

Presentación

Estimados estudiantes:

El Programa Educatodos se complace en poder brindarle una oportunidad más de estudio, en nivel medio, a través del bachillerato. A la vez les da la más cordial bienvenida y felicitación por su acertada decisión de continuar superándose.

Esperamos que la experiencia que vamos a iniciar resulte significativa, para el desarrollo personal y profesional y por lo tanto contribuya en el mejoramiento de su calidad y el desarrollo de nuestro país.

Esta modalidad se desarrollará mediante un sistema de educación a distancia mixto, en donde usted trabaja en su casa y tendrá encuentros presenciales los fines de semana, para aclarar dudas, reforzar y compartir sus conocimientos y rendir evaluaciones, orientado por un tutor, además contará con varios recursos didácticos como textos, videos y en especial con esta guía didáctica que será de mucha utilidad para guiar sus auto aprendizajes.

La guía didáctica de la asignatura matemática I que a continuación se presenta es un elemento indispensable de este proceso a través del cual se ofrecen las orientaciones generales y específicas, que usted debe tomar en cuenta, para el estudio de esta asignatura.

La guía está estructurada por tres grandes partes; en la primera se describen las orientaciones generales, muy importante para que usted se empodere de las acciones que debe realizar como estudiante autónomo en esta modalidad.

En el segundo apartado se detallan sugerencias para el estudio de cada unidad, así como aclaraciones sobre las actividades de aprendizaje por realizar, para la comprensión, análisis, aplicación y ejercitación de su aprendizaje.

La última parte está determinada para la evaluación y acreditación del aprendizaje, donde se explica como se desarrolla el proceso de evaluación y por supuesto, cómo usted por su propia cuenta será testigo de su progreso y logros de aprendizajes significativos.

Le invitamos a sacar el mejor provecho de este instrumento, para el logro de los objetivos propuestos en cada unidad.

Le deseamos muchos éxitos en sus estudios y nuestro compromiso de estar siempre acompañándole en este proceso.

I PARTE

Orientaciones generales

Datos generales

El programa Educatodos contribuye al logro de metas de cobertura y el mejoramiento de la calidad educativa del nivel medio de nuestro país, mediante la oferta de un bachillerato Científico Humanista a través de una modalidad de educación a distancia, con una entrega mixta que la convierta en una opción accesible y pertinente con las necesidades educativas de la población beneficiaria.

A continuación se detalla la duración del estudio de la asignatura

Matemáticas I.

Duración del bachillerato	Dos años
Año en que se cursa la asignatura	I de bachillerato
Semestre en que se cursa	I semestre
Duración de la asignatura	100 horas
Duración de horas semanales	5 horas $\left(\begin{matrix} 45 \text{ min} \\ 60 \text{ min} \end{matrix} \right)$
Área curricular	Matemáticas

Cómo funciona esta modalidad.

Al tomar la decisión de estudiar en una modalidad de educación a distancia es necesario estar preparado y preparada para el estudio independiente y saber hacer el mejor uso de los diferentes recursos, que dispondrá. A través de esta guía se le orientará sobre los diferentes aspectos que debe tener presente para utilizar esta metodología de aprendizaje.

Para esta oferta educativa el Programa ha optado por una modalidad flexible no escolarizada que combine elementos de la educación a distancia y encuentros

presenciales asistidos por tutoría. Esta modalidad se caracteriza por la mayor flexibilidad en los servicios académicos y administrativos con los que funcionan. Estas modalidades posibilitan concluir al estudiante su bachillerato en 2 años. Son pertinentes para jóvenes y adultos mayores de 17 años que realizan otras actividades además de estudiar.

Por eso es que proponemos esta forma de entrega flexible con encuentros presenciales para tutorías y evaluaciones escritas los fines de semana y estudio autónomo los días de semana en casa, por parte de cada estudiante, acompañados de un paquete didáctico que le facilite su aprendizaje autónomo.

● ● ● Estrategias y recomendaciones para el estudiante

Luego de revisar la información general del texto, es importante que considere las siguientes sugerencias que le serán de utilidad en su proceso de aprendizaje.

- Sea organizado y disciplinado elabore su propio horario de estudio, con un plan ajustado a su disponibilidad y a sus prioridades. Considere el tiempo con el que cuenta, y las exigencias de cada una de las actividades que se propone en cada unidad.
- Lea cuidadosamente esta guía de manera que tenga claro por unidad los objetivos específicos de aprendizaje que debe alcanzar, los temas o contenidos a estudiar en el texto, la metodología, la evaluación y bibliografía necesaria para consultar y revisar.
- Acondicione su sitio para el estudio, un lugar tranquilo que le permita la concentración, con iluminación y ventilación adecuada. Tenga los materiales a la mano y ordenados.
- Cuando se disponga a estudiar, haga la llamada pre-lectura o lectura exploratoria pues se enterará rápidamente de qué se trata el capítulo. Indague de forma general todo el capítulo, sus temas, subtemas, actividades propuestas, evaluación de toda la estructura; a esto algunos lo llaman “visión de vuelo de pájaro”; es decir de manera rápida y viendo todo el contenido.

