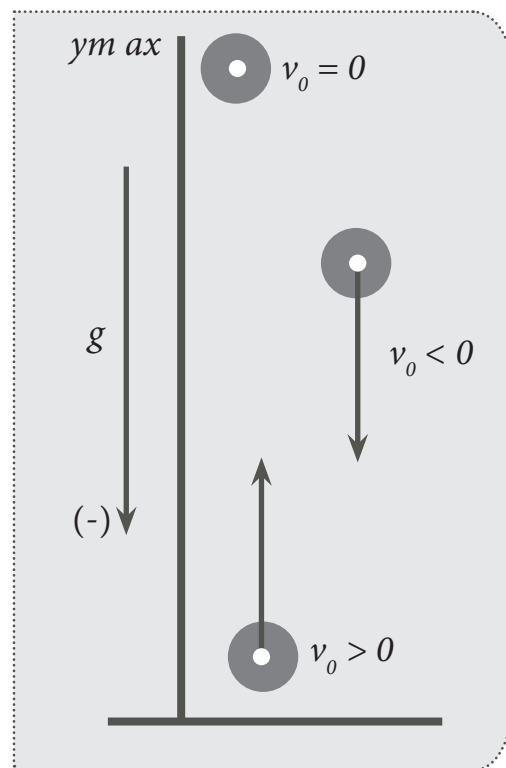
$$h = 45 \text{ m}$$

$$g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$V_f = 0$$

$$V_o = x$$

$$t = x$$



La imagen describe un lanzamiento vertical.

Primero se necesita calcular la velocidad inicial ( $V_0$ ), para ello se usa la fórmula:

$$V_o^2 = 2 gh = 2 \left( 10 \frac{m}{s^2} \right) (45 m) = 900 \frac{m^2}{s^2}$$

$$V_o = \sqrt{900 \frac{m^2}{s^2}} = 30 \frac{m}{s}$$

Para conocer el tiempo que demora el objeto en llegar a velocidad cero (altura máxima = 45 m) se utiliza la fórmula:

$$t = \frac{V_f - V_i}{g} = \frac{0 m/s - 30 m/s}{-10 m/s^2} = 3s$$

Respuesta:

El objeto demora 3 segundos en llegar a 45 metros de altura máxima.

2. Se lanza verticalmente hacia arriba una pelota con una velocidad inicial de 30 m/s. Calcule:
  - a. Tiempo que tarda en alcanzar su altura máxima.
  - b. Altura máxima.
  - c. Posición y velocidad de la pelota a los 2 s de haberse lanzado.
  - d. Velocidad y posición de la pelota a los 5 s de haber sido lanzada.
  - e. Tiempo que la pelota estuvo en el aire desde que se lanza hasta que retorna a tierra.

Datos:

$$h = x$$

$$g = 9.8 \frac{m}{s^2}$$

$$V_f = 0$$

$$V_o = 30 m/s$$

$$t_1 = 2s$$

$$t_2 = 5s$$

$$t_{total} = x$$

Para conocer el tiempo que demora la pelota en llegar a velocidad cero (altura máxima) se utiliza la fórmula:

$$t = \frac{V_f - V_i}{g} = \frac{0 \text{ m/s} - 30 \text{ m/s}}{-9.8 \text{ m/s}^2} = 3.06s$$

La pelota llega a la altura máxima a los 3.06 segundos y como el tiempo de bajada es igual al de subida, este se multiplica por dos para conocer el tiempo total que permanece en el aire (6.12 segundos). Ahora se calcula la altura máxima, la que alcanza cuando su velocidad final llega a cero:

$$h = \frac{V_f^2 - V_o^2}{-2g} = \frac{(0 \text{ m/s})^2 - (30 \text{ m/s})^2}{-2(9.8 \text{ m/s}^2)} = \frac{900 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}}{-19.62 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 45.87\text{m}$$

La altura máxima que alcanza la pelota hasta detenerse en el aire es de 45.87 metros (desde allí empieza a caer).

