Introducción

La presente unidad hace un recorrido de todo lo referente al tema de las ecuaciones, especialmente las más pertinentes y de mayor manejo en la mecánica numérica y en aplicaciones de la vida cotidiana.

Luego se hace una serie de demostraciones algorítmicas en cada ecuación presentada a través de sus diferentes artificios y técnicas de resolución, representadas en cada una de las situaciones de los problemas que requieran de estas, ya que nos ayudan a resolver científicamente las operaciones que necesitan de estas herramientas para darle un vuelco positivo a lo requerido en el problema planteado.

Estas técnicas de igualdad matemática van desde lo más simple hasta el grado que requiere un poco más de esfuerzo, es decir, que en esta unidad manejamos las ecuaciones de primer grado o lineales hasta las ecuaciones con radicales, que todas ellas juntas son de relevancia en el quehacer del cálculo matemático.

¿Qué vamos a aprender?

Competencias	Objetivos	Contenidos
Resuelven ecuaciones lineales y cuadráticas, como ecuaciones de grado mayor que dos.	1. Calcular el conjunto solución de ecuaciones de primer grado, segundo grado y sus aplicaciones en la vida diaria.	• Ecuaciones lineales o de primer grado • Ecuaciones cuadráticas o de segundo grado
	2. Resolver ecuaciones cubicas, racionales y con radicales.	• Ecuaciones de grado mayor que dos (cubicas)
Resuelven problemas de aplicación que impliquen ecuaciones con polinomios y racionales.		• Ecuaciones racionale
Resuelven ecuaciones con expresiones radicales que se reducen a ecuaciones lineales o cuadráticas.		• Ecuaciones con radicales

Mis conocimientos previos

A continuación se le presentan una serie de preguntas que usted debe contestar con el propósito de conocer sus aprendizajes previos. Recuerde que si no sabe alguno, no está obligado contestarlo, pues se espera que en el trascurso de esta unidad usted pueda ir construyendo estas competencias matemáticas necesarias en su formación.

1. ¿Por qué nos interesa conocer y resolver ecuaciones?

2. ¿Cómo escribe en algebra la siguiente frase: "el triple de un número aumentado en dos"?

3. ¿Qué comprende sobre la transposición de términos en una ecuación?

4. ¿Cuál es el valor de: $2x-6=2$?

5. Encuentre el c.s de la siguiente expresión: $x^2-4=0$:

6. Resuelva: $\frac{(x+3)}{2}=3/4$

7. Resuelva: $\sqrt{(x-3)}=2$

8. ¿Cuál es la forma canónica usada para las expresiones cuadráticas?

9. Si la edad de A es 3 veces mayor que la de B y ambas edades suman 32, ¿qué edad tienen A y B?

Puede confrontar sus respuestas en la guía didáctica una vez que haya terminado de realizar todos los ejercicios.

Ecuaciones lineales o de primer grado

Definición

A este tipo de ecuaciones se les llama lineales porque al graficarlas es una línea y de primer grado, porque el grado de su variable o exponente es 1.

Una ecuación es una igualdad en la que hay una o varias cantidades desconocidas, llamadas incógnitas o variables, que solo se verifica o es verdadera para determinado valor de la incógnita. Las incógnitas generalmente se representan por las ultimas letras del alfabeto: x,y,z.

En una ecuación distinguimos dos partes: primer miembro y segundo miembro.

En el primer miembro solo deben de estar los valores desconocidos y en el segundo miembro únicamente deben de estar los valores conocidos. Ejemplos:

- $5x+2=17$

  El número 2 tenemos que trasladarlo al 2do término con signo contrario, así:

  $5x=17-2$

  El número 5 está multiplicando a x pasa a dividir a 15:

  $5x=15$

  Respuesta:

  $x=15/5 \rightarrow \quad C.S=\{3\}$

Para comprobar sustituimos el valor de x=3 en la ecuación, así:

$$5x+2 = 17$$
$$5(3)+2 = 17$$
$$15+2 = 17$$
$$17 = 17$$

- $5x=8x-15$
  $5x-8x = -15$
  $-3x = -15$
  $x = (-15)/(-3) \rightarrow$ C.S={5 }

  Su comprobación:

  $5x=8x-15$
  $5(5) = 8(5)-15$
  $25 = 40-15$
  $25 = 25$

- $21-6x = 27-8x$
  $-6x+8x = 27-21$
  $2x = 6$
  $x = 6/2 \rightarrow$ C.S={3}

  Su comprobación:

  $21-6(3) = 27-8(3)$
  $21-18 = 27-24$
  $3 = 3$

Conformación de una ecuación

Una ecuación es una igualdad que se cumple para algunos valores de las letras o variables, como el ejemplo que sigue:

$x+1=2$,donde $x=1$,porque aquí despejamos para el valor de x,asi:
$x+1=2$,que implica: $x=2-1$ por lo tanto $x= 1$

Los miembros de una ecuación son cada una de las expresiones que aparecen a ambos lados del signo igual (=). Los términos son los sumandos que forman los miembros.

Las incógnitas o variables son las letras que aparecen en la ecuación (x). Las soluciones son los valores que deben tomar las letras para que la igualdad sea cierta, por ejemplo, en la siguiente igualdad o ecuación: $2x-3=3x+2$ resolvemos:

$2x-3x=2+3$
$-x=5 \rightarrow \quad x=5/(-1) = -5$

Ahora comprobamos este resultado, sustituyendo la x por -5:

$$2(-5)-3=3(-5)+2$$
$$-10-3=-15+2$$
$$-13=-13$$

También hay que recordar que el grado es el mayor exponente de los miembros que conforman la ecuación. Veamos los siguientes ejemplos:

$5x+3=2x+1\rightarrow$ ecuación de primer grado
$6x+3=2x^2+x\rightarrow$ ecuación de segundo grado
$7x^3+6=8x+x^2\rightarrow$ ecuación de tercer grado
$3x^3+2=4x^4+2\rightarrow$ ecuación de cuarto grado

Resolución de ecuaciones de primer grado o lineales

Pasos para resolver una ecuación:

1. Quitar paréntesis si los hay.
2. Quitar denominadores.
3. Agrupar los términos en x en un miembro y los términos independientes en el otro término.
4. Reducir los términos semejantes.
5. Despejar la incógnita.

