

# Actividades extra tutoría/extra ●●● curriculares

## UNIDAD I

Organizar junto con su tutor, una práctica de aplicación de los números reales en el aula, tratar que cada alumno promueva una propiedad de los números reales, observemos los siguientes 6 alumnos:

Alumno # 1: Puede hacer una dinámica donde él proponga que el resultado de sumar dos números reales es otro número real, por ejemplo puede decir que:  $4+7=11$ , donde 4, 7, 11 R, a esta ley le llamamos ley natural, interna o de clausura.

Lo mismo puede suceder de acuerdo a la creatividad tutor/estudiante, con las otras propiedades, como:

Alumno # 2: La propiedad asociativa  $\rightarrow (a+b)+c=a+(b+c)$

Ejemplo:  $(2+3)+4 = 2+(3+4)$

$$5+4 = 2+7$$

$$9 = 9$$

El orden de agrupar los sumandos no varía el resultado

Alumno # 3: La propiedad conmutativa  $\rightarrow a+b=b+a$

Ejemplo:  $2+3 = 3+2$

$$5 = 5$$

El orden de los sumandos no varía la suma.

Alumno # 4: La propiedad del elemento neutro  $\rightarrow a+0=a$ .

Ejemplo:  $2+0=2$

La suma de cualquier número con cero es igual al número original.

Alumno # 5: La propiedad de suma de opuestos  $\rightarrow a+(-a)=0$ .

Ejemplos:

- $2+(-2) = 0$
- $-12+12) = 0$

Los números son opuestos si al sumarlos obtenemos como resultado el cero.

Alumno # 6: La propiedad el opuesto del opuesto  $\rightarrow -(-a)=a$ .

Ejemplo:  $-(-4)=4$

El opuesto del opuesto de un número es igual al mismo número.

Anexos

Al trabajar con números reales es de suma importancia conocer muy bien la jerarquía de las operaciones, que en la presente unidad las hemos manejado en cada uno de los ejercicios propuestos como ejemplos.

En una operación combinada se debe de resolver primero:

- Lo que contiene los paréntesis y eliminarlos.
- En segundo lugar las potencias y las raíces
- En tercer lugar las multiplicaciones y divisiones.
- En último lugar quedan a resolver las sumas y restas.

A continuación se le presenta un cuadro donde ud como alumno va identificar estos indicadores para la solución de un problema con operaciones combinadas, de acuerdo a los problemas que a continuación se le presentan.

Instrucciones: dados los siguientes ejercicios en el siguiente cuadro escriba a la par de éste el orden para su solución.

Daré un ejemplo para que ud como estudiante pueda realizar lo que se le pide en la siguiente tabla. Si tenemos la siguiente operación:

$$32 \div 4^2 - 2(8 - 3 \div 3) + \sqrt{16}$$

<b>Operación combinada</b>	<b>Lo primero</b>	<b>Lo segundo</b>	<b>Lo tercero</b>	<b>Lo cuarto</b>
$32 \div 4^2 - 2(8 - 3 \div 3) + \sqrt{16}$	$(8 - 3 \div 3)$	$4^2$ y $\sqrt{16}$	$32 \div 4^2$ y $2(8 - 3 \div 3)$	Sumas y restas

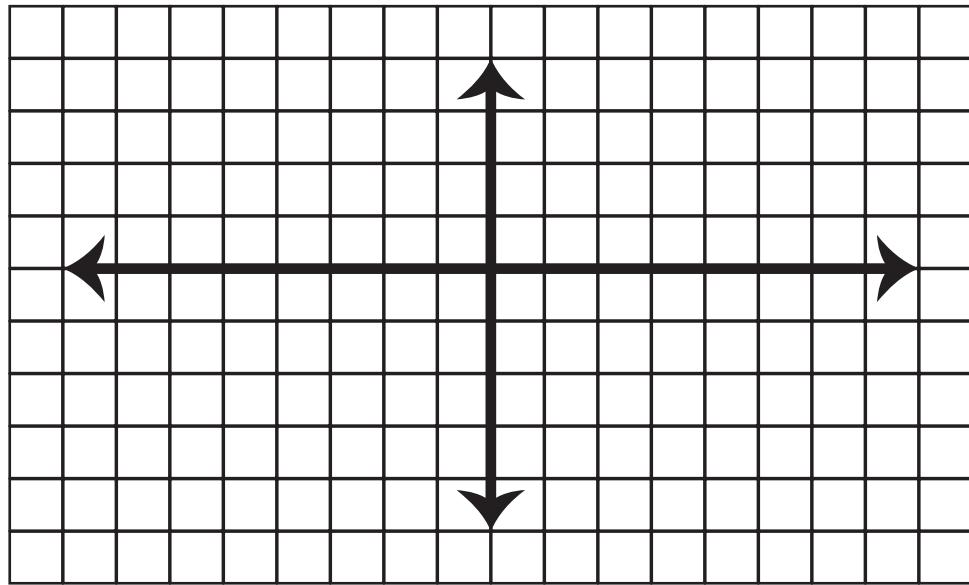
Operación combinada	1ra solución	2da solución	3ra solución	4ta solución
$8-5x^3+8-15\div 3x^2=-9$				
$\frac{3 \times 5 + 7}{2 \quad 4} \div \frac{4 - 8 + 9}{3 \quad 2} = \frac{87}{40}$				
$8+(12\div 2-5)-(4-6+2)+10=19$				
$0.25-0.75+0.5\div 2.5+1.25x^4=4.7$				
$3+\sqrt{16}-12\div 3+14\times 2=37$				
$-(-5+3-2)\div 2 \times \sqrt{9\div 2}(-3)=-1$				
$4[2-(4\div 2+5\times 6)3+10\div 2-3]3=-1104$				
$2^3\div 2^2+8-2-\sqrt{16}\times 4\div 8=6$				
$2\{2[5+(1^2\times 4)-(\sqrt{9\div 3})-3]-4\}3=36$				

## UNIDAD II

Para poder reforzar en los alumnos la graficación binómica de números complejos hacemos la siguiente actividad con ellos junto al tutor a cargo.