Seguidamente se calcula la velocidad que tuvo cuando habían transcurrido 2 s. Se aplica la fórmula, considerando la velocidad como final a los 2 segundos:

$$V_f = V_o - gt = 30 \text{ m/s} - 9.8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} (2s) = 30 \text{ m/s} - 19.62 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 10.30 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Entonces, la velocidad que llevaba la pelota hacia arriba, a los 2 segundos, fue de 10.38 metros por segundo. Con este dato, se puede calcular la altura que alcanzó en ese momento (2 segundos):

$$\begin{aligned} h &= \frac{V_f^2 - V_o^2}{-2g} = \frac{(10.30 \text{ m/s})^2 - (30 \text{ m/s})^2}{-2(9.8 \text{ m/s}^2)} = \frac{(107.74 \text{ m/s})^2 - (300 \text{ m/s})^2}{-2(9.8 \text{ m/s}^2)} \\ &= \frac{792.26 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}}{-19.62 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 40.38 \text{ m} \end{aligned}$$

A los 2 segundos la pelota alcanzó una altura de 40.38 metros. Entonces, se puede calcular su velocidad cuando han transcurrido 5 segundos usando la misma fórmula:

$$V_f = V_o - gt = 30 \text{ m/s} - 9.8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} (5\text{s}) = 30 \text{ m/s} - 49.05 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 19.05 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

El que se obtenga -19.05 metros por segundo, indica que la pelota va cayendo. Al llegar a su altura máxima la pelota tiene velocidad cero, pero a los 5 segundos informados se le debe restar los 3.06 segundos durante los que la pelota ha ascendido hasta su altura máxima y desde donde empieza a caer. Entonces, se tiene:

$5 \text{ s} - 3.06 \text{ s} = 1.94 \text{ segundo}$  de caída libre y su velocidad la dará la fórmula:

$$v_f = v_o + g \cdot t$$

Pero, ahora la velocidad inicial es cero, entonces:

$$V_f = V_o + gt = 0 \text{ m/s} + 9.8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} (1.94 \text{ s}) = 19.05 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Ahora se puede calcular la altura a que ha llegado la pelota a los 5 segundos; es decir, cuando va cayendo y lleva una velocidad de 19.03 metros por segundo:

$$h = \frac{V_f^2 - V_o^2}{-2g} = \frac{(19.3 \text{ m/s})^2 - (30 \text{ m/s})^2}{-2 (9.8 \text{ m/s}^2)} = \frac{537.86 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}}{-19.62 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 27.41 \text{ m}$$

Transcurridos 5 segundos, la pelota va cayendo y se encuentra a 27. 41 metros de altura.



**ACTIVIDAD 6**

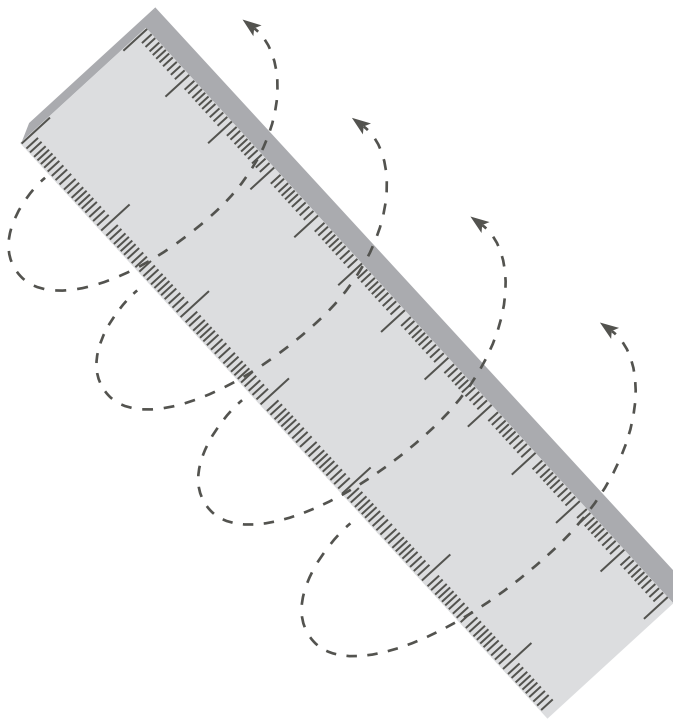
Desarrolle los siguientes ejercicios:

1. Un cohete que despegue de su base de lanzamiento alcanza una velocidad vertical de  $140 \text{ m/s}$  en  $9 \text{ s}$ . Encuentre:
  - a. Aceleración
  - b. Altura alcanzada después de  $9 \text{ s}$
  - c. Velocidad alcanzada después de  $3 \text{ s}$
  
2. Se deja caer un ladrillo desde un puente a  $80 \text{ m}$  sobre el nivel del agua. Encuentre:
  - a. ¿Cuánto tiempo permanece el ladrillo en el aire?
  - b. ¿Con qué velocidad golpea el ladrillo en el agua?
  
3. Desde lo alto de un edificio se deja caer un ladrillo,  $10 \text{ s}$  después se estrella en la calle. Encuentre:
  - a. La altura del edificio
  - b. ¿Cuál es su velocidad final?

-

# ●●● Movimiento circular uniforme

Un movimiento circular uniforme es aquel que describe una trayectoria circular y recorre espacios (ángulos) iguales en tiempos iguales.



A medida que el objeto gira con rapidez constante, la fuerza hacia el centro del movimiento producida por la tensión del cordel describe una trayectoria circular.

La imagen describe el movimiento circular de la regla.

## *Periodo y frecuencia del movimiento circular uniforme*

- Periodo ( $T$ ): es el tiempo que emplea un móvil en describir una vuelta entera. Se le designa con la letra  $T$  y se mide en segundos.
- Frecuencia ( $n$ ): es el número de vueltas que el móvil da en un segundo, se representa con la letra  $n$ .
- El móvil al describir una vuelta emplea un tiempo  $T$  (periodo), entonces la frecuencia ( $n$ ) será igual al inverso del periodo:

$$n = \frac{1}{T}$$

- A partir de la fórmula de frecuencia ( $n$ ) se obtiene la del periodo ( $T$ ):

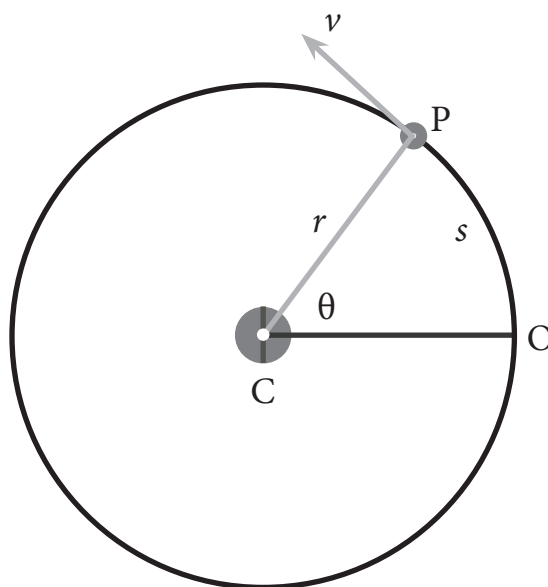
$$T = \frac{1}{n}$$

- El periodo ( $T$ ) es igual al inverso de la frecuencia ( $n$ ).

## Posición angular ( $\theta$ )

Esta se representa por un vector que es perpendicular al plano donde pertenece la trayectoria circular y apunta en el sentido que avanza un tornillo de rosca derecha cuando gira en el sentido del ángulo  $\theta$ .