- Aplique estrategias necesarias para comprender y asimilar los conocimientos por ejemplo utilice fórmulas, propiedades y leyes, repitiendo mediante la práctica cuantas veces lo considere necesario.
- Es importante que tome tiempo para su participación en actividades de equipo, para sus tareas y cuando esté listo para sus auto evaluaciones.
- Recuerde que todas las tareas son importantes y necesarias, realícelas, sea puntual en la entrega de las mismas.
- Realice las autoevaluaciones que se encuentran al final de cada unidad en el texto con total honestidad. Le ayudará a reflexionar sobre el grado de conocimiento que ha alcanzado. Realícelas sin temor, compruebe sus respuestas insertas en esta guía en el apartado de evaluación.
- Identifique sus trabajos con el nombre de la institución educativa, título del trabajo, sus nombres y apellidos, su identidad el nombre de la asignatura, año, curso, semestre y la fecha de realización.
- Recuerde que esto es parte de su superación personal, que es una meta que quiere lograr, por tanto es usted el protagonista y responsable de su avance en el aprendizaje de cada unidad hasta cumplir con lo que se le propone en el texto y esta guía didáctica.
- Escriba en su libreta o cuaderno todas las dudas o temas que no entiende, consulte y si no logra entenderlo presentelo a su tutor o tutora.
- Tome en cuenta las sugerencias y recomendaciones que el tutor le hace llegar o le da.

Estrategias de aprendizaje sugeridas para estudiar Matemáticas

Estudiar matemáticas puede ser una tarea no muy amena o divertida para muchas personas, sin embargo si le ponemos todo el empeño e interés necesario, vamos a ver muy buenos resultados en el corto y mediano plazo. Compartiremos algunos consejos bien importantes que nos pueden ayudar en gran manera al momento de estudiar esta asignatura.

Recuerde que la matemática es una ciencia aplicada que involucra símbolos, fórmulas, métodos específicos, libros de texto, muchas palabras exclusivas. Es importante usar técnicas de estudio que se aplican a las matemáticas.

Usted no puede aprender matemáticas simplemente leyendo y escuchando. Mucho del aprendizaje de las matemáticas implica hacerlo activamente. (Debe ser activo y no pasivo).

Por qué usted debe hacer todas sus tareas de matemáticas y asignaciones y leer información relacionada con lo que está estudiando. Porque esto es esencial para aprender a usar fórmulas y métodos.

Los temas que se desarrollan en matemáticas son secuenciales, lo que se desarrolla en la resolución de un problema o ejercicio se basa en la utilización de los conocimientos previos adquiridos por el estudiante. La práctica y aplicación son fundamentales por lo que no debe improvisar intentando memorizar contenidos en una fecha muy cercana al examen.

La puntualidad es clave para la comprensión de los temas; asegúrese de asistir a cada clase, estando muy atento a la explicación de su tutor y ponga todo su empeño.

La utilización del método del Aprender - haciendo, el ensayo y error, son las herramientas más viables que se pueden utilizar mediante el aprovechamiento del tiempo dedicado a resolver ejercicios prácticos (hacer gráficos y figuras si los necesita).

La exploración, búsqueda de soluciones a las dificultades que se te presentan, sumado a las correcciones, que pueda realizar con el apoyo de compañeros y del tutor, solamente la corrección de los desaciertos y errores le llevarán a la comprensión. Apoyados en el paradigma constructivista, el estudiante es copartícipe de su propio aprendizaje, utilizando sus conocimientos previos para obtener un aprendizaje significativo.

Lo antes mencionado nos lleva a la conclusión que la Práctica es la clave para dominar los conceptos claves, propiedades, leyes, fórmulas y procedimientos para la comprensión de las matemáticas.

La comprensión del vocabulario de matemática es fundamental, las palabras que se usan en ella tienen un significado diferente en otras disciplinas. Por

ejemplo, volumen en matemáticas se refiere a la cantidad de espacio dentro de una figura sólida, un libro, en la acústica es al nivel de sonido. Por eso se le recomienda escribir las nuevas palabras y términos de matemáticas y sus significados en un lugar especial en su cuaderno de apuntes.

Recuerde que la perseverancia y dedicación, nos llevarán a alcanzar un mayor grado de confianza y mejores resultados, por lo que le deseamos muchos éxitos.

Estrategia metodológica

La modalidad de estudio de la cual usted ya es parte, es una opción flexible que combina la educación a distancia con encuentros presenciales para el desarrollo de tutorías. La educación a distancia consiste en la práctica del estudio independiente o autónomo por parte del estudiante, durante los días de semana en su casa, acompañado del paquete didáctico. Este paquete didáctico contiene los siguientes recursos:

- Un texto de la asignatura de Matemáticas I
- Una Guía Didáctica de Matemáticas I
- Videos temáticos, uno por capítulo, con los cuales se ampliará conocimientos relacionados con estos.

Los encuentros presenciales se realizarán los fines de semana, en un aproximado de 80 horas y serán asistidos por un tutor, quien reforzará conocimientos y aclarará dudas del estudiante sobre la temática abordada por unidad, además aplicará evaluaciones escritas elaboradas por el Programa EDUCATODOS. Según cronograma de actividades las tutorías y demás actividades de grupo o extra clase se realizarán en los espacios disponibles en la comunidad donde opera el Programa EDUCATODOS.

A continuación le damos a conocer una breve descripción de los recursos didácticos que usted utilizará para la construcción de su aprendizaje en la asignatura de Matemáticas I.