A continuación se presentan algunos ejemplos siguiendo estos pasos de interés que nos ayudarán a encontrar soluciones a las ecuaciones:

- Despejar la incógnita:

  $2x=6 \quad x=6/2=3$

- Agrupar los términos en x en un miembro y los términos independientes en el otro término:

  $2x-3= 6+x$
  $2x-x= 6+3$
  $x= 6+3=9$

- Quitar paréntesis:
  $2(2x-3)= 6 + x$
  $4x-6= 6+x$
  $4x-x= 6+6$
  $3x= 12$
  $x=12/3=4$

- Quitar denominadores (hallar m.c.m.):

$$\frac{x-1}{6}-\frac{x-3}{2}=-1$$

$$\begin{aligned} &m.c.m\ (6,2) = 6 \\ &x-1\ -3(x-3) = -6 \\ &x-1\ -3x+9 = -6 \\ &x-3x = -6+1-9 \\ &-2x = -14 \\ &x = \frac{-14}{-2} = 7 \end{aligned}$$

- Quitar paréntesis y simplificar:

$$\frac{3}{4}(2x+4)=x+19$$

$$\frac{6x}{4}+\frac{12}{4}=x+19$$

$$\frac{3}{2}x+3=x+19$$ * ver el movimiento del divisor 2

- Quitar denominadores, agrupar y sumar los términos semejantes:

$$3x+3(2) = (2)x+19(2)\ *$$

$$\begin{aligned} 3x+6 &= 2x+38 \\ 3x-2x &= 38-6 \\ x &= 38-6 = 32 \end{aligned}$$

- Quitar corchetes:

$$2-\left[-2\cdot(x+1)-\frac{x-3}{2}\right]=\frac{2x}{3}-\frac{5x-3}{12}+3x$$

- Quitamos paréntesis:

$$2-[-2x-2-\frac{x-3}{2}]=\frac{2x}{3}-\frac{5x-3}{12}+3x$$

- Quitamos corchetes:

$$2+2x+2+\frac{x-3}{2}=\frac{2x}{3}-\frac{5x-3}{12}+3x$$

- Quitamos denominadores:

$$12(2)+12(2x)+12(2)+12/2\ (x-3)= 12/3(2x)-12/(5x-3)+12(3x)$$

- Quitamos paréntesis:

$$24+24x+24+6(x-3)= 4(2x)-(5x-3)+36x$$

- Agrupamos términos:

$$\begin{aligned}
&24+24x+24+6x-18\ = 8x-5x+3+36x\\
&24x+6x-8x+5x-36x = 3-24-24+18\\
&24x+6x+5x-8x-36x = 3+18-24-24\\
&24x+6x+5x-8x-36x = 3+18-24-24
\end{aligned}$$

- Sumamos:

$$35x-44x=21-48$$

- Dividimos los dos miembros:

$$\begin{aligned}
&-9x = -27\\
&\quad x = (-27)/(-9)=3
\end{aligned}$$

Nota: las ecuaciones lineales, ya sean determinadas en una variable o como sistemas de ecuaciones determinadas en más de una variable, las soluciones las agrupamos en el siguiente esquema.

$$\text{Tipos de sistemas:}\begin{cases}\text{Compatible:}\begin{cases}\text{Determinado:una solucion}\\ \text{Indeterminado: inf. soluciones}\end{cases}\\ \text{Incompatible: no tiene solución el sitema}\end{cases}$$

Actividad 1

Resuelva las siguientes ecuaciones y compruebe sus respuestas:

a. $\dfrac{(n-2)}{5}=\dfrac{(n-3)}{2}$

b. 1/2 (x-2)+3/4 (x+5)=4

c. q+8(q-5)=4-2(q+5)

d. $4-\left[-4\cdot(x+2)-\dfrac{(x-5)}{2}\right]=\dfrac{3x}{3}-\dfrac{(6x-3)}{10}+4x$

e. $\dfrac{3(3x-5)}{6}-\dfrac{4(7x-5)}{2}=-8$

f. $\left(3-\dfrac{5}{4}n\right)-\left(-\dfrac{3}{4}n-8\right)=\left(\dfrac{1}{2}n+2\right)-(5n+4)$

Problemas de la vida diaria (aplicaciones) resueltos mediante ecuaciones de primer grado

Para resolver problemas cotidianos con ecuaciones de primer grado, hay que recordar las expresiones en lenguaje común, que se convierten en expresiones algebraicas, que ya fueron vistas en cursos anteriores.

Ejemplos:

- El doble o duplo de un número: 2x
- El triple de un número: 3x
- El cuádruplo de un número: 4x
- La mitad de un número: x/2
- El tercio de un número x/3
- El cuarto de un número x/4
- Un número es proporcional a 2,3,4…: 2x,3x,4x…
- Un número al cuadrado: x^2
- Un número al cubo: x^3
- Dos números consecutivos: x + (x+1)

- Dos números consecutivos pares: 2x + (2x+2)
- Dos números consecutivos impares: 2x +1 (2x+3)

Nota: Estas son algunas expresiones (herramientas), que pueden ocurrir y que son comunes en estos tipos de problemas.