Por ejemplo, imagine que se tiene una piedra amarrada a una cuerda y se mueve en círculos de radio ( $r$ ). En un instante de tiempo ( $t$ ) el móvil (en este caso la piedra) se encuentra en el punto P. Su posición angular (lo que la piedra ha recorrido en la circunferencia) viene dada por el ángulo  $\theta$ , formado por el punto P, el centro de la circunferencia C y el origen O (desde donde empezó a girar la piedra).



Imaginemos el punto rojo (P) como una piedra que gira amarrada al punto C.

## Desplazamiento angular ( $\Delta\theta$ ) ●●●

Es la distancia recorrida por un cuerpo que sigue una trayectoria circular y se expresa frecuentemente en radianes (rad), grados ( $^\circ$ ), ciclos (c) o revoluciones (rev).

Para determinar el desplazamiento angular se restan los vectores que representan las posiciones angulares inicial y final. La resta es un vector perpendicular al plano del movimiento circular y con dirección hacia donde apunta el vector mayor.

Puesto que la circunferencia entera de un círculo es precisamente  $2\pi$  veces el radio, en un círculo completo hay  $2\pi$  RAD:

$$1 \text{ rev} = 2\pi \text{ rad} = 360^\circ$$

$$\pi = 3.1416 > 1 \text{ rad} = 360^\circ / 2\pi = 57.3^\circ$$

## Velocidad angular

Cuando un objeto se mueve en una circunferencia, este llevará una velocidad cuando recorre un espacio, pero también recorre un ángulo.

Para tener una idea de la rapidez con que algo se está moviendo con movimiento circular, se ha definido la velocidad angular ( $\omega$ ) como el número de vueltas que da el cuerpo por unidad de tiempo.

Si un cuerpo tiene gran velocidad angular, quiere decir que da muchas vueltas por segundo. Dicho de manera sencilla: en el movimiento circular la velocidad angular está dada por la cantidad de vueltas que un cuerpo da por segundo. En el movimiento circular la velocidad angular está dada por el ángulo recorrido ( $\theta$ ) dividido por unidad de tiempo. Este resultado se puede expresar en grados por segundo o en rad por segundo:

$$\text{Velocidad angular } (\omega) = \frac{(\text{ángulo } n \text{ recorrido } (\Delta\theta))}{(\text{tiempo empleado } (\Delta t))}$$

$$\omega = \frac{\theta}{t}$$

$\omega$  = velocidad angular en rad/s

$\theta$  = desplazamiento angular en rad

$t$  = tiempo en segundos en que se efectuó el desplazamiento angular

La velocidad angular también se puede determinar si se sabe el tiempo que tarda en dar una vuelta completa o periodo (T):

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

# Velocidad angular media ●●●

La velocidad angular media es igual al cambio de la posición angular dividida por el intervalo de tiempo:

$$\omega_m = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$$

## Ejemplos

Una niña en el caballito de un carrusel, recorre un ángulo de  $90^\circ$ ,  $180^\circ$  y  $360^\circ$ , respectivamente, en los 5 primeros segundos, a los 10 segundos de iniciar el movimiento y a los 20 segundos. Calcule:

- ¿Cuántos radianes a descrito en cada caso?
- ¿Cuál es la velocidad angular de este movimiento?

Solución:

- En los 5 primeros segundos ha descrito  $90^\circ = \frac{\pi}{2}$  radianes.
- A los 10 segundos de iniciar el movimiento ha recorrido  $180^\circ = \pi$  radianes.
- A los 20 segundos de iniciar el movimiento ha recorrido  $360^\circ = 2\pi$  radianes.

La velocidad angular es de:

$$\omega = \frac{\theta}{t} = \frac{90^\circ}{5} = 18^\circ/\text{s}$$

La velocidad angular es en los tres casos la misma, ya que describe ángulos iguales en tiempos iguales, es decir, si en 10 segundos recorre  $180^\circ$ , en 5 será la mitad ( $90^\circ$ ) y si en 20 segundos recorre  $360^\circ$ , en 10 segundos la mitad ( $180^\circ$ ) y en 5 segundos  $90^\circ$ ; luego deducimos que es un movimiento circular uniforme, donde el módulo de la velocidad permanece constante.