El texto de Matemáticas I para primero de bachillerato.....

Es el principal recurso didáctico con que cuenta el estudiante, en el encontrará 4 capítulos con los contenidos y las actividades de aprendizaje para desarrollar las competencias esperadas en este curso.

Las unidades que desarrollará son:

- UNIDAD I: El conjunto de los números reales (R).
- UNIDAD II: El conjunto de los números complejos(C).
- UNIDAD III: Ecuaciones.
- UNIDAD IV: Trigonometría / Matrices.

Su estructura es la siguiente:

Introducción: que es una breve descripción sobre el contenido de la unidad.

Índice: en el cual se presentan los principales y demás contenidos del texto.

¿Qué vamos a aprender?: Aquí encontrará enlistadas las competencias los objetivos y los contenidos: que se desarrollarán por cada unidad.

Conocimientos previos: Esta es una actividad de aprendizaje mediante la cual usted explorará sus conocimientos y experiencias pasadas que están relacionadas con lo que aprenderá en la unidad.

Desarrollo de los contenidos: a través de los que se ampliará o construirá sus nuevos conocimientos, siempre seguidos de una actividad de aprendizaje que consistirá en un ejercicio que permitirá reforzar la comprensión de los temas.
Glosario de términos: este apartado cita algunos términos propios de la asignatura o de la temática abordada en la unidad, es indispensables leerlos.

Las Actividades Metacognitivas: Son preguntas abiertas que invitan a que usted monitoree y autorregule su propio aprendizaje; es decir reflexione sobre su propio pensamiento y capacidades.

La Autoevaluación: que es un ejercicio que consta de 20 preguntas de tipo práctico que se presentan al final de cada unidad para que usted pueda autoevaluar su aprovechamiento.

La bibliografía: citas de referencia bibliográfica que se consultaron para elaborar dicho texto.

La guía Didáctica de Matemáticas I, es un recurso didáctico que acompaña al texto para ayudarle al estudiante a clarificar y profundizar en el contenido del mismo.

La guía está organizada en 3 apartados así:

La parte I Orientaciones generales: que incluye datos generales del curso, la presentación, cómo funciona esta modalidad, recomendaciones para el estudio, la metodología de este sistema, los recursos didácticos que contiene el paquete didáctico y la organización académica.

La parte II: Orientaciones específicas para el estudio. Le brindará las orientaciones y sugerencias para profundizar en su estudio por cada uno de las 4 unidades que se desarrolla en el curso de Matemáticas I, este apartado incluye por unidad:

- 1) El título de la unidad.
- 2) Las competencias que debe desarrollar
- 3) Los objetivos específicos que logrará
- 4) Las orientaciones específicas, que a su vez contienen sugerencias para:
 - Profundizar en sus conocimientos previos.
 - Estrategias de aprendizaje sugeridas
 - Para realizar las actividades del texto.
 - Actividad en equipo sugerido o extra clase.
- 5) Lecturas Recomendadas: Son sugerencias de libros o direcciones electrónicas donde usted puede ampliar sus conocimientos sobre los temas de la unidad.

La parte III: La evaluación y acreditación del aprendizaje. Le informa sobre:

- a. Los y criterios y mecanismos para evaluar su aprendizaje.
- b. La del desarrollo de ejercicios de actividad metacognitiva.
- c. La Solución de los Ejercicios de Autoevaluación de cada unidad.
- d. Las guías para el análisis de la exposición de videos, al final encontrará la bibliografía de esta guía y el glosario.

Los videos de matemáticas, son un recurso audio-visual que ayudará a ampliar sus conocimientos y la compresión del capítulo y que usted deberá de verlo al finalizar la lectura de la unidad.

Los temas que tratarán dichos videos son:

Título de las unidades	Temas de los videos
UNIDAD I: El conjunto de los números reales(\mathbb{R}).	<ol style="list-style-type: none"> 1) Introducción a los números reales. 2) Operaciones con los números naturales y problemas. 3) Operaciones con los números enteros y problemas. 4) Operaciones con los números racionales y problemas. 5) Graficar números irracionales y operar 6) Operaciones combinadas con los números reales. 7) Operaciones con potencias. 8) Operaciones con radicales. 9) Operaciones usando la racionalización. 10) Graficar Intervalos reales y definir con ejemplos valor absoluto.

Título de las unidades	Temas de los videos
UNIDAD II: El conjunto de los números complejos.	1) Suma y resta en C. 2) Grafación en C. 3) Potencias de la unidad imaginaria. 4) Encontrar módulo y gráfica en C. 5) Encontrar argumento y gráfica en C. 6) Pasar de forma binómica a polar. 7) Pasar de forma trigonométrica a binómica. 8) Resolver ecuaciones en C. 9) Resolución de ecuaciones cuadráticas en C.
UNIDAD III: Ecuaciones.	1) Definición y resolución de ecuaciones lineales. 2) Aplicaciones usando ecuaciones lineales. 3) Definición y resolución de ecuaciones cuadráticas. 4) Aplicaciones usando ecuaciones cuadráticas. 5) Definición y resolución de ecuaciones cúbicas. 6) Definición y resolución de ecuaciones racionales. 7) Definición y resolución de ecuaciones radicales.