En la cuadrícula siguiente con un plano cartesiano (ejes color rojo) intrínseco, hacer que los participantes grafiquen lo siguiente:

- |                 |           |
|-----------------|-----------|
| a) $2-3i$       | f) $0$    |
| b) $1/2+3/4 i$  | g) $-2-i$ |
| c) $-4i$        | h) $-5$   |
| d) $6$          | i) $4i$   |
| e) $\sqrt{3} i$ |           |



Los siguientes alumnos graficarán el opuesto y el conjugado de:

(Recomendación: por cada inciso hacer una cuadrícula con su respectivo eje cartesiano y recordar que son tres afíos por cada inciso.)

a)  $2-4i$

b)  $3+2i$

c)  $-2-3i$

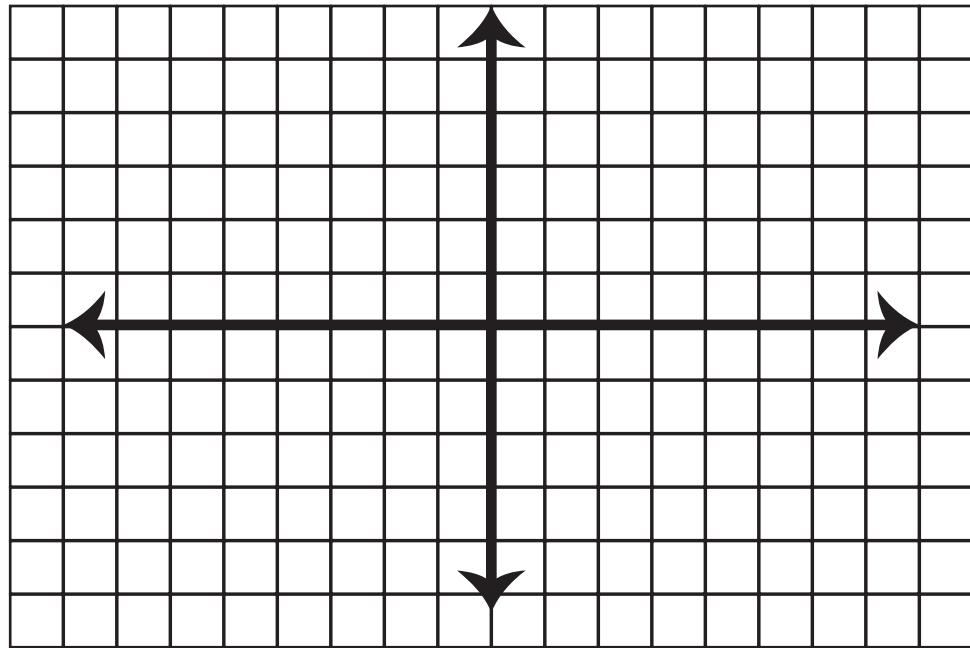
d)  $-2+3i$

e) 5

f) 0

g)  $3i$

h)  $-3i$



-Un tercer grupo de alumnos graficará el opuesto y el conjugado de:

a)  $2-4i$

b)  $3+2i$

c)  $-2-3i$

d)  $-2+3i$

e) 5

f) 0

g)  $3i$

h)  $-3i$

## Anexos.

Planteamiento de una ecuación de segundo grado, a partir de soluciones complejas dadas.

Saber conformar una ecuación cuadrática a partir de soluciones dadas es de suma importancia ya que es el proceso inverso cuando encontramos las soluciones de un trinomio igual a cero, que amerita el empleo de los métodos de factorización que ya hemos estudiado en grados anteriores.

\*\*Por ejemplo si nos dicen que escribamos una ecuación de segundo grado que tenga por soluciones las siguientes respuestas:

$$x_1 = 1+2i$$

$$x_2 = 1-2i$$

El coeficiente del término lineal lo representaremos por “S” y al término independiente lo representaremos por “P”, así:

$$x^2 - Sx + P = 0$$

Para encontrar S, sumamos las dos soluciones dadas:

$$S = (1+2i) + (1-2i) = 2$$

Para encontrar P, multiplicamos las dos soluciones dadas:

$$P = (1+2i) \cdot (1-2i) = 1-2i+2i-4i^2 = 1-4(-1) = 1+4 = 5$$

Sustituimos S y P en la ecuación supuesta, así:

$$x^2 - 2i + 5 = 0$$

Otro de los métodos para encontrar el trinomio cuadrático es a través de la conformación de los factores binomiales.

Si, las soluciones son:

$$x_1 = 1+2i$$

$$x_2 = 1-2i$$

$$\text{Entonces: } [x-(1+2i)] [x-(1-2i)] = (x-1-2i)(x-1+2i) \rightarrow x^2 - 2x + 5 = 0$$

\*\*Podemos abordar otro ejemplo con soluciones monomiales, digamos que tenemos la solución de una ecuación cuadrática, así:

$$x_1 = i$$

$$x_2 = -i$$

Pasos:

a)  $x^2 - Sx + P = 0$

b)  $S = i + (-i) = i - i = 0$

c)  $P = i \cdot -i = -i^2 = -(-1) = 1$

d)  $x^2+1 = 0$

Utilizando el segundo método.

$$x_1 = i$$

$$x_2 = -i$$

$$(x-i)(x+i) = x^2 + xi - xi - i^2 = x^2 - i^2 = x^2 - (-1) \rightarrow x^2 + 1 = 0$$

Usted como alumno(a) puede intentar resolver los siguientes ejercicios utilizando los dos métodos que se han expuesto en este anexo.

a)  $x_1 = 3+2i$

$$x_2 = 3-2i$$

b)  $x_1 = 1+i$

$$x_2 = 1-i$$

c)  $x_1 = 2i$

$$x_2 = -2i$$

### Unidad III

Para poder reforzar en los alumnos la idea de números consecutivos usando el Álgebra hacemos la siguiente actividad con ellos junto al tutor a cargo.

En los siguientes rectángulos vamos a escribir algunos números consecutivos

expresados en forma verbal como algebraicamente ,hacer que los participantes, escriban estos números en los rectángulos (usar papel cartulina), así:

Números consecutivos usados en Álgebra para la solución de problemas de aplicación

Un número consecutivo: se obtiene sumando una unidad al anterior, así:

$n+1$ , Donde n es cualquier número entero. Ejemplos: 2 y 3 o 158 y 159.