## Velocidad tangencial o lineal (V) .....

Es el cociente entre la distancia (arco) recorrida y el tiempo empleado. Para calcularla se utiliza la siguiente fórmula:

$$V = \frac{(\text{arco recorrido})}{\text{tiempo empleado}} = \frac{2\pi r}{T}$$

$$V = \frac{2\pi r}{T}$$

Donde:

V = Velocidad

$\pi$  = Constante (3.1416)

r = radio

$2\pi r$  = longitud de la circunferencia

T = periodo

Las unidades de la velocidad tangencial estarán determinadas por unidades de longitud sobre unidades de tiempo: m/s, cm/s, ft/s, etcétera.

### Ejemplo

Calcular la velocidad tangencial de un móvil que describe una circunferencia de 10 cm de radio en 0.2 segundos:

r = 10 cm

V = ¿?

$$V = \frac{2\pi r}{T} = \frac{2(3.1416)(10\text{cm})}{(0.2\text{ s})} = 314\text{cm/s}$$

# Aceleración centrípeta●●●

La aceleración centrípeta (también llamada aceleración normal) es una magnitud relacionada con el cambio de dirección de la velocidad de una partícula en movimiento cuando recorre una trayectoria curvilínea.

Cuando una partícula se mueve en una trayectoria curvilínea, aunque se mueva con rapidez constante, su velocidad cambia de dirección, ya que es un vector tangente a la trayectoria y en las curvas dicha tangente no es constante.

La aceleración centrípeta está provocada por una fuerza real requerida para que cualquier observador inercial pudiera dar cuenta de cómo se curva la trayectoria de una partícula que no realiza un movimiento rectilíneo.

La aceleración en el movimiento circular se conoce como aceleración centrípeta, porque la aceleración va dirigida hacia un centro fijo. Las fórmulas para hallar la aceleración centrípeta es la siguiente:

Donde  $V$  es la velocidad tangencial y  $r$  es el radio de la circunferencia en la que se mueve el objeto y  $\omega$  es la velocidad angular:

$$a_r^{(cen)} = \frac{v^2}{r}$$

$$a_r^{(cen)} = r\omega^2$$

## Glosario

**Diagonal:** es todo segmento que une dos vértices no consecutivos de un polígono o de un poliedro.

**Frecuencia:** es el número de vueltas que el móvil da en un determinado tiempo alrededor de un objeto.

**Paralelogramo:** es un tipo especial de cuadrilátero (un polígono formado por cuatro lados) cuyos lados son paralelos dos a dos.

**Periodo:** es el tiempo que emplea un móvil en describir una vuelta entera alrededor de un objeto.

**Polígono:** es una figura plana compuesta por una secuencia finita de segmentos consecutivos que cierran una región en el espacio.



**Vector:** es una herramienta geométrica utilizada para representar una magnitud física definida por su módulo (o longitud), su dirección (u orientación) y su sentido.



## Actividad metacognitiva

Con base a lo que ha aprendido, responda lo siguiente:

1. El conocimiento de los tipos de movimientos que tienen los objetos le hace comprender mejor las situaciones rutinarias. ¿Por qué?

---

---

---

---

2. Ante cualquier cuerpo en movimiento podrá describir sus características en cuanto al desplazamiento, rapidez, velocidad, aceleración o caída. ¿Por qué?

---

---

---

---

3. ¿Considera que adquirió nuevos aprendizajes al estudiar los temas de esta unidad? ¿Puede mencionar cuáles?

---

---

---

4. ¿Qué contenidos de los estudiados considera importantes para su aplicación en su vida habitual? ¿Por qué?

---

---

---

---

## Autoevaluación

### I. Selección única

Instrucciones: a continuación debe discriminar entre las alternativas que se le ofrecen, cuál es la correcta para el enunciado.