Título de las unidades	Temas de los videos
UNIDAD IV: Trigonometría/Matrices.	1) Conversión de ángulos. 2) Valores con identidades trigonométricas. 3) Aplicaciones con funciones trigonométricas. 4) Iniciación con Vectores y Matrices.

No olvide que puede comunicarse con sus tutores cuando lo necesite, consultar sus dudas, compartir sus experiencias. ¡Mucha suerte!

● ● ● Organización académica

(Tipo de modalidad, plan de estudio, carga horaria, organización, sistema de tutoría y rol del estudiante, le brindaremos insumos después).

Para esta oferta educativa el Programa ha optado por una modalidad flexible no escolarizada que combine elementos de la educación a distancia y encuentros presenciales asistidos por tutoría. Esta modalidad se caracteriza por la mayor flexibilidad en los servicios académicos y administrativos con los que funcionan. Esta modalidad posibilita a concluir al estudiante su bachillerato en 2 años. Son pertinentes para jóvenes y adultos mayores de 17 años que realizan otras actividades además de estudiar. Preparándolos para el mundo laboral o continuar estudios en el nivel superior.

La organización de esta modalidad estará conformada por:

Personal de campo del programa: sub coordinadores y promotores quienes estarán en contacto con las personas interesadas en continuar estudiando y con base a criterios establecidos por el Programa organizarán los centros donde funcionará el bachillerato.

Coordinador del bachillerato: Cada centro deberá contar con una persona o encargado que coordinará la parte académica y parte administrativa del mismo.

Secretario: Es la persona encargada de llevar a cabo todo el registro de matrícula y expedientes de los estudiantes el registro de evaluación y notas etc.

Tutores: En esta modalidad se prevé contar como máximo de cinco docentes o tutores con grado universitario, uno por cada área curricular y asignatura que acompañarán a los estudiantes en su proceso de aprendizaje, especialmente en los encuentros presenciales de la tutoría, motivándoles permanentemente y generando espacios de comunicación fundamentales para esta modalidad.

Funciones de los tutores

Entre las principales funciones que cumplirán los tutores son:

Función académica: los tutores asesorarán su labor apoyando su proceso de autoaprendizaje, orientando actividades, aclarando y reforzando conceptos.

Función de orientación: lo orientará continuamente en la búsqueda de una formación integral y lo acompañará en el intento de construir una relación comunicativa y motivadora consigo mismo y con su grupo de trabajo.

Función de nexo: se mantendrá en contacto permanente, y por ello estará al tanto de su situación personal, académica y del proceso de aprendizaje.

Estudiantes: son los protagonistas en la construcción de su propio aprendizaje en esta modalidad, mismos que deberán estar matriculados cumpliendo todos los requisitos y disposiciones legales.

Asumirán los siguientes roles:

- Activo y autónomo: se convertirá en arquitecto de su propio aprendizaje, apoyado en las orientaciones y sugerencias de sus docentes tutores, la guía didáctica. Así como en la interacción con sus compañeros. Será quien regule su tiempo y espacio de aprendizaje, tomando conciencia de sus propias capacidades.

- Colaborativo: el intercambio de información a través de diferentes espacios proporcionados por los docentes tutores de la asignatura, con ellos como con sus compañeros de curso permitirán enriquecer su proceso de aprendizaje: reflexionando, debatiendo, integrándose con los otros en torno a un tema común.
- Reflexivo: no basta con asimilar los contenidos ofrecidos por las diferentes unidades de la asignatura, sino generar en los estudiantes espacios de reflexión y reelaboración de dichos contenidos para que usted mismo, pueda plantear soluciones y alternativas de mejora frente a la problemática que se le represente.

Plan de estudio

El plan de estudios se tomó de la nueva propuesta presentada por la Secretaría de Educación para la Reforma Curricular de la Educación Media de Honduras. La que se destaca como finalidad esencial del bachillerato, generar en el educando el desarrollo de una síntesis personal y social que le permita su acceso a la educación superior, conjuntamente a una preparación para su posible incorporación al trabajo productivo y el cual está formado por un total.

PRIMER AÑO DE BACHILLERATO			
Primer semestre	No. Horas	Segundo semestre	No. Horas
Matemáticas I	100	Matemáticas II	100
Español I	100	Español II	100
Física I	80	Física II	80
Química I	80	Química II	80
Biología I	80	Biología II	80
Inglés I	60	Inglés II	60
Sociología	60	Historia de Honduras	60
Filosofía	60	Orientación vocacional	60
Informática	60	Lenguaje artístico	40
Psicología	40	Proyectos de emprendedurismo	60
Total	720	Total	720

SEGUNDO AÑO DE BACHILLERATO

Primer semestre	No. Horas	Segundo semestre	No. Horas
Lengua y literatura	60	Inglés IV	60
Inglés III	60	Lenguaje y pensamiento crítico	60
Matemáticas III	100	Matemática IV	100
Lógica simbólica	40	Dibujo técnico	40
Física III	80	Diseño de proyectos científicos	80
Educación ambiental	60	Física IV	60
Introducción a la economía	60	Biología Humana	60
Orientación a la educación superior	40	Química III	40
Introducción a la educación artística	60	Historia contemporánea	60
Introducción a la programación	40	Antropología	40
Proyectos de emprendedurismo	60	Fundamentos de ética profesional	60
Trabajo Educativo Social	12	Tecnologías de la información y comunicación	12
		Proyectos de emprendedurismo	
Total	720	Total	720

II PARTE

●●● Orientaciones específicas para el estudio de la I unidad

El conjunto de los números reales (R)

Al finalizar esta unidad se espera que los estudiantes logren las siguientes competencias

1. Aplicar propiedades, operaciones del Conjunto de los números reales a situaciones de la vida real.
2. Expresan números reales usando la potenciación, radicalización, racionalización, intervalos reales y valor absoluto.