Números pares consecutivos: se obtiene sumando dos unidades al anterior

número par, así:  $2n+2$ , Donde n es cualquier número entero. Ejemplo: 4 y 6 o 158 y 160

Números impares consecutivos: se obtiene sumando dos unidades al anterior número impar, así:

$(2 \cdot n - 1) + 2$ , Donde n es cualquier número entero.

$(2 \cdot n + 1) + 2$ , Donde n es cualquier número entero

Ejemplo: 5 y 7 o 151 y 153

Normalmente en los problemas de aplicación con ecuaciones lineales se hacen las proposiciones siguientes:

**Dos números consecutivos:  $x + (x+1)$** 

El primer número es  $x$

El segundo número es  $(x+1)$

Si  $x=2$ , entonces:  $2+(2+1)=2+3$

Ejemplo de aplicación real.

Encuentre dos números consecutivos, cuyo producto sea 132.

La ecuación es:  $x(x+1)=132$ , al desarrollar la ecuación, los números son: 11 y 12.

**Dos números consecutivos pares:  $2x + (2x+2)$** 

El primer número es  $2x$

El segundo número es  $(2x+2)$

Si  $x=2$ , entonces:  $4+(4+2)=4+6$

Ejemplo de aplicación real.

Encuentre dos números pares consecutivos, que sumados sea 66.

La ecuación es:  $x+(x+2)=66$ , al desarrollar la ecuación, los números son: 32 y 34.

Dos números consecutivos impares:  $(2x+1)+(2x+3)$

Normalmente podemos utilizar la expresión siguiente:  $x+(x+2)$

El primer número es  $(2x+1)$

El segundo número es  $(2x+3)$

Si  $x=2$ , entonces:  $5+(4+3)=5+7$

Ejemplo de aplicación real.

Encuentre dos números impares consecutivos, que sumados sea 400.

La ecuación es:  $x+(x+2)=400$ , al desarrollar la ecuación, los números son: 199 y 201.

El conocer estos conceptos matemáticos son de gran importancia en el lenguaje algebraico para ecuaciones lineales, hace que un problema de aplicación sea más consecuente.

### Anexos.

Al resolver ecuaciones que van desde las más simples a las más complejas, nos olvidamos de algunas situaciones que nos dejan las ecuaciones lineales o de primer grado, como ser los siguientes aspectos:

- a. Su composición como ecuación
- b. El método de solución (transposición de términos)
- c. Resolver una ecuación con paréntesis
- d. Resolver una ecuación con denominadores

En este apartado vamos a hacer un esbozo de estas situaciones que tienden a olvidarse y que en este momento trataré que sean recordadas para lo sucesivo que nos depara el futuro con ecuaciones.

**Las ecuaciones de primer grado con una incógnita** es una igualdad en la que figura una letra sin exponente y que es cierta para un solo valor de la letra, a este valor se le llama solución de la ecuación.

Ejemplo:

$$4x+10=6x-2$$

La solución de la ecuación es:  $x=6$ , porque:  $4 \cdot 6 + 10 = 34$  y  $6 \cdot 6 - 2 = 34$

La solución de la ecuación no es:  $x=4$  ya que  $4 \cdot 4 + 10 = 26$  y  $6 \cdot 4 - 2 = 22$   
(Solución al azar o encontrada sin procedimiento).

En una ecuación se pueden distinguir varios elementos:

- **Incógnita:** Es la letra que aparece en la ecuación.
- **Coeficientes:** Son los números o fracciones que acompañan a la incógnita.
- **Términos independientes:** Son los números o fracciones que no acompañan a la incógnita.
- **Primer miembro:** Es todo lo que hay a la izquierda del signo igual.
- **Segundo miembro:** Es todo lo que hay a la derecha del signo igual.

Intentemos aplicar lo explicado anteriormente y comprobemos si hay igualdad o no en las siguientes proposiciones (Escriba una V o una F):

- a. ¿Es  $x = 2$  solución de la ecuación:  $8x - 2 = 6x + 2?$  \_\_\_\_\_
- b. ¿Es  $x = 8$  solución de la ecuación:  $4x + 6 = 8x - 10?$  \_\_\_\_\_
- c. ¿Es  $x = -4$  solución de la ecuación:  $4x - 6 = 8x + 10?$  \_\_\_\_\_
- d. ¿Es  $x = 22/7$  solución de la ecuación:  $10x - 8 = -4x + 36?$  \_\_\_\_\_

## Resolución de ecuaciones sencillas.

Para resolver ecuaciones de primer grado sencillas, es decir para encontrar la solución, se realizan los siguientes pasos:

- Se colocan todos los términos que llevan incógnita en el primer miembro y todos los términos independientes en el segundo miembro, teniendo en cuenta que cuando un término cambia de miembro también cambia de signo.
- Se agrupan los términos semejantes, es decir se agrupan todos los términos con incógnita del primer miembro por un lado y todos los términos independientes del segundo miembro por otro lado.
- Si la incógnita lleva coeficiente, se pasa al segundo miembro dividiendo, si la división no sale exacta se puede dejar el resultado en forma de fracción.

Ejemplo: Resolver la ecuación:  $5x + 6 - 4x = -4 + 3x - 8$

Con el siguiente ejercicio seguimos los pasos anteriores, así:

$5x - 4x + 6 = 3x - 4 - 8 \rightarrow$  Ordenamos la expresión en cada miembro

$5x - 4x - 3x = -4 - 8 - 6$  Transponemos variables y términos independientes

$5x - 7x = -18 \rightarrow$  Simplificamos cada miembro

$-2x = -18 \rightarrow$  Despejamos para x, pasando -2 a dividir

$x = (-18) / (-2) = 9 \rightarrow$  Respuesta, valor de x

Resuelve las siguientes ecuaciones, siguiendo los pasos de resolución:

a)  $2x + 10 = 16$

b)  $10x - 8 = 8x$

c)  $45x = 180 + 40x$

d)  $9x - 1 = 107 - 3x$

e)  $2x + 3 = x - 9$

f)  $4x - 2 = x + 10$

g)  $3x - 7 = 17$

h)  $5x+8 = 7x-32$

i)  $2x+7-5x = 8+x-12$

### **Resolución de ecuaciones con paréntesis.**

Para resolver ecuaciones de primer grado con paréntesis, es decir para encontrar la solución, se realizan los siguientes pasos:

- Si hay paréntesis se quitan aplicando la propiedad distributiva.
- Se colocan todos los términos que llevan incógnita en el primer miembro y todos los términos independientes en el segundo miembro, teniendo en cuenta que cuando un término cambia de miembro también cambia de signo.
- Se agrupan los términos semejantes, es decir se agrupan todos los términos con incógnita del primer miembro por un lado y todos los términos independientes del segundo miembro por otro lado.
- Si la incógnita lleva coeficiente, se pasa al segundo miembro dividiendo, si la división no sale exacta se puede dejar el resultado en forma de fracción.