1. Una persona camina 3 metros en una dirección y, enseguida, 4 metros en otra dirección perpendicular a la anterior. Si en todo el movimiento demoró 5 segundos, entonces:
  - a. La magnitud de su velocidad media fue de 1 m/s
  - b. Su vector desplazamiento mide 5 metros
  - c. La distancia recorrida mide 7 metros
  - d. Su rapidez media fue de 1.4 m/s
  
2. Una persona sale de su casa a dar una vuelta de 600 metros, volviendo 20 minutos después. Si la casa se toma como origen del sistema de referencia, entonces es correcto afirmar que:
  - a. Su rapidez media fue de 4 m/s
  - b. Su velocidad media fue de 5 m/s
  - c. Su velocidad media fue de 0 m/s
  - d. Su aceleración fue de 0 m/s<sup>2</sup>

3. Se dejan caer libremente y al mismo tiempo dos piedras, cada una desde la boca de un pozo diferente, midiéndose los tiempos que demoran en tocar el fondo de cada uno de ellos. No se toma en cuenta la resistencia del aire, pero si el tiempo de la primera es de 1 segundo y el tiempo de la segunda es de 2 segundos, entonces con respecto a las profundidades de ambos pozos, podemos decir que:
- El segundo pozo es el doble más profundo que el primero
  - El segundo pozo es cuatro veces más profundo que el primero
  - El segundo pozo es ocho veces más profundo que el primero
  - Faltan más datos para poder decidir
4. Un macetero de 10 kg cae libremente desde un balcón y demora 2 s en llegar al suelo. ¿Cuánto demora en llegar al suelo otro macetero de 20 kg si es dejado caer desde la misma altura?
- 0,5 s
  - 1,0 s
  - 2,0 s
  - 4,0 s
5. Lea las siguientes expresiones:
- Al término de 10 segundos el camino recorrido y el valor del desplazamiento son iguales.
  - Al término de 20 segundos el camino recorrido y el desplazamiento son iguales.
  - Cuando han transcurrido 20 segundos, el camino recorrido es de 200 metros y el desplazamiento es nulo.
  - En los primeros 10 segundos avanza con rapidez constante y en los siguientes 10 retrocede con igual rapidez.
  - En los primeros 10 segundos avanza con rapidez constante y luego en los 10 segundos siguientes frena hasta detenerse.
- ¿Cuál de las siguientes opciones contiene las correctas?
- I, II, V
  - I, III, IV
  - II, III, V
  - II, V

## II. Práctico

Instrucciones: desarrolle los ejercicios que a continuación se le presentan:

1. ¿Cuánto vale el ángulo mínimo con el que tiene que salir un balón de fútbol, lanzado por un delantero, si quiere salvar una barrera de jugadores de 1,90 m de altura que se encuentran situados a una distancia de 11 m, si golpea el balón con una velocidad inicial de 100 km/h?

2. Un disco tarda 10 segundos en pasar del reposo a girar a 180 rev/min. ¿Cuántas vueltas da en ese tiempo?

3. Un cuerpo describe una circunferencia de 5 m de radio con una velocidad de 3,5 m/s. ¿Cuál es su aceleración tangencial?

4. Un saltador de longitud bate con un ángulo de  $45^\circ$ , 10 cm antes de la línea de marca. Si la marca realizada es de 8,90 m, ¿cuál era su velocidad al iniciar el salto? (Tenga en cuenta que se mide a partir de la línea de marca).

5. Un disco tarda 3 s en pasar del reposo a girar a 78 rev/min. ¿Cuántas vueltas da en ese tiempo?

6. Un niño lanza hacia arriba una pelota desde el balcón de su casa que está a una altura de 7 m. Sabiendo que la pelota sube durante 0,3 s, determine:

- La velocidad con la que el niño lanza la pelota hacia arriba.
- La altura máxima que alcanza la pelota.
- El tiempo transcurrido hasta que la pelota toca el suelo.
- La velocidad con la que la pelota llega al suelo.