Al finalizar esta unidad se espera que los estudiantes logren los siguientes objetivos.

1. Conceptualizar el conjunto de los números reales mediante la interpretación gráfica de los números reales.
2. Resolver operaciones con números naturales, enteros, racionales e irracionales
3. Resolver y graficar ejercicios de operaciones combinadas con diferentes conjuntos numéricos.
4. Resolver ejercicios de operaciones de potenciación, radicalización y racionalización en los números reales.
5. Representar mediante gráficas lineales, los diferentes tipos de Intervalos de los números Reales.
6. Resolver y graficar operaciones con valor absoluto y demostrar su importancia en el concepto de distancia.

Esquema o cuadro sinóptico de los contenidos que abarca la unidad I

A continuación se le presentan de manera gráfica los temas de esta unidad, los que constituyen un sumario o resumen de las lecturas que usted realizará sobre la I unidad del texto.

Cuadro sinóptico: “*El conjunto de los números reales (R)*”



●●● Orientaciones para afianzar la actividad de conocimientos previos

Los conocimientos previos, son aprendizajes significativos que han sido producto de la asimilación, adaptación y aplicación anterior, estos sirven como plataforma a los nuevos aprendizajes.

Un determinado problema matemático, puede necesitar de conocimientos previos para solventarlo, lo cual significa que sin esos no se puede solucionar.

¿Qué necesitamos para resolver un problema que necesita de conocimientos previos?

- a) Observe y analice detenidamente el problema matemático que se le presenta y recuerde a qué tema se refiere.
- b) Debe de estar seguro de su base matemática y especialmente de aquellas operaciones esenciales a utilizar: saber sumar, restar, multiplicar, dividir y guardar en la memoria las tablas de multiplicación.

Si el problema requiere conocimientos complejos, debe de hacer un esfuerzo de recordar la temática o buscar las fuentes de consulta que disponga.

- c) Si la pregunta de conocimientos previos, no incluye un problema de solución secuencial y numérica, tratándose de un concepto definición, debe organizar su mente y a través de una lluvia de ideas para retroalimentar hasta lograr conceptualizarlo.

A continuación se le presenta un repaso sobre el Álgebra, que vendrá a reforzar aquellas debilidades que a veces ocurren por muchas razones en nuestra vida como estudiantes.

Este repaso tiene como finalidad afianzar el conocimiento que va adquirir en este grado académico I Bachillerato, ya que es una herramienta para recordar y consultar aquello que nos va hacer falta para la solución de algunos ejercicios que ud va a abordar.

En este repaso hay al menos un ejemplo de cada tema para recordar y las soluciones de los demás ejercicios están en la sección de soluciones.



En virtud de lo anterior es obligatorio desarrollar este contenido antes de iniciar el estudio de la primera unidad de matemáticas I.

Repaso de Álgebra



Productos notables

Los productos notables prácticamente son fórmulas a seguir, las cuales son de mucha importancia en el estudio del Álgebra.

- Binomio de la adición al cuadrado:** un binomio al cuadrado (suma) es igual al cuadrado del primer término, más el doble producto del primero, por el segundo más el cuadrado del segundo:

Fórmula: $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

Ejemplo:

$$(m + 3)^2 = m^2 + (2m)(3) + 3^2 = m^2 + 6m + 9$$

2. Binomio de diferencia al cuadrado: un binomio al cuadrado (resta) es igual al cuadrado del primer término, menos el doble producto del primero por el segundo, más el cuadrado del segundo:

$$\text{Fórmula: } (a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

Ejemplo:

$$(2n - 3)^2 = (2n)^2 - 2(2n)(3) + 3^2 = 2^2 n^2 - 4n(3) + 9 = 4n^2 - 12n + 9$$

3. Suma por diferencia: es igual a la diferencia de cuadrados:

$$\text{Fórmula: } (a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

Ejemplo:

$$(x + 4)(x - 4) = x^2 - 4x + 4x - 16 = x^2 - 16$$

4. Binomio con término común: el producto de dos binomios con término común se define como aquel que tiene un término igual en cada uno de los dos binomios:

$$\text{Fórmula: } (a + b)(a + m) = a^2 + am + ab + bm$$

Ejemplo:

$$(3x + 5)(3x - 2) = 9x^2 - 6x + 15x - 10 = 9x^2 + 9x - 10$$



Binomio al cubo

1. Binomio de la adición al cubo: un binomio al cubo (suma) es igual al cubo del primero, más el triple del cuadrado del primero por el segundo, más el triple del primero por el cuadrado del segundo, más el cubo del segundo:

$$\text{Fórmula: } (a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

Ejemplo:

$$(x + 2)^3 = x^3 + 3x^2(2) + 3x(2)^2 + 2^3 = x^3 + 6x^2 + 3(4)x + 8 = x^3 + 6x^2 + 12x + 8$$