Ejemplo: Resolver la ecuación:  $5(2x + 3) - 4x = -4 + 3(x - 4)$

$$10x + 15 - 4x = -4 + 3x - 12 \rightarrow \text{Quitamos paréntesis, prop. distributiva}$$

$$10x - 4x - 3x = -15 - 4 - 12 \rightarrow \text{Hacemos transposición de términos}$$

$$3x = -31 \rightarrow \text{Simplificamos términos semejantes}$$

$$x = \frac{-31}{3} = -\frac{31}{3} \rightarrow \text{Respuesta}$$

Resuelve las siguientes ecuaciones con paréntesis:

a)  $3(x-1) = x+11$

b)  $3x+7 = 2(8+x)$

c)  $5(4+x) = 7x-2$

d)  $5(3x+2) = 8(9 - 2x)$

e)  $38+7(x-3) = 9(x-1)$

f)  $2(3x-7)+6 = 4x-3(2-2x)$

g)  $11x+4 = 3(1-2x)+1$

h)  $7(3x+2)-5(4x-3) = 4(x-2)+1$

## Resolución de ecuaciones con denominadores.

Para resolver ecuaciones de primer grado con denominadores, es decir para encontrar la solución, se realizan los siguientes pasos:

- Si hay paréntesis se quitan aplicando la propiedad distributiva.
- Si hay un denominador se quita multiplicando todos los términos de la ecuación por ese denominador y después se efectúan las divisiones indicadas.
- Si hay varios denominadores se quitan multiplicando todos los términos de la ecuación por el mínimo común múltiplo de los denominadores y después se efectúan las divisiones indicadas.
- Se colocan todos los términos que llevan incógnita en el primer miembro y todos los términos independientes en el segundo miembro, teniendo en cuenta que cuando un término cambia de miembro también cambia de signo.
- Se agrupan los términos semejantes, es decir se agrupan todos los términos con incógnita del primer miembro por un lado y todos los términos independientes del segundo miembro por otro lado.
- Si la incógnita lleva coeficiente, se pasa al segundo miembro dividiendo, si la división no sale exacta se puede dejar el resultado en forma de fracción.

Ejemplo: Resuelva las siguientes ecuaciones:

a)  $5(x+2) = 1 + \frac{x}{2}$  La ecuación con denominador

$$5x+10 = 1 + \frac{x}{2} \quad \text{Prop. Distributiva miembro de la izquierda}$$

b)  $\frac{x}{2} + \frac{2x}{3} = 2x - 10$  La ecuación con denominador

$$\text{m.c.m } (2,3)=6 \rightarrow \frac{6x}{2} + \frac{12x}{3} = 12x - 20 \rightarrow 3x + 4x = 12x - 20$$

$3x + 4x - 12x = -20$  Transponiendo términos

$-5x = -60$  Simplificamos y -5 pasa a dividir

$$x = \frac{-60}{5} = -12 \quad \text{Respuesta}$$

Resuelve las siguientes ecuaciones con denominadores:

a)  $3x + \frac{x}{2} = 4$

b)  $5 + \frac{2x}{3} = 4x - 7$

c)  $2 + 6x = 8 - \frac{4x}{6}$

d)  $\frac{x+2}{3} - 1 = \frac{2x-1}{4}$

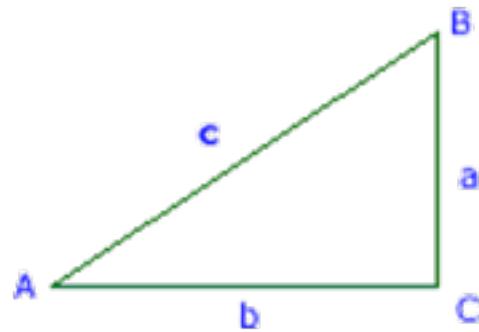
e)  $\frac{4x-1}{6} + 2 = \frac{3x-1}{8}$

f)  $\frac{3x-2}{4} + 5 = \frac{x+3}{2}$

## IV UNIDAD

Para poder reforzar en los alumnos la idea de introducirnos más a ese gran apartado de las Matemáticas como es la trigonometría, es necesario conocer muy bien el concepto de función trigonométrica, su formación y desde luego como funcionan en un triángulo rectángulo es pertinente que busquemos formas didácticas para este aprendizaje como es la siguiente actividad que podemos hacerla alumnos y tutor a cargo.

- a. Podemos dibujar en una cartulina el siguiente triángulo rectángulo:



- b. Como sabemos que las razones trigonométricas que se desprenden de un triángulo rectángulo, son las distintas razones existentes entre los lados de un triángulo rectángulo, por eso podemos hacer otra cartulina dibujando sobre ella estas funciones para memorizarlas y que un alumno de los participantes pueda explicar previa preparación la relación entre el primer dibujo (triángulo rectángulo) y el segundo dibujo (Funciones trigonométricas).

Vamos a escribir en la segunda cartulina, su título:

Razones trigonométricas de un triángulo rectángulo.