1. La suma de la tercera y cuarta parte de un número equivale al duplo del número disminuido en 17. Hallar el número.

   Solución:

   Sea x el número

   Sea x/3 la tercera parte del número

   Sea x/4 la cuarta parte del número

   Sea 2x el duplo del número

   Determinamos ecuación así:

   $$\frac{x}{3}+\frac{x}{4}= 2x-17$$

   m.c.m.: (3,4)=12

   $$4x+3x = 24x-204$$
   $$4x+3x-24x = -204$$
   $$-17x = -204$$

   R/→x= $\frac{(-204)}{(-17)}$ =12 es el número

   Su comprobación:

   $$\frac{12}{3}+\frac{12}{4}= 2(12)-17 \rightarrow 4+3=24-17 \rightarrow 7=7$$

2. Hallar el número que disminuido en sus 3/8, equivale a su duplo disminuido en 11.

   Solución:

   Sea x el número
   Sea 2x el duplo
   Sea 2x-11 el duplo disminuido en 11

   La ecuación es la siguiente:

   $x - \frac{3}{8}x = 2x - 11 \quad \rightarrow \quad$ m.c.m= 8

   $$8x-3x = 16x-88$$
   $$8x-3x-16x = -88$$
   $$-11x = -88$$

   $$x = \frac{(-88)}{(-11)} = 8$$

3. En tres días un hombre ganó L.185.00. Si cada día ganó los ¾ de lo que ganó el día anterior, ¿cuánto ganó en cada dia?

   Solución:

   Sea x lo que ganó el día 1

   Sea 3/4 x lo que ganó el día 2

   Sea 9/16 x lo que ganó el día 3

   La ecuación es:

   $x+3/4\ x+9/16\ x=185 \rightarrow$ m.c.m: 16

   $16x+12x+9x=2{,}960$

$37x = 2{,}960$
$x = 2960/37 = 80$

Comprobando la situación:

Gana primer día: x= L.80.00
Gana segundo día: 3/4x = 3/4(80) = 240/4= L.60.00
Gana tercer día: 9/16x = 9/16(80) = 720/16= L.45.00
Donde: 80+60+45= L.185.00

4. Un grifo tarda en llenar un depósito de agua en tres horas y otro grifo tarda en llenarlo cuatro horas. ¿Cuánto tiempo tardarán en llenar los dos grifos juntos el depósito de agua?

Solución:

En una hora el primer grifo llena 1/3 del depósito

En una hora el segundo grifo llena 1/4 del depósito

En una hora los dos grifos juntos habrán llenado:

$$\frac{1}{3}+\frac{1}{4}=\frac{1}{x}$$

m.c.m = 12x

$$4x+3x = 12$$
$$7x = 12$$
$$x = \frac{12}{7}$$

Este ejercicio también puede trabajarse de la siguiente forma:

$$\frac{1}{3}+\frac{1}{4}=\frac{1}{x}$$

m.c.m. para el primer miembro 12 y para el segundo miembro queda igual x

$\frac{4+3}{12} = \frac{1}{x}$ → $\frac{7}{12} = \frac{1}{x}$ multiplicamos en cruz: $7x = 12$

R. → $x = \frac{12}{7}$ horas

5. Halle el valor de los tres ángulos de un triángulo, sabiendo que B mide 40° más que C y que A mide 40° más que B.

Solución:

Sea x el valor del ángulo C

Sea x+40 el valor del ángulo B

Sea x+40+40 →(x+80) el valor del ángulo A

Recordar que la suma de los tres ángulos de un triángulo es 180°

La ecuación resultante es: $x + (x+40)+(x+80)=180$

$$\begin{aligned} x+x+40+x+80 &= 180 \\ 3x &= 180-120 \\ 3x &= 60 \\ x &= 60/3=20 \end{aligned}$$

El ángulo C es de 20°
El ángulo B es de 20°+40°= 60°
El ángulo A es de 20°+80°= 100°

R/=Comprobando: 20+60+100 →180 suma de los ángulos de un Δ

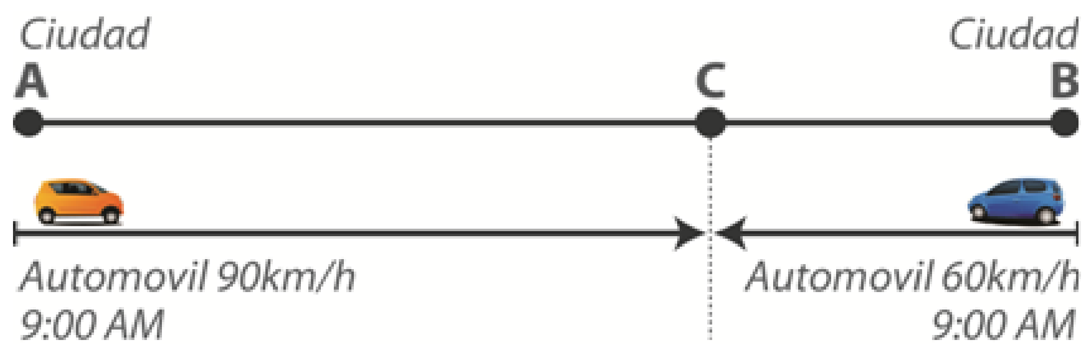
6. Dos ciudades A y B distan 300 km entre sí. A las 9 de la mañana parte de la ciudad A un automóvil color rojo hacia la ciudad B, con una velocidad de 90 km/h; y de la ciudad B parte otro auto color negro hacia la ciudad A, con una velocidad de 60 km/h.

Para plantear problemas sobre móviles (automóviles) que llevan velocidad constante se utilizan las fórmulas del movimiento rectilíneo uniforme.