2. **Binomio de la diferencia al cubo:** un binomio al cubo (resta) es igual al cubo del primero, menos el triple del cuadrado del primero por el segundo, más el triple del primero por el cuadrado del segundo, menos el cubo del segundo:

Fórmula: $(a - b)^3 = a^3 - 3a^2 b + 3ab^2 - b^3$

Ejemplo:

$$(p - 3)^3 = p^3 - 3(p)^2(3) + 3(p)(3)^2 - 3^3 = p^3 - 9p^2 + 27p - 27$$

3. **Suma de cubos:**

Fórmula: $a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$

Ejemplo:

$$x^3 + 2^3 = (x + 2)(x^2 - 2x + 2^2) = (x + 2)(x^2 - 2x + 4)$$

4. **Diferencia de cubos:**

Fórmula: $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$

Ejemplo:

$$x^3 - 2^3 = (x - 2)(x^2 + 2x + 2^2) = (x - 2)(x^2 + 2x + 4)$$

ACTIVIDAD 1

Desarrolle los siguientes productos notables siguiendo las fórmulas anteriores:

a. $(7x + 11)^2$

b. $(x^{(a+1)} - x^{(a-2)})^2$

c. $(n + 4)^3$

d. $(1 - a^3)^3$

e. $(a^2 + 5)(a^2 - 9)$

f. $(a^x - 3)(a^x + 8)$

g. $m^3 - n^3$

h. $1^3 + a^3$

i. $1 - (a + b)^3$

j. $a^3 + (a + b)^3$

k. $8a^3 - (a - 1)^3$

l. $27x^3 - (x - y)^3$

Factorización

En Matemáticas, la factorización o factoreo, es la descomposición de una expresión algebraica en forma de multiplicación. Existen diferentes técnicas de factorización.

ACTIVIDAD 2

Factorice las siguientes expresiones algebraicas según las técnicas que se indican con un ejemplo, más ejercicios.

- a. Factor común: es cuando dos o varios sumandos tienen un factor común, podemos transformar la suma en producto extrayendo dicho factor.
Ejemplo:

$$a^2 + 2a$$

El factor común es a , entonces, factorizando: $a(a + 2)$

Desarrolle los siguientes ejercicios de factor común:

1. $8x^2 - 4x$

2. $b + b^2$

3. $x^3 - 4x^4$

4. $5m^2 + 15m^3$

5. $2x + 6x^2$

6. $x^3 + x^5 - x^7$

b. Trinomio cuadrado perfecto: su forma canónica es: $ax^2 + bx + c = 0$.

Un trinomio ordenado con respecto a una variable es un cuadrado perfecto cuando el primer y el tercer trinomios son positivos y cuadrados perfectos (tienen raíz cuadrada exacta) y el segundo término es el doble de las raíces cuadradas. La factorización de un TCP una vez comprobado es la raíz del primer término + la raíz del segundo todo al cuadrado. Ejemplo:

$$x^2 + 6x + 9 = (x + 3)^2 \quad \text{o} \quad (x + 3)(x + 3)$$

La: $\sqrt{x^2} = x$ y la $\sqrt{9} = 3$

El doble producto de: x y $3 = 2(3x) = 6x$

Desarrolle los siguientes trinomios:

1. $a^2 + 4ab + 4b^2$

$$2. \quad 0.25x^2 + 2x + 4$$

$$3. \quad x^2 - 2x + 1$$

$$4. \quad m^2 - 10m + 25$$

$$5. \quad 1 - 2a^3 + a^6$$

$$6. \quad 1 + a^{10} - 2a^5$$

$$7. \quad p^2 - 4p + 4$$

2. $0.25x^2 + 2x + 4$

3. $x^2 - 2x + 1$

4. $m^2 - 10m + 25$

5. $1 - 2a^3 + a^6$

6. $1 + a^{10} - 2a^5$

7. $p^2 - 4p + 4$

c. Factorización por tanteo: su forma canónica es: $ax^2 + bx + c$.

La factorización por tanteo de un trinomio: primero se buscan dos números que multiplicados den como resultado el término independiente y sumados den como resultado el término del medio. Ejemplo:

$$m^2 - 13m + 40 = (m-5m)[(m + (-8))] = (m - 5m)(m - 8)$$

Los números encontrados son 5 y 8, sumados dan 13.

Desarrolle los siguientes trinomios:

1. $x^2 + 5x + 6$

2. $x^2 + 4x + 3$

3. $y^2 + 4y - 12$

4. $x^2 - 5x - 14$

5. $x^2 + 7x + 10$

6. $x^2 + 3x - 10$

d. Factorización especial o método de la tijera.

Ejemplo:

Factorizar: $a^2 - 2a - 15 = (a + 3)(a - 5)$

$$\begin{array}{r} a \swarrow 3 \rightarrow 3aa \rightarrow 3 \\ a \searrow 5 \rightarrow -5aa \rightarrow -5 \\ \hline a^2 \quad 15 \quad -2a \end{array}$$

1. Primero se descompone el primer término: a^2 .
2. Se buscan dos números que multiplicados den $15 = 3 \times 5$.
3. Se hace la tijera como se ve arriba, al multiplicar $ax3$ y $ax5$ tiene que resultar $-2a$.
4. ¿Cómo hago el inciso 3? Si el término de en medio es positivo lo debo sumar, pero si es negativo lo debo restar.
5. Si todo resultó correcto, se procede a encontrar los factores del trinomio dado, que en este caso es: $(a+3)(a-5)$.