Seno: de un ángulo como la razón entre el cateto opuesto al ángulo y la hipotenusa.

$$\operatorname{Sen} A = \frac{\text{Cateto opuesto}}{\text{hipotenusa}} = \frac{a}{c}$$

Recordar que llamamos: cateto = lado a y b, hipotenusa = lado c

Coseno: de un ángulo como la razón entre el cateto contiguo al ángulo y la hipotenusa.

$$\operatorname{Cos} A = \frac{\text{Cateto contiguo (adyacente)}}{\text{hipotenusa}} = \frac{b}{c}$$

Tangente: de un ángulo como la razón entre el cateto opuesto y el contiguo.

$$\operatorname{Tan} A = \frac{\text{Cateto opuesto}}{\text{Cateto contiguo(adyacente)}} = \frac{a}{b}$$

Cosecante: de un ángulo como la razón entre la hipotenusa y el cateto opuesto. Se deduce que la cosecante es 1 entre el seno

$$\operatorname{Csc} A = \frac{\text{hipotenusa}}{\text{Cateto opuesto}} = \frac{c}{a}$$

Secante: de un ángulo como la razón entre la hipotenusa y el cateto contiguo, Se deduce que el secante es 1 entre el coseno.

$$\operatorname{Sec} A = \frac{\text{hipotenusa}}{\text{Cateto contiguo}} = \frac{c}{b}$$

Cotangente: de un ángulo es la razón entre el cateto contiguo y el cateto opuesto. Se deduce que el cotangente es 1 entre la tangente.

$$\text{CotA} = \frac{\text{cateto contiguo}}{\text{cateto opuesto}} = \frac{b}{a}$$

- c. Para las deducciones o las otras funciones que se desprenden de las anteriores funciones, hacemos otra cartulina, donde uno de los participantes explica la otra forma que se pueden expresar:

$\text{TanA} = \frac{\text{SenA}}{\text{CosA}}$	$\text{SecA} = \frac{1}{\text{CosA}}$
$\text{CotA} = \frac{1}{\text{TanA}}$	$\text{CscA} = \frac{1}{\text{SenA}}$

### Anexos.

Cuando trabajamos con trigonometría y queremos hacer transformaciones de las formas usadas en esta área de las Matemáticas haciendo uso de otro instrumento como es la calculadora científica, no nos percatamos como usar este instrumento científico por eso es necesario dar algunos lineamientos de usuario para que nuestro trabajo sea menos tedioso y quizás más eficaz, por eso presentamos el:

Uso de la calculadora trabajando con Trigonometría.

Dado un ángulo  $\alpha$  obtener sus razones trigonométricas.

1. Por ejemplo el  $\sin 28^\circ 30'$  (se lee: 28 grados con 30 minutos)

Pon la calculadora en modo DEG teclea  $\sin 28^\circ 30' = 0.477158760$   
(forma decimal)

\*\*En algunas calculadoras hay que pulsar la tecla *sin* después de introducir el ángulo, compruebe cómo funciona su calculadora.

2. Si queremos obtener el  $\cos \alpha$  ó  $\tan \alpha$  procederemos de la misma forma pero pulsando las teclas *cos* y *tan* respectivamente. Dada una razón obtener el ángulo  $\alpha$  correspondiente.

Con el mismo valor que tienes en la pantalla: 0.477158760

Comprueba que la calculadora sigue en modo DEG teclea SHIFT sin  
 $0.477158760 = 28.499999998 \approx 28.5$

Obtenemos: 28.5 en grados.

Si queremos grados, minutos y segundos, pulsamos:  $28.5^\circ = 28^\circ 30'$

### Ejercicios para comprobar.

- Comprueba con tu calculadora que:

$$\sin 30^\circ = 0.5$$

$$\cos 60^\circ = 0.5$$

$$\tan 45^\circ = 1$$

- Comprueba que en un triángulo el ángulo  $\alpha=0.6$ , equivale a:  $36.87^\circ$  y que el ángulo  $\beta=0.8$ , equivale a:  $53.13^\circ$  y que por el criterio de la suma de los

ángulos internos de un triangulo es igual a  $180^\circ$  se puede comprobar que:

$$\alpha = 36.87^\circ + \beta = 53.13^\circ, \text{suman } 90^\circ$$

Nota: recuerda que el símbolo: =(grados,minutos y segundos) , es una tecla.  
Recuerde que la calculadora científica que se uso para esta exposición fue una Casio fx-82MS(se puede adquirir en cualquier puesto de venta de electrónicos).

Suma y resta usando la herramienta de Microsoft Office Excel.

La importancia de hacer operaciones manualmente es de suma importancia para el conocimiento científico que muchos de nosotros amamos, ya que indagar la verdad es parte de la filosofía con la cual todos nacemos, pero después de conocer a ciencia cierta algo que se ha aprendido se puede hacer uso de las bondades que la tecnología nos ofrece, pues mucho tiempo atrás hemos aprendido hacer todo manipulando cerebro, lápices, nuestras manos con una intencionalidad que satisfaga una necesidad.

Les presento como sumar y restar matrices usando la tecnología de Excel, a manera que surja una inspiración para intentar este trabajo usando la tecnología.

Para poder sumar o restar matrices, éstas deben tener el mismo orden, es decir, deben tener el mismo número de filas y de columnas. Para sumar o restar se suman o restan los términos que ocupan el mismo lugar en las matrices.

Ejemplos ilustrativos, dadas las matrices:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix} \text{ y } B = \begin{bmatrix} 2 & -2 & -3 \\ 4 & -1 & -3 \end{bmatrix}$$

Calcular:

- A+B
- A-B
- B-A

Solución manual

$$1. \quad A + b = \begin{bmatrix} 1 + 2 & 2 + (-2) & 3 + (-3) \\ 4 + 4 & 5 + (-1) & 6 + (-3) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 8 & 4 & 3 \end{bmatrix}$$

$$2. \quad A - b = \begin{bmatrix} 1 - 2 & 2 - (-2) & 3 - (-3) \\ 4 - 4 & 5 - (-1) & 6 - (-3) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 4 & 6 \\ 0 & 6 & 9 \end{bmatrix}$$

$$3. \quad A - b = \begin{bmatrix} 2 - 1 & 2 - 2 & 3 - 3 \\ 4 - 4 & -1 - 5 & -3 - 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & -4 & -6 \\ 0 & -6 & -9 \end{bmatrix}$$

Los cálculos en Excel se muestran a continuación:

- Escribir las matrices A y B. Seleccionar las casillas en donde se calculará la respuesta, que para este ejemplo es E4:E5

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	$A =$	$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$				$B =$	$\begin{pmatrix} 2 & -2 & -3 \\ 4 & -1 & -3 \end{pmatrix}$		
2									
3									
4	$A + B =$								
5									

- Digitar el  $=$ , seleccionar las celdas de la matriz A (B1:D2), digitar el  $+$ , y seleccionar las celdas de la matriz B (G1:I2), es decir, digite la fórmula  $=B1:D2+G1:I2$