Solución:

distancia= velocidad × tiempo → $d=v \cdot t$ (ecuación a utilizar)

Recordar: los móviles van en sentido contrario.



$$d_{AC} + d_{CB} = d_{AB}$$

Se pide lo siguiente:

a. El tiempo que tardarán en encontrarse:

La ecuación es:

$$90t + 60t = 300$$
$$150t = 300$$
$$t = 300/150 = 2 \text{ horas}$$

b. La hora del encuentro:

Se encontrarán a las (9+2=11 de la mañana).

c. La distancia recorrida por cada uno:

$d_{AC} = (90 \bullet 2 = 180 \text{ km})$
$d_{CB} = (60 \bullet 2 = 120 \text{ km})$

7. La suma de tres números impares consecutivos es 27. Hallar esos números.

Solución:

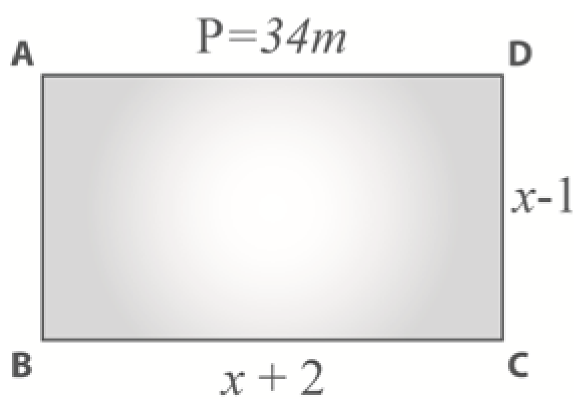
Sea (2x+1) el primer número impar
Sea (2x+3) el segundo número impar
Sea (2x+5) el tercer número impar

Entonces la ecuación resultante es:

$$(2x+1)+(2x+3)+(2x+5) = 27$$
$$2x+1+2x+3+2x+5 = 27$$
$$6x+9 = 27$$
$$6x = 27-9$$
$$6x = 18$$
$$x = \frac{18}{6} \rightarrow \qquad R/=3$$

Entonces: 2(3)+1= 7 es el primer número impar
Entonces: 2(3)+3=9 es el segundo número impar
Entonces: 2(3)+5= 11 es el tercer número impar
R/=Luego la suma es: 7+9+11=27

8. Dado el siguiente rectángulo: ABCD



Solución:

El perímetro de ABCD = 34m
BC = (x+2)→ largo
CD = (x-1) → ancho
Encuentre: BC y CD.

Si me dan las longitudes mediante expresiones algebraicas (incógnitas) y si sé que la suma de sus lados es el perímetro, la ecuación resultante es:

$$(x+2)+(x-1)+(x+2)+(x-1) = 34$$
$$x+2+x-1+x+2+x-1 = 34$$
$$4x = 34-2+1-2+1$$
$$4x = 34-2$$
$$4x = 32$$
$$x = \frac{32}{4} = 8$$

Entonces las longitudes son: BC= (8+2=10)→ largo
CD= (8-1=7) → ancho

R/= Comprobamos perímetro: 10+10+7+7= 34

9. Un padre tiene 35 años y su hijo 5. ¿Al cabo de cuántos años será la edad del padre tres veces mayor que la edad del hijo?

Solución:

Sea x los años

Sea 35+x la edad del padre en su tiempo x

Sea 3(5+x) el triple de edad del padre con respecto a su hijo en su tiempo x.

$$35 + x = 3 \bullet (5 + x)$$
$$35 + x = 15 + 3x$$
$$x-3x = 15-35$$
$$-2x = -20$$
$$x = -20/-2=10$$

R/= al cabo de 10 años el padre tendrá el triple de edad que la de su hijo, ya que: 35+10 = 45 y 5+10 = 15 fijarse que en 45 cabe 3 veces 15.

10. En una librería, Belinda compra un folleto de Matemáticas con la tercera

parte de su dinero y un folleto de Historia con las dos terceras partes de lo que le quedaba. Al salir de la librería tenía 12 lempiras. ¿Cuánto dinero tenía Belinda inicialmente?

Solución:

Sea x la cantidad de dinero que tenía Belinda

Sea 1/3 x el costo del folleto de Matemáticas

Sea 2/3(1- 1/3)x o 2/3·2/3 x=4/9 x costo folleto de Historia

Entonces sumamos los costos y la diferencia los igualamos a x, así:

$1/3\,x+4/9\,x+12=x$

m.c.m.: (3,9) = 9

$$\begin{aligned} 3x+4x+108 &= 9x \\ 3x+4x-9x &= -108 \\ -2x &= -108 \\ x &= \frac{-108}{-2} = 54 \end{aligned}$$

R/= La cantidad inicial que tenía Belinda era de 54 lempiras y gastó 1/3 comprando el folleto de Matemáticas y 4/9 por el folleto de Historia.

Comprobando, esta situación queda así:

1/3 de 54 es: 18 y 4/9 de 54 es: 24, de allí que: 18+24=42 y 12 que le sobraron es: 54.

Actividad 2

Resuelva cada uno de los siguientes problemas de aplicación con ecuaciones lineales:

a. El perímetro de un rectángulo es de 72 mts, si la longitud es el doble de la anchura, determine cuáles son su anchura y longitud.

b. La suma de tres números es 44. El segundo es el doble del primero y el tercero es cuatro unidades menos que el primero. Encuentre los números.

c. Encontrar dos números cuya suma sea 27 y que el cuádruple del menor supere en 3 unidades al triple del mayor.

d. Encuentre las dimensiones de un rectángulo cuyo perímetro mide 56 cms, si la longitud equivale a 3 veces la anchura.

e. Dos ángulos suman 180° y el doble del menos excede en 45º al mayor. Hallar la medida de cada uno.

f. En un hotel de dos pisos hay 48 habitantes, si las habitaciones del primer piso son la mitad del segundo, ¿cuántas habitaciones hay en cada piso?

g. En una clase hay 60 alumnos entre varones y niñas. El número de niñas excede en 15 al doble de los varones, ¿cuántas niñas y cuántos varones hay?