Desarrolle los siguientes trinomios:

1. $6x^2 - 7x - 3$

2. $2x^2 + 3x - 2$

3. $3x^2 - 5x - 2$

4. $5x^2 + 13x - 6$

5. $12m^2 - 13m - 35$

6. $5x^2 - 23x - 10$

e. Diferencia de cuadrados: es la resta de dos números elevados al cuadrado.

Procedimiento para factorizar:

- Se extrae la raíz cuadrada de los cuadrados perfectos.
- Se forma un producto de la suma de las raíces multiplicada por la diferencia de ellas. Ejemplos:

$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$

$$25 - n^2 = (5 + n)(5 - n)$$

Resuelva los siguientes ejercicios:

1. $100 - y^6$

2. $9 - b^6$

3. $(a + b)^2 - (c + d)^2$

4. $a^4 - 16$

5. $1 - 4m^2$

6. $16 - n^2$

f. Diferencia de cubos: es un caso de factorización donde se debe tener 2 cubos; esto es igual a la resta de sus cantidades por la suma al cuadrado del primero, más el primero por el segundo, más el segundo al cuadrado.

Ejemplos:

$$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$$

$$8x^3 - 27 = (2x - 3)(4x^2 + 6x + 9)$$

$\downarrow \quad \downarrow$
 $2x \quad 3$

Resuelva los siguientes ejercicios:

1. $1 - p^3$

2. $1 - 8x^3$

3. $y^3 - 1$

4. $27a^3 - b^3$

5. $a^3 - 125$

6. $64n^3 - 8$

g. Suma de cubos: es un caso de factorización donde se debe tener 2 cubos, esto es igual a la suma de sus cantidades por un trinomio donde: el primer término al cuadrado menos el primero por el segundo, más el segundo al cuadrado.

Ejemplos:

$$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$$

$$8x^3 + 27 = (2x + 3)(4x^2 - 6x + 9)$$

$\downarrow \quad \downarrow$
 $2x \quad 3$

Resuelva los siguientes ejercicios:

$$1. \ 64n^3 + 8$$

$$2. \ a^3 + 125$$

$$3. \ 27a^3 + b^3$$

$$4. \ y^3 + 1$$

$$5. \ 1 + 8x^3$$

$$6. \ 1 + p^3$$

Expresiones algebraicas

Fracciones algebraicas o expresiones racionales

Las expresiones racionales se describen de la misma manera que los números racionales. El polinomio en el denominador de una expresión racional no podría ser igual a 0, porque la división entre 0 no está definida.

Una expresión racional se reduce a términos mínimos factorizando completamente el numerador y el denominador y cancelando los factores comunes.

Se le llama expresión racional a las formas: $\frac{P(x)}{Q(x)}$, donde: $P(x)$ y $Q(x)$ son polinomios y cumple que: $Q(x) \neq 0$.

Simplificación de fracciones

Para simplificar una fracción se dividen el numerador y el denominador por uno o más factores comunes a ambos. Se obtiene así otra fracción equivalente.

Ejemplo:

$$\frac{(x^2 - 4)}{(3x-6)} = \frac{(x+2)(x-2)}{3(x-2)} = \frac{(x+2)}{3}$$

Simplifique las siguientes expresiones:

1. $\frac{8a^2 b^3}{24a^3 b^2}$

$$2. \frac{x^2 - 2x - 3}{x - 3}$$

$$3. \frac{x^2 - 4}{5ax + 10a}$$

$$4. \frac{8a^3 + 27}{4a^2 + 12a + 9}$$

$$5. \frac{6m^2 n^3}{3m}$$

$$6. \frac{3x^2 - 4x - 15}{x^2 - 5x + 6}$$

Mínimo común múltiplo algebraico (m.c.m.)

El m.c.m. para dos expresiones algebraicas corresponde a la expresión algebraica de mayor exponente, coeficientes comunes y no comunes numérico y de mayor grado que es divisible exactamente por cada una de las expresiones dadas. Esta teoría es de suma importancia para las fracciones y ecuaciones.

Hallar el m.c.m. de las siguientes expresiones(resolver lo que se le pide con la ayuda de su tutor):

Ejemplo.

$$8by^2 \text{ y } 12b^2y = 24b^2 y^2$$

$$1. \ 9a^2 bx, 12ab^2 x^2 \text{ y } 18a^3 b^3 x$$

$$2. \ 5x^2, 10xy \text{ y } 15xy^2$$

$$3. \ 6mn^2, 9m^2 n^3 \text{ y } 8a^3$$

$$4. \ 6m^2 n \text{ y } 4m^3$$

$$5. \ 2ab^2, 4a^2 b \text{ y } 8a^3$$

Reducción al menor común denominador utilizando el m.c.m.