MMULT									$\times$	$\checkmark$	$f_x$	=B1:D2+G1:I2	
	A	B	C	D	E	F	G	H	I				
1	$A =$	$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$				$B =$	$\begin{pmatrix} 2 & -2 & -3 \end{pmatrix}$						
2		$\begin{pmatrix} 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$											
3													
4	$A + B =$	$=B1:D2+G1:I2$											
5													

- Presione CTRL+ SHIFT+ENTER al mismo tiempo

Portapapeles									Fuente				
	A	B	C	D	E	F	G	H	I				
1	$A =$	$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$				$B =$	$\begin{pmatrix} 2 & -2 & -3 \end{pmatrix}$						
2		$\begin{pmatrix} 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$											
3													
4	$A + B =$	$=B1:D2+G1:I2$											
5		$\begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \end{pmatrix}$					$\begin{pmatrix} 8 & 4 & 3 \end{pmatrix}$						

- Los demás cálculos se muestran en la siguiente figura

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	$A =$	$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$				$B =$	$\begin{pmatrix} 2 & -2 & -3 \end{pmatrix}$		
2		$\begin{pmatrix} 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$							
3									
4	$A + B =$	$\begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \end{pmatrix}$							
5		$\begin{pmatrix} 8 & 4 & 3 \end{pmatrix}$							
6		$\{=B1:D2+G1:I2\}$							
7									
8	$A - B =$	$\begin{pmatrix} -1 & 4 & 6 \end{pmatrix}$							
9		$\begin{pmatrix} 0 & 6 & 9 \end{pmatrix}$							
10		$\{=B1:D2-G1:I2\}$							
11									
12	$A + B =$	$\begin{pmatrix} 1 & -4 & -6 \end{pmatrix}$							
13		$\begin{pmatrix} 0 & -6 & -9 \end{pmatrix}$							
14		$\{=G1:I2-B1:D2\}$							

## Bibliografía y fuentes de consultas



*Algebra* de Baldor

*Algebra elemental*, Gordon Fuller.

*Algebra lineal*, Stanley L, Grossman

*Algebra y trigonometría con geometría analítica*, Swokowski Earl W.

## ● ● ● Soluciones al Repaso de Álgebra

	<b>Respuestas a: Repaso Álgebra</b>		<b>Productos Notables</b>
a	$R=49x^2+154x+121$	g	$R=(m-n)(m^2+mn+n^2)$
b	$R=x^{2a+2}-2x^{2a-1}+x^{2a-4}$	h	$R=(1+a)(1-a+a^2)$
c	$R=n^3+12n^2+48n+64$	i	$R=1-b^3-3ab^2-3a^2 b-a^3$
d	$R=1-3a^3+3a^6-a^9$	j	$R=3ab^2+3ba^2+2a^3+b^3$
e	$R=a^4-4a^2-45$	k	$R=7a^3+3a^2-3a+1$
f	$R=a^{2x}+5a^x-24$	l	$R=3yx^2-3xy^2+26x^3+y^3$
#	<b>Respuestas a: Repaso Algebra /factor común</b>		
1	$R=4x(2x-1)$		
2	$R=b(b+1)$		
3	$R=x^3(1-4x)$		
4	$R=5m^2(3m+1)$		
5	$R=2x(3x+1)$		
6	$R=-x(x^4-x^2-1)$		

#	<b>Respuestas a: Repaso Algebra /T.C.P.</b>
1	$R/=(a+2b)(a+2b)$
2	$R/=(0.5x+2)(0.5x+2)$
3	$R/=(x-1)(x-1)$
4	$R/=(m-5)(m-5)$
5	$R/=(1-a^3)(1-a^3)$
6	$R/=(1-a^5)(1-a^5)$
7	$R/=(p-2)(p-2)$
#	<b>Respuestas a: Repaso Algebra /Trinomios fact. por tanteo</b>
1	$R/=(x+3)(x+2)$
2	$R/=(x+1)(x+3)$
3	$R/=(y-2)(y+6)$
4	$R/=(x-7)(x+2)$
5	$R/=(x+2)(x+5)$
6	$R/=(x-2)(x+5)$
#	<b>Respuestas a: Repaso Algebra /Trinomios fact. por método tijera</b>
1	$R/=(2x-3)(3x+1)$
2	$R/=\left(x - \frac{1}{2}\right)(x+2)$
3	$R/=\left(x - \frac{1}{3}\right)(x-2)$
4	$R/=\left(x - \frac{2}{5}\right)(x+3)$
5	$R/=\left(x - \frac{7}{3}\right)\left(m + \frac{5}{4}\right)$
6	$R/=\left(x - \frac{2}{5}\right)(x-5)$

#	<b>Respuestas a: Repaso Algebra /Diferencia de cuadrados</b>
1	$R=(10+y^3)(10-y^3)$
2	$R=(3+b^3)(3-b^3)$
3	$R=[(a+b)+(c+d)][(a+b)-(c+d)]$
4	$R=(a-2)(a+2)(a^2+4)$
5	$R=(1+2m)(1-2m)$
6	$R=(4+n)(4-n)$
#	<b>Respuestas a: Repaso Algebra /Diferencia de cubos</b>
1	$R=(p-1)(p^2+p+1)$
2	$R=(1-2x)(4x^2+2x+1)$
3	$R=(y-1)(y^2+y+1)$
4	$R=(3a-b)(9a^2+3ab+b^2)$
5	$R=(a-5)(a^2+5a+25)$
6	$R=(4n-2)(16n^2+8n+4)$
#	<b>Respuestas a: Repaso Algebra /Suma de cubos</b>
1	$R=(4n+2)(16n^2-8n+4)$
2	$R=(a+5)(a^2-5a+25)$
3	$R=(3a+b)(9a^2-3ab+b^2)$
4	$R=(y+1)(y^2-y+1)$
5	$R=(2x+1)(4x^2-2x+1)$
6	$R=(p+1)(p^2-p+1)$
#	<b>Respuestas a: Repaso Algebra /EAR-Simplificación de fracciones</b>
1	$R=\frac{b}{3a}$
2	$R=x+1$
3	$R=\frac{x-2}{5a}$
4	$R=\frac{4a^2-6a+9}{2a+3}$