Ecuaciones cuadráticas o de segundo grado

Introducción

Se llaman ecuaciones de segundo grado o ecuaciones cuadráticas, aquellas que tienen la forma canónica siguiente:

$$ax^2+bx+c=0$$

Las ecuaciones cuadráticas se pueden resolver mediante dos formas conocidas, una de ellas es a través de las diferentes formas de factorización y la otra es, que las resuelve a todas, mediante la llamada fórmula cuadrática.

En este tema se trata de ir combinando estas formas de solución, siempre que sea necesario, ya que la factorización y como la fórmula cuadrática son temas de manejo para este curso.

Situaciones de la expresión cuadrática

1. Si $b=0$, la ecuación se reduce a: $ax^2+c=0$ y se llama ecuación cuadrática pura. Ejemplos:

$$x^2-16=0, \qquad 3x^2=75 \qquad 3x^2-6=32-2x^2$$

2. Si $c=0$, la ecuación se reduce a: $ax^2+bx=0$ y se llama ecuación cuadrática mixta incompleta. Ejemplos:

$$5y^2+7y=0, \qquad 8y^2=y \qquad 6y^2+4y=3y-2y^2$$

3. La ecuación de la forma: $ax^2+bx+c=0$, donde a,b y $c \neq 0$, se llama ecuación cuadrática mixta completa. Ejemplos:

$$x^2-5x-6=0, \qquad 4x^2-15x=-9$$

Resolución de ecuaciones cuadráticas puras

Este tipo de ecuaciones cuadráticas se resuelven por el método de la raíz cuadrada, son las más fáciles de resolver. Ejemplos:

a. $2x^2-32 = 0$

$$2x^2 = 32$$
$$x^2 = 32/2$$
$$x^2 = 16$$
$$x = \pm\sqrt{16}$$
$$x = \pm 4$$

C.S=$\{4,-4\}$

Se puede hacer la comprobación con los dos valores.

b. $5x^2 = 420-2x^2$

$$5x^2+2x^2 = 420$$
$$7x^2 = 420$$
$$x^2 = 420/7 = 60$$
$$x^2 = 60$$
$$x = \pm\sqrt{60}$$
$$x = \pm 2\sqrt{15}$$

C.S=$\{2\sqrt{15},-2\sqrt{15}\}$

Se puede hacer la comprobación con los dos valores.

c. $(x+7)(x-3)-4x = 0$

$$x^2+4x-21-4x = 0$$
$$x^2-21 = 0$$
$$x^2 = 21$$
$$x = \pm\sqrt{21}$$

C.S=$\{\sqrt{21},-\sqrt{21}\}$

Se puede hacer la comprobación con los dos valores.

Resolución de ecuaciones cuadráticas mixtas incompletas

La forma más fácil de resolver este tipo de ecuación es por el método de factorización.

a. $x^2+5x=0$

$x(x+5)=0$ → Factor común

Primera solución: $x = 0$

Primera solución: $x+5 = 0$

$x = -5$

C.S={0,-5}

Se puede hacer la comprobación con los dos valores.

b. $4x^2-20x=0$

$4x(x-5)=0$ →Factor común

Primera solución: $4x = 0$

$x = 0/4=0$

Primera solución: $x-5 = 0$

$x = 5$

C.S={0,5}

Se puede hacer la comprobación con los dos valores.

c. $7x^2-40x = 2x^2-5x$

$7x^2-40x - 2x^2+5x=0$

$5x^2-35x=0$

$5x(x-7)=0$ →Factor común

Primera solución: $5x = 0$

$x = 0/5=0$

Primera solución: $x-7 = 0$

$x = 7$

C.S={0,7}
Se puede hacer la comprobación con los dos valores.

d. $x^2 = 15x - 2x^2$
$x^2 - 15x + 2x^2 = 0$
$3x^2 - 15x = 0$
$3x(x-5) = 0$ →Factor común

Primera solución: $3x = 0$
$x = 0/3 = 0$

Primera solución: $x - 5 = 0$
$x = 5$

C.S={0,5}
Se puede hacer la comprobación con los dos valores.

e. $x^2 = 12x - 3x^2$
$x^2 - 12x + 3x^2 = 0$
$4x^2 - 12x = 0$
$4x(x-3) = 0$ →Factor comun

Primera solución: $4x = 0$
$x = 0/4 = 0$

Primera solución: $x - 3 = 0$
$x = 3$

C.S={0,3}
Se puede hacer la comprobación con los dos valores.

Resolución de ecuaciones cuadráticas mixtas completas

Las ecuaciones cuadráticas mixtas completas pueden resolverse mediante tres métodos:

1. Descomposición en factores

2. Completando un cuadrado perfecto

3. Por la fórmula general o cuadrática

Los métodos 2 y 3 se pueden usar para resolver cualquier ecuación cuadrática, pero el método 1, solo se puede usar en aquellas ecuaciones donde el trinomio es factorizable.

Primer método: descomposición en factores

Este método consiste en reducir la ecuación a la forma: $ax^2+bx+c = 0$ descomponer en factores el primer miembro de la ecuación e igualar a cero los factores encontrados.

Ejemplo 1:

$$x^2-5x-24 = 0$$

Notemos que esta expresión es de la forma factorizable: $ax^2+bx+c = 0$
Donde $a = 1$, esta forma dice que busquemos 2 números que multiplicados den 24 (tercer valor) y que restados den el valor de 5 (segundo valor).

Los valores son: $8(3)=24$ y $8-5=3$
Los factores son: $(x-8)(x+3)=0$

Las soluciones son:

$$\begin{array}{ll} x-8 = 0 & x+3 = 0 \\ x = 0+8 & x = 0-3 \\ x = 8 & x = -3 \end{array}$$

C.S={8,-3}
Se puede hacer la comprobación en la ecuación original.