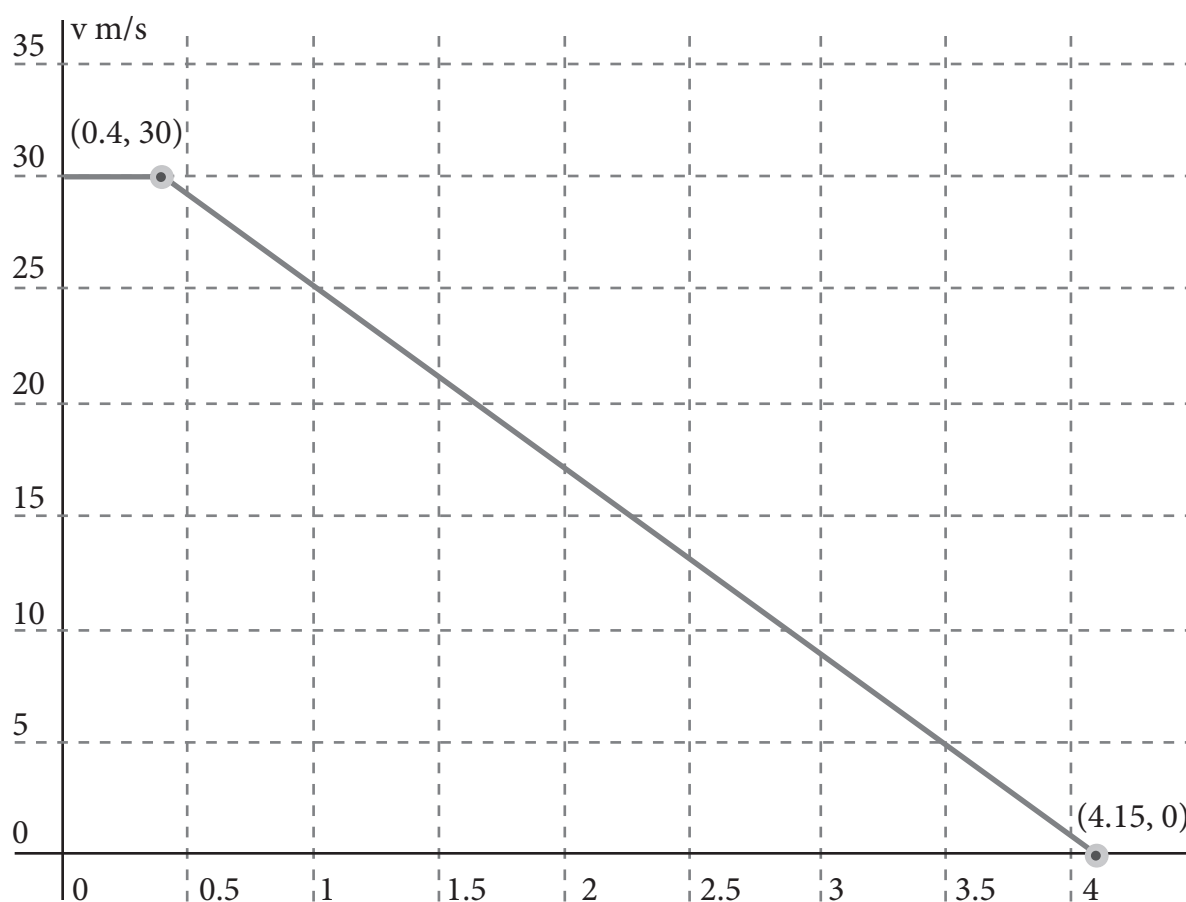
7. Un camión circula a 95 km/h y un coche que está a 40 m de él, a la misma velocidad, decide adelantarle. Si acelera, ¿qué tiempo tardará en completar el adelantamiento si para ello debe rebasarlo 15 m? ¿Cuál será la velocidad que lleva en ese momento?