5	$R = 2mn^3$
6	$R = \frac{3x + 5}{x - 2}$
#	<b>Respuestas a: Repaso Algebra /EAR-Suma y resta diferente. denominador</b>
1	$R = \frac{14a^2 + b^2}{35ab}$
2	$R = \frac{3a^2 + 3b^2 - 2c}{6ab}$
3	$R = \frac{(a-4)(5a+3)}{18(a-1)(a+1)}$
4	$R = \frac{3x}{x - y}$
5	$R = \frac{2(a^2 + 3ab - 2b^2)}{(a-b)(a+b)}$
6	$R = \frac{5}{4(a + 1)}$
#	<b>Respuestas a: Repaso Algebra /EAR-división</b>
1	$R = \frac{4a^2}{3b^2} \times \frac{9b^3}{2ax} = \frac{36a^2b^3}{6ab^2x} = \frac{6ab}{x}$
2	$R = \frac{x - 2}{x + 2}$
3	$R = \frac{x + 1}{5x}$
4	$R = \frac{x^2}{14ym^2}$

5	$R/=\frac{1}{36}$
6	$R/=\frac{a-1}{(a-5)(a-3)^2(a+7)^2}$
7	$R/=\frac{2}{9x^3y}$
8	$R/=\frac{2}{2(a-1)^3 a(a+2)}$
9	$R/=\frac{4a^4}{xb^3}$
10	$R/=(8a-9b)(8a+9b)$
#	<b>Respuestas a: Repaso Algebra /EAR-Suma y resta</b>
1	$R/=\frac{3a}{7}$
2	$R/= a + \frac{1}{2}$
3	$R/= -\frac{b}{15a}$
4	$R/=\frac{-x-2}{3a}$
5	$R/=\frac{a+1}{3}$
6	$R/=\frac{3a-5b}{c+d}$
#	<b>Respuestas a: Repaso Algebra /EAR-multiplicación</b>
1	$R/=ab$
2	$R/=\frac{2ax^2+3bx^2}{2a-3b}$

3	$R/ = \frac{3(x+2)}{2x}$
4	$R/ = \frac{3ab}{2}$
5	$R/ = \frac{6a^3y}{mx}$
6	$R/ = \frac{3}{b}$

**Respuestas a: Autoevaluación**

UNIDAD I	
1	R/ = _____ Tutor/alumno
2	R/ = _____ Tutor/alumno
3	R/ = _____ Tutor/alumno
4	R/ = _____ Tutor/alumno
5	a) R/ = 64 b) R/ = 4 c) R/ = 27 d) R/ = 2
6	a) R/ = $-8\sqrt{3}$ b) R/ = $6\sqrt{6}$ c) R/ = $7\sqrt{5}$ d) R/ = $6^2\sqrt{2}$
7	a) R/ = $9 - 2\sqrt{14}$ b) R/ = $7 - 4\sqrt{3}$ c) R/ = 1 d) R/ = 2 e) R/ = ${}^4\sqrt{a^5}$

8	$R = \sqrt[24]{2^{11}}$
9	$R = \sqrt[24]{2}$
11	a) $R = \frac{5\sqrt{2}}{4}$
	b) $R = \frac{3 - \sqrt{3}}{3}$
	c) $R = \frac{\sqrt[3]{9}}{3}$
	d) $R = 2 + \sqrt{6}$
	e) $R = 5 - 2\sqrt{6}$
12	a) $R = \frac{431}{60} = 7\frac{11}{60} \approx 7.183$
	b) $R = \frac{1}{9} \approx -0.1$
	c) $R = 2\pi + 6\sqrt{3} - 4\sqrt{2} + 5 \approx 16.01$
	d) $R = \frac{9\sqrt{3}}{4} + \frac{15\pi}{4} + \frac{15}{8} \approx 1.18$
	e) $R = \frac{\sqrt{6} + 2\sqrt{3}}{5} \approx 1.18$
	f) $R = \frac{3\sqrt{6} + 5\sqrt{3} - 3\sqrt{2} - 5}{4} \approx 1.69$
	g) $R = \frac{2\sqrt{15}}{3} - \frac{6\sqrt{10}}{3} + \sqrt{3} - 3\sqrt{2} \approx 0.63$
	h) $R = \frac{8\sqrt{30}}{3} - \frac{16\sqrt{5}}{3} - 8\sqrt{3} - 8\sqrt{2} \approx 5.22$
	i) $R = \frac{\sqrt{3}\sqrt[3]{5}}{20} \approx 0.15$
13	R = _____ Tutor/alumno

14	R/=_____ Tutor/alumno
15	R/=_____ Tutor/alumno
<b>UNIDAD II</b>	
1	R/= $3+6i$
2	R/= $2\sqrt{5} i + 9\sqrt{2} i$
3	R/= $5\sqrt{3} i + 14\sqrt{2} i + 3 + 9i$
4	R/= $5+2i$
5	R/= $\frac{\overline{5}}{4} + \frac{\overline{47}}{36} i$
6	R/= $16+2i$
7	R/= $\sqrt{(2)} (-4+6i)(-6-4i)$
8	R/= $-36+15i$
9	R/= $-7$
10	R/= $171+140i$
13	R/= $\frac{77}{25} + \frac{36}{25} i$
14	R/= $\frac{16}{37} - \frac{15}{37} i$
a	R/= $-i$
b	R/= $5i$
c	R/= $7$
d	R/= $-6-6i$
e	R/= $-6-9i$
f	R/= $5/78+1/78i$
g	R/= $i$
	R/=_____ Ejercicios tutor/alumnos
	R/=_____ Ejercicios tutor/alumnos

	R/=_____ Ejercicios tutor/alumnos
	R/=_____ Ejercicios tutor/alumnos
	a) R/ $\rightarrow$ x=- 2/3+2/15 i
	b) R/ $\rightarrow$ x=- 3/80+9/80 i
	c) R/ $\rightarrow$ x=7/12 i
	d) R/ $\rightarrow$ x= 2/3-4/3 i
	e) R/ $\rightarrow$ x=1-i
	f) R/ $\rightarrow$ x= 4/29-19/29 i
	g) R/ $\rightarrow$ x=17/2-14i
	h) R/ $\rightarrow$ x=-3+2i
	i) R/ $\rightarrow$ x= 6/25+8/25 i
	j) R/ $\rightarrow$ x=1-10i
	R/=_____ Ejercicios tutor/alumno