Ejemplo 2:

$$4x^2-15x=-9$$

Notemos que esta expresión es de la forma factorizable $ax^2+bx+c = 0$
Donde $a > 1$, esta forma dice que hagamos un arreglo cruzado (método de la tijera), entre el primer valor y el tercer valor y que al sumarlos den el valor de en medio, así: $4x^2-15x = -9 \rightarrow 4x^2-15x+9 = 0$. Veamos este arreglo:

$$\begin{array}{ccc} 4x & & 3 \\ & \times & \\ x & & 3 \end{array} \quad -12x-3x = -15x$$

Los factores son las líneas: $(4x-3)(x-3)=0$
Las columnas son las descomposiciones de: $4x^2$ y 9

Las soluciones son:

$$\begin{array}{ll} 4x-3 = 0 & x-3 = 0 \\ 4x = 0+3 & x = 0+3 \\ 4x = 3 & x = 3 \\ x = 3/4 & \end{array}$$

C.S={3/4,3}
Se puede hacer la comprobación en la ecuación original.

Ejemplo 3:

$$5x^2+26x+24=0$$

$$\begin{array}{ccc} 5x & & 6 \\ & \times & \\ x & & 4 \end{array} \quad 20x+6x = 26x$$

$(5x+6)(x+4)=0$

$$\begin{array}{ll} 5x+6 = 0 & x+4 = 0 \\ 5x = 0-6 & x = 0-4 \\ 5x = -6 & x = -4 \\ x = -6/5 & \end{array}$$

C.S={-6/5,-4}
Se puede hacer la comprobación en la ecuación original

Ejemplo 4:

$$(x-2)^2- (2x+3)^2 = -80 \rightarrow x^2-4x+4 - (4x^2+12x+9) = -80$$
$$x^2-4x+4 - 4x^2-12x-9 = -80 \rightarrow -3x^2-16x-5 = -80$$
$$-3x^2-16x-5+80 = 0 \rightarrow -3x^2-16x+75 =0$$

$$\begin{array}{ccc} 5x & \times & 6 \\ x & & 4 \end{array} \quad -20x+6x=26x$$

$(5x+6)(x+4)=0$

$$\begin{array}{ll} 5x+6 = 0 & x+4 = 0 \\ 5x = 0-6 & x = 0-4 \\ 5x = -6 & x = -4 \\ x = -6/5 & \end{array}$$

C.S=$\{-6/5,-4\}$

Se puede hacer la comprobación en la ecuación original.

Ejemplo 4:

$-11x+x^2+28=0 \rightarrow x^2-11x+28=0$ Condición: $a=1$

Los números son: $7 \times 4=28$ ya que: $7+4=11$

$(x-7)(x-4) = 0$

$$\begin{array}{ll} x-7 = 0 & x-4 = 0 \\ x = 0+7 & x = 0+4 \\ x = 7 & x = 4 \end{array}$$

C.S=$\{7,4\}$

Se puede hacer la comprobación en la ecuación original.

Ejemplo 5:

$x^2+13x-30=0$ Condición: $a=1$

Los números son: $15 \times 2=30$ ya que: $15-2=13$

$(x+15)(x-2) = 0$

$$\begin{array}{ll} x+15 = 0 & x-2 = 0 \\ x = 0-15 & x = 0+2 \\ x = -15 & x = 2 \end{array}$$

C.S={-15,2}
Se puede hacer la comprobación en la ecuación original

Ejemplo 6

$20x^2 -9x - 20 = 0$ condición: $x>1$

$$\begin{array}{ccc} 5x & \times & 4 \\ 4x & & -5 \end{array} \quad -25x+16x=-9x$$

$(5x+4)(4x-5) = 0$

$5x+4 = 0$ $\qquad$ $4x-5 = 0$

$5x = 0-4$ $\qquad$ $4x = 0+5$

$x = -4/5$ $\qquad$ $x = \frac{5}{4}$

C.S={-4/5,5/4}
Se puede hacer la comprobación en la ecuación original.

Segundo método: completando un cuadrado perfecto

Este método se basa en transformar la ecuación cuadrática de la forma general: $ax^2+bx+c=0$ a la forma: $(x+r)^2 = s$. Donde: r y s son constantes.

Es decir, que la completación del cuadrado es el proceso que consiste en sumar y restar una constante a un polinomio cuadrático para convertirlo en un trinomio cuadrado perfecto. A continuación presentamos algunos ejemplos.
Para encontrar la constante se utiliza la fórmula: $k=(1/2\ b)^2$

Se consideran dos casos: Si: ax^2+bx+c,donde: $a=1$
Si: ax^2+bx+c,donde: $a>1$

a. $x^2-4x-5=0$ → caso # 1

Sabemos que: $a=1$

Calculamos el término de: bx en, $(x^2-4x+\_\_\_\_)-5$

$k=(1/2\ b)^2 \rightarrow (1/2*4)^2 = (4/2)^2 = 2^2 = 4$

Sumamos y restamos 4:

$*(x^2-4x+4)-5-4$

Factorizamos y sumamos:

$(x-2)(x-2)-9$ → Dif. de cuadrados: $(x-2)^2-3^2$

Factorizando la diferencia de cuadrados:

$x^2-4x-5=0$ → vuelve a la expresión original

Factorizando la expresión:

$(x-5)(x+1)=0$
C.S={5,-1}

b. Se puede hacer la comprobación en la ecuación original.