8. Desde la azotea de un edificio de 80 m de alto se lanza horizontalmente una pelota y golpea en el suelo a 60 m de la base. ¿Cuál fue la rapidez con que se lanzó la pelota?

9. Un avión de combate, que vuela horizontalmente sobre el océano a 1800 km/h, suelta una bomba. Ocho segundos después, la bomba hace impacto en el agua:
- ¿A qué altitud volaba el avión?
  - ¿Qué distancia recorrió la bomba horizontalmente?
  - ¿Cuál es la magnitud y dirección de la velocidad de la bomba justo antes de hacer impacto?
10. Una pulidora de alta velocidad tiene un disco de 10 cm de diámetro que gira a 1500 rpm. Determine la aceleración de un punto situado en el borde del disco y la distancia que este recorre en 3 segundos.
11. Un dispositivo para entrenar pilotos de aviones y astronautas está diseñado para que una persona gire en un círculo horizontal de 10 m de radio sometida a una aceleración de 7.85 g. ¿Con qué rapidez gira? Exprésela en km/h.
12. Suponiendo una órbita circular, ¿cuál es la aceleración de la Tierra en su movimiento alrededor del Sol? Dato: Distancia media Tierra-Sol: 150 millones de km.

13. Un ciclista corre en un velódromo circular de 160 m de diámetro con velocidad constante de 36 km/h. Determine la aceleración centrípeta que actúa sobre la bicicleta y en cuántos minutos el ciclista completa 20 vueltas.
14. Un coche deportivo recorre una pista circular de 400 m de diámetro con velocidad constante de 180 km/h. Determine:
- a. La frecuencia del movimiento en rpm
  - b. El período
  - c. El tiempo necesario para que el coche recorra 800 m
  - d. La aceleración centrípeta que experimenta el piloto en términos de la gravedad
15. Un conductor que marcha a 108 km/h ve un obstáculo a 100 m y frena a fondo para tratar de evitarlo. Si su tiempo de reacción es de 0,4 s y la gráfica de su frenada es la de la figura 1:

Figura 1



- ¿Qué espacio recorrerá antes de accionar el freno?
- Calcule gráfica y analíticamente el espacio que ha recorrido en el tiempo de frenado.
- ¿Choca contra el objeto?



16. Clasifique las siguientes magnitudes como escalares o vectoriales: masa, velocidad, aceleración, temperatura, fuerza, densidad, presión.

17. Un ciclista marcha a 25 km/h y frena antes de llegar a una curva hasta una velocidad de 12 km/h en 2,5 s. ¿Qué aceleración ha sufrido? ¿Qué espacio ha recorrido durante la frenada? Si el radio de las ruedas es de 35 cm, ¿con qué velocidad giran antes de tomar la curva?

18. Desde una ventana de 5,5 m de altura se lanza hacia arriba una pelota de tenis con una velocidad de 4 m/s. Determine la altura máxima a la que llega la pelota de tenis, la velocidad con la que llega al suelo, el espacio que recorre y el tiempo que está en el aire.

## Bibliografía ●●●

Herrera Aguayo, Macarena. Et al (2009). *Física*. Chile: Editorial Santillana.

Hijar Juarez, Humberto. Et al (2010). *Física I*. Editorial Santillana.

Maiztegui, Sabato (1973). *Física*. Argentina: Editorial Kapeluz.

Sears, Francis W. Et al (2004). *Física Universitaria*. México: Editorial Pearson Educación.

Serway, Raymond A. y Jewett, Jhon W. (2005). *Física I y II. Texto basado en cálculo*. México: Editorial Thomson.

Serway, Raymond A. y Faughn Jerry. (2007). *Física para bachillerato general*. México: Editorial Thomson.

Tippens, Paul (2001). *Física: conceptos y aplicaciones*. México: Editorial M<sup>c</sup> Graw Hill.