Reducir al mínimo común denominador, las siguientes expresiones(resolver lo que se le pide con la ayuda de su tutor):

Ejemplo: m.c.m($4a^2 x^2$)

$$\frac{2}{a}, \frac{3}{2a^2}, \frac{5}{4x^2} \longrightarrow \frac{4a^2x^2}{a} = 4ax^2 \longrightarrow \frac{2(4ax^2)}{4a^2x^2} = \frac{8ax^2}{4a^2x^2} = \frac{2}{a}$$

$$\frac{4a^2x^2}{2a^2} = 2x^2 \longrightarrow \frac{3(2x^2)}{4a^2x^2} = \frac{6x^2}{4a^2} = \frac{3}{2a^2}$$

$$\frac{4a^2x^2}{4x^2} = a^2 \longrightarrow \frac{5(a^2)}{4a^2x^2} = \frac{5a^2}{4a^2x^2} = \frac{5}{4x^2}$$

$$1. \quad \frac{a}{b}, \frac{3}{ab} =$$

$$2. \quad \frac{x}{2a}, \frac{4}{3a^2} =$$

$$3. \frac{a - 1}{3a}, \frac{5}{6a}, \frac{a + 2}{a^2} =$$

$$4. \frac{3b - a}{4b^2}, \frac{2a - b}{3a^2}, \frac{a - 3b}{2} =$$

$$5. \frac{2x - 3}{6x^2 + 7x + 2}, \frac{3}{2x + 1}, \frac{2x - 1}{6x + 4} =$$

Operaciones con fracciones algebraicas

a. Suma y resta de fracciones de igual denominador.

Efectué las siguientes sumas y restas:

Ejemplo:

$$\frac{8ab}{7b} + \frac{5ab}{7b} = \frac{13ab}{7a}$$

$$1. \quad \frac{a - 1}{6} + \frac{2a}{6} + \frac{3a}{6} =$$

$$2. \quad \frac{a - 2b}{15a} + \frac{b - a}{15a} =$$

$$3. \quad \frac{x - 2}{6a} + \frac{3x + 2}{6a} =$$

$$4. \quad \frac{3}{5} + \frac{a - 2}{5} =$$

$$5. \quad \frac{3a}{c + d} + \frac{5b}{c + d} =$$

b. Fracciones que tienen distinto denominador:

Ejemplo:

$$\frac{2a}{5b} + \frac{3b}{7a} - \frac{2b}{5a} = \frac{7a(2a) + (5b)(3b) - 7b(2b)}{35ab} = \frac{14a^2 + 15b^2 - 14b^2}{35ab}$$

$$1. \quad \frac{a}{2b} + \frac{b}{2a} - \frac{c}{3ab} =$$

$$2. \quad \frac{a-1}{3a+3} - \frac{a+2}{6a-6} + \frac{a^2+2a-6}{9a^2-9} =$$

$$3. \quad \frac{x^2}{x^2 - xy} + \frac{2x}{x - y} =$$

$$4. \quad \frac{2a}{a-b} + \frac{4b}{a+b} =$$

$$5. \quad \frac{3}{2a+2} - \frac{1}{4a-4} + \frac{4}{8a^2-8} =$$

c. Multiplicación de fracciones algebraicas (recordar el tachado de numeradores y denominadores):

Ejemplo:

$$\frac{2a^2}{2b} \cdot \frac{6b^2}{4a} = \frac{12a^2b^2}{12ab} = ab$$

$$1. \quad \frac{2a+3b}{5a-2b} \cdot \frac{25a^2-4b^2}{4a^2-9b^2} \cdot \frac{2a+3b}{5a+2b}$$

$$2. \quad \frac{2x-3}{2x+4} \cdot \frac{x^2+4x+4}{x^2-x}$$

3. $\frac{3a^2 - 3}{3b} \cdot \frac{6b^2}{4a}$

4. $\frac{x^2y}{5} \cdot \frac{10a^3}{3m^2} \cdot \frac{9m}{x^3}$

5. $\frac{5}{a} \cdot \frac{2a}{b^2} \cdot \frac{3b}{10}$

d. División de fracciones algebraicas (recordar el recíproco de la segunda expresión):

Ejemplo:

$$\frac{4a^2}{3b^2} \div \frac{2ax}{9b^3} = \frac{4a^2}{3b^2} \cdot \frac{9b^3}{2ax} = \frac{36a^2b^3}{6ab^2x} = \frac{6ab}{x}$$

$$1. \frac{x^2 - 9}{x^2 - x - 6} \div \frac{x^2 + 5x + 6}{x^2 - 4}$$

$$2. \frac{x^3 - x}{2x^2 + 6x} \div \frac{5x^2 - 5x}{2x + 6}$$

$$3. \frac{11x^2y^3}{7m^2} \div 22y^4$$

$$4. \frac{x - 1}{3} \div \frac{2x - 2}{6}$$

$$5. \frac{a^2 - 6a + 5}{a^2 + 4a - 21} \div \frac{a^2 - 8a + 15}{a^2 + 2a - 35}$$

$$6. \quad \frac{3x}{4y} \div \left(\frac{8x}{9x} \div \frac{x^2}{3x^2} \right)$$

$$7. \quad \frac{a+1}{a-1} \cdot \left(\frac{3a+3}{2a-2} \div \frac{a^2+a}{a^2+a-2} \right)$$

$$8. \quad \frac{5a}{2b} \cdot \left(\frac{2a}{b^2} \div \frac{5x}{4a^2} \right)$$

$$9. \quad \frac{64a^2 - 81b^2}{x^2 - 81} \cdot \left(\frac{(x-9)^2}{8a-9b} \div \frac{8a^2 + 9ab}{(x+9)^2} \right)$$