$3x^2-6x-9=0$ → $x^2-2x-3=0$ →caso # 2

Sabemos que: $a>1$

Calculamos el término de: bx en, $(x^2-2x+\_\_\_)-3$

$k=(1/2\ b)^2 \rightarrow (1/2*2)^2 = (2/2)^2 = 1^2=1$

Sumamos y restamos:

$$*3[(x^2-2x+1)-3-1]$$

Reducimos términos semejantes:

$$3[(x^2-2x+1)-4]$$

Factorizamos:

$$3[(x-1)(x-1)-4]$$

Aplicamos diferencia de cuadrados:

$$3[(x-1)^2-2^2]$$

Desarrollamos la diferencia de cuadrados:

$$3[x^2-2x-3]$$

Factorizamos la cuadrática dentro de los corchetes:

$$3[(x-3)(x+1)]$$

Al efectuar el producto vuelve a la expresión original, así:

$$3x^2-6x-9=0$$

Acomodando los factores para la respuesta:

$$3(x-3)(x+1) \rightarrow (3x-9)(x+1)$$

C.S={3,-1}
Se puede hacer la comprobación en la ecuación original.

c. $x^2+6x-16 = 0$ transformamos la ecuación así:
$x^2+6x = 16 \rightarrow$ dividimos 6/2=3, por eso 3^2
$x^2+6x+3^2 = 16+3^2$
*$x^2+6x+9 = 16+9 \rightarrow x^2+6x+9$ Es es un trinomio cuadrado perfecto (T.C.P.)

Este trinomio se factoriza de la siguiente forma, recordando:

Sacamos raíz cuadrada de los extremos, así:

$\sqrt{x^2} = x$ $\sqrt{9} = 3$

Estas raíces las multiplicamos por 2 y comprobamos el componente de en medio, así: 2(3)(x) =6x, siendo sus factores: (x+3)(x+3), que es equivalente a decir: $(x+3)^2$. Entonces nos queda:

$(x+3)^2 = 16+9$
$(x+3)^2 = 25$
$\sqrt{(x+3)^2} = \pm\sqrt{25}$
$x+3 = \pm 5$

$x+3 = 5$ y $x+3 = -5$
$x+3-5 = 0$ y $x+3+5 = 0$
$x-2 = 0$ $x+8 = 0$
$x = 2$ $x = -8$

C.S={2,-8}
Se puede hacer la comprobación en la ecuación original.

d. $x^2+6x+7 = 0$
$x^2+6x = -7$
$x^2+6x+3^2 = -7+3^2$
$x^2+6x+9 = -7+9$
$(x+3)^2 = 2$

$\sqrt{(x+3)^2} = \pm\sqrt{2}$
$x+3 = \pm\sqrt{2}$

$x_1+3=\sqrt{2}$	$x_2+3=-\sqrt{2}$
$x=\sqrt{2}-3$ o	$x=-\sqrt{2}-3$ o
$x=-3+\sqrt{2}$	$x=-3-\sqrt{2}$

C.S={$-3+\sqrt{2}$,$-3-\sqrt{2}$}
Se puede hacer la comprobación en la ecuación original.

e. $x^2-12x = -20$
$x^2-12x+6^2 = -20+6^2$
$x^2-12x+36 = -20+36$
$(x-6)^2 = 16$

$\sqrt{(x-6)^2} = \pm\sqrt{16}$
$x-6 = \pm\sqrt{16}$

$x-6 = 4$ $x-6 = -4$
$x = 4+6$ $x = -4+6$ o
$x = 10$ $x = 2$

C.S={10,2}
Se puede hacer la comprobación en la ecuación original.

C.S={10,2}
Se puede hacer la comprobación en la ecuación original.

Tercer método: la formula cuadrática o fórmula general

Al aplicar el proceso de completar el cuadrado a la forma general de la ecuación cuadrática $ax^2+bx+c=0$, resulta la fórmula general para resolver ecuaciones cuadráticas. Generalmente resulta más práctico usar esta fórmula.

Se debe memorizar y utilizar para resolver ecuaciones cuadráticas cuando los métodos más simples no son aplicables.

La fórmula general es: $x_1, x_2 = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

Ejemplos:

a. $x^2-8x+15=0$

Los coeficientes numéricos son: a=1, b=-8,c=15

Fórmula general: $x_1, x_2 = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

$$x_1, x_2 = \frac{-(-8) \pm \sqrt{(-8)^2-4(1)(15)}}{2(1)}$$

$$x_1, x_2 = \frac{8 \pm \sqrt{(64-60)}}{2}$$

$$x_1, x_2 = \frac{8 \pm \sqrt{4}}{2}$$

$$x_1 = \frac{8+2}{2} = \frac{10}{2} = 5$$

$$x_2 = \frac{8-2}{2} = \frac{6}{2} = 3$$

C.S={5,3}
Se puede hacer la comprobación en la ecuación original

b. $20x^2-9x-20 = 0$

Los coeficientes numéricos son: a=20, b=-9, c=-20

Fórmula general: $x_1, x_2 = \dfrac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

$$x_1, x_2 = \frac{-(-9)\pm\sqrt{(-9)^2-4(20)(-20)}}{2(20)}$$

$$x_1, x_2 = \frac{9\pm\sqrt{(81+1600)}}{40}$$

$$x_1, x_2 = \frac{9\pm\sqrt{1681}}{40}$$

$$x_1, x_2 = \frac{9 + 41}{40}$$

$$x_1, = \frac{9 + 41}{40} = \frac{50}{40} = \frac{25}{20} = \frac{5}{4}$$

$$x_1, = \frac{9 - 41}{40} = -\frac{32}{40} = -\frac{16}{20} = -\frac{8}{10} = -\frac{4}{5}$$

C.S={5/4,-4/5}

Se puede hacer la comprobación en la ecuación original.

c. $6x^2-8x+3=0$

Los coeficientes numéricos son: a=6, b=-8, c=3

Fórmula general: $x_1, x_2 = \dfrac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

$$x_1, x_2 = \frac{-(-8)\pm\sqrt{(-8)^2-4(6)(3)}}{2(6)}$$

$$x_1, x_2 = \frac{8 \pm \sqrt{64 - 72}}{2(6)}$$

$$x_1, x_2 = \frac{8 \pm 2\sqrt{-8}\, i}{12}$$

$$x_1, x_2 = \frac{8}{12} \pm \frac{2\sqrt{2}\, i}{12}$$

$$x_1 = \frac{2}{3} + \frac{\sqrt{2}\, i}{6}$$

$$x_2 = \frac{2}{3} - \frac{\sqrt{2}\, i}{6}$$

C.S={2/3+$\sqrt{2}$i/6, 2/3-$\sqrt{2}$i/6}

*Cabe destacar que este ejercicio no tiene solución en los números reales, esta solución está dada en el campo de los números complejos.