**UNIDAD III**

a	R/ $=(-3/7)$
b	R/ $=(-1/4)$
c	R/ $=(-4)$
d	R/ $=(2/3)$
e	R/ $=(6)$
f	R/ $=(32)$
a	R/ $=552$ Kms
b	R/ $=$ Dos lados miden 9 cm c/u y los otros dos lados miden 23 cm c/u.
c	R/ $=$ Los números son: 25,26,27
d	R/ $=$ Elaborar en la computadora por 920 horas.
e	R/ $=$ Francisco trabajo 6 horas, Nahum 2 horas y Marco 9 horas
f	R/ $=$ Los números son: 11,13,15.
g	R/ $=$ Marvin pago L.1,000.00 y Manuel L.1,300.00.
a	R/ $=300m^2$

b	R/= verificar
c	R/=4 y 5
d	R/=10 y 15
e	R/=5 y 7
f	R/=largo y 6m ancho
g	R/ 15 y 17
a	R/=(-2,1+i,1-i )
b	R/=(2,1,-2)
c	R/=(0,5)
d	R/=(0,5,-2 )
e	R/=(3,2,)
f	R/=(5,-5 )
g	R/=(0,4 )
h	R/=(0,4,-1)
a	R/={x=2}
b	R/={- 5/4}
c	R/={4}
d	R/={2}
e	R/={0}
f	R/={-1/5}
g	R/={ 3/2}
•	R/={7,4}
•	R/={2}
•	R/={26}
•	R/={3}
•	R/={4}
•	R/={101}

•	R/={9}
---	--------

## IV UNIDAD

1	R/=240°
	R/=-125°
	R/=85°
	R/=-200°
	R/=-5°
	R/=100°
2	R/=108°
	R/=225°
	R/=-540°
	R/=100°
	R/=25° 42' 51"
	R/=1,080°
3	R/=0.4038 rad
	R/=0.92084 rad
	R/=0.8419 rad
	R/=4.1168 rad
	R/=-0.429 rad
	R/=0.8159 rad
4	R/=35.679°
	R/=305.979°
	R/=260.503°
	R/=-256.377°
	R/=-74.637°
	R/=32.429°

	R/=-62° 28' 30"
	R/=256° 23' 24"
5	R/=36° 34' 48"
	R/=12° 48' 0"
	R/=-15° 10' 12"
	R/=-35° 22' 48"
	R/=0.6133
	R/=2.3932
	R/=3.0071
6	R/=0.1272
	R/=-0.2017
	R/=2.4586
	R/=1.0732
	R/=-2.2403
7 a-f	R/=_ Tutor/alumno
8 a-f	R/=_ Tutor/alumno
9 a-h	R/=_ Tutor/alumno
10	a) R/=50°
	b) R/=3.59m.
	c) R=153.9m
	d) R/=321.68m y R/=354.93m
	e) R/=74.72m
11	R/=_ Tutor/alumno (C,D,E,F,H,G)
12	R/=_ Tutor/alumno
13 a-f	R/=_ Tutor/alumno
14	R/=_ Tutor/alumno (U,T,S,P,R,O)

	$R = \begin{bmatrix} 9 & 27 & -12 \\ -4 & -15 & 23 \\ -1 & 12 & -11 \end{bmatrix}$
	$R = \begin{bmatrix} 47 & 2 \\ -20 & 8 \end{bmatrix}$
	$R = \begin{bmatrix} 13.2 & 14.6 & 5.9 \\ -4.3 & 1.9 & -8.3 \\ -7.3 & -7.2 & 14.7 \end{bmatrix}$
15	$R = \begin{bmatrix} \frac{19}{9} & \frac{37}{24} \\ \frac{37}{7} & \frac{70}{9} \end{bmatrix}$
	$R = \begin{bmatrix} 5 & 17 & -27 \\ -19 & -1 & 16 \\ -8 & -9 & 14 \end{bmatrix}$
	$R = \begin{bmatrix} -10 & 15 \\ 21 & -14 \end{bmatrix}$
16	$R = \begin{bmatrix} 15 & -17.9 & 28 \\ -4 & 16.6 & -12 \\ -20.2 & 2.2 & -23 \end{bmatrix}$

	$R = \begin{bmatrix} \frac{13}{63} & \frac{8}{3} \\ -\frac{62}{45} & \frac{17}{8} \end{bmatrix}$
	$R = \begin{bmatrix} 425 & 28 \\ 3 & 9 \\ 26 & 59 \\ 7 & \end{bmatrix}$
	$R = \begin{bmatrix} 3 & -8 & 10 \\ 0 & 28 & -33 \\ 3 & 19 & 14 \end{bmatrix}$
	$R = \begin{bmatrix} 13 & 2 \\ -14 & 9 \end{bmatrix}$
17	$R = \begin{bmatrix} -\frac{9}{2} & \frac{81}{4} \\ \frac{63}{8} & 9 \end{bmatrix}$
	$R = \begin{bmatrix} -4 & \frac{12}{7} \\ \frac{100}{7} & -\frac{36}{7} \end{bmatrix}$
	$R = \begin{bmatrix} -78.4 & -96 \\ 56 & 8 \end{bmatrix}$

	$R/ = \begin{bmatrix} 18.9 & -34.6 \\ -12.6 & 63 \end{bmatrix}$
	$R/ = \begin{bmatrix} -10 & \frac{45}{2} \\ -\frac{35}{2} & -\frac{55}{2} \end{bmatrix}$
	$R/ = \begin{bmatrix} -\frac{389}{8} & -44 & -\frac{129}{2} \\ 24 & \frac{211}{2} & 19 \\ \frac{101}{4} & -\frac{737}{8} & \frac{92}{3} \end{bmatrix}$
	$R/ = [-30]$
	$R/ = [?]$
18	$R/ = \begin{bmatrix} -5 & 116 \\ 39 & -200 \end{bmatrix}$
	$R/ = \begin{bmatrix} -31 & 54 & 68 \\ 14 & -142 & -34 \\ 124 & 380 & -128 \end{bmatrix}$
	$R/ = \begin{bmatrix} \frac{29}{2} & \frac{829}{48} \\ \frac{758}{7} & -\frac{357}{4} \end{bmatrix}$