Nota: en la fórmula general, dentro de su radical, está el discriminante:

b^2-4ac=(Δ o D), si aplicamos esta notación a una ecuación cuadrática, nos brindará la categoría de la solución de la ecuación, así:

b^2-4ac> 0, la ecuación tiene 2 soluciones reales y diferentes
b^2-4ac= 0, la ecuación tiene 2 soluciones reales e iguales
b^2-4ac< 0, la ecuación tiene 2 soluciones complejas

Δ	Tipos de soluciones
+	Reales y distintas
0	Reales e iguales
_	Sol. complejas

Tabla que resume los incisos anteriores sobre el discriminante.

Actividad 3

Resuelva las siguientes ecuaciones de segundo grado, por los métodos conocidos:

a. $4x^2=-32x$

b. $5x^2+4=2(x+2)$

c. $(3x-1)(x-2)=5x+2$

d. $3x^2-7x+2=0$

e. $x^2=16x-63$

f. $5x^2-7x-90=0$

Problemas de la vida diaria que se resuelven usando ecuaciones de segundo grado o cuadráticas

Introducción

La solución de estos planteamientos requieren de la aplicación de las ecuaciones cuadráticas y, desde luego, su aprendizaje de técnicas para plantearlos.

Ejemplos:

a. Si Elena tiene 3 años más que Miriam y el cuadrado de la edad de Elena aumentado en el cuadrado de la edad de Miriam equivale a 317 años, ¿qué edad tiene Elena y Miriam?

Solución:
Sea: x la edad de Miriam
Sea: $x+3$ la edad de Elena

Ahora veamos sus cuadrados:

Sea $(x+3)^2$ la edad de Elena
Sea x^2 la edad de Miriam

Ecuación:

$(x+3)^2+x^2 = 317$
$x^2+6x+9+x^2 = 317$
$2x^2+6x+9 = 317$
$2x^2+6x+9-317 = 0$
$2x^2+6x-308 = 0$ dividimos por el coeficiente 2 los demás componentes.
$x^2+3x-154 = 0$ $\rightarrow$ trinomio de la condición: $a=1$

Entonces: 14(11)=154 y a la vez 14-11=3

Factores: (x+14)(x-11)=0

Entonces: (x+14)=0 y (x-11)=0
x=0-14 x=0+11
x=-14 x=11

C.S={-14,11}
R/=Elena tiene 14 años y Mirian 11 años

*Usted puede hacer su análisis de comprobación.

b. La suma de dos números es 9 y la suma de sus cuadrados es 53. Hallar los números.

Solución:

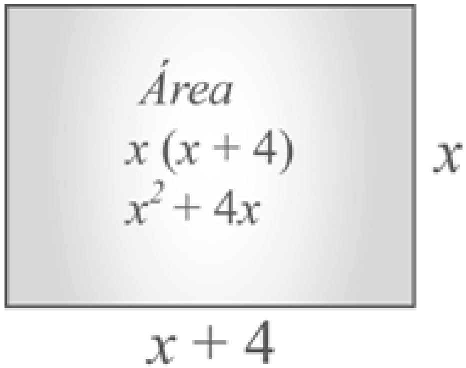
Sea x el primer número
Sea 9-x el segundo número

Ecuación:

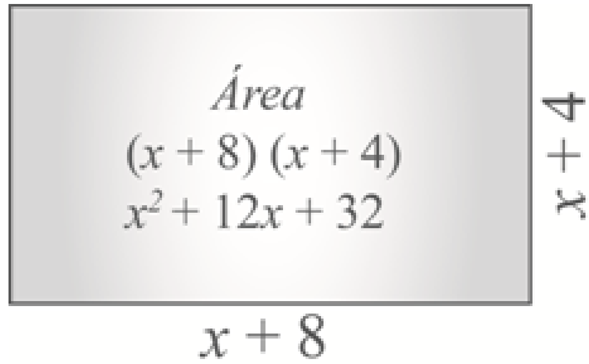
$x^2+(9-x)^2 = 53$
$x^2+ x^2-18x+81 = 53$
$2x^2-18x+81-53 = 0$
$x^2-18x+28 = 0$
$x^2-9x+14 = 0$
$(x-7)(x-2) = 0$
$x = 7$ y $x = 2$

C.S={7,2}
R/= El primer número es 7 y el segundo número es 2
*Usted puede hacer su análisis de comprobación.

c. La longitud de una sala excede a su ancho en 4 mts. Si cada dimensión se aumenta en 4 mts, el area se hace el doble. Hallar las dimensiones de la sala.



Primera idea



Segunda idea

Solución:

Sea (x+4) el largo
Sea x el ancho

Ecuación:

$2(x^2+4x)= x^2+12x+32$

$2x^2+8x = x^2+12x+32$

$2x^2+8x-x^2-12x-32 = 0$

$x^2-4x-32 = 0$

$(x-8)(x+4) = 0$

$x = 8$

$x=-4 \rightarrow$ (no es solución, valor negativo)

C.S={8}
R/=ancho:8 mts y su largo:8+4=12 mts

d. La suma de las edades de A y B es de 23 años y su producto 102 años. Hallar ambas edades.

Solución:

Sea x la edad de A
Sea 23-x la edad de B

Ecuación:

$x(23-x)=102$
$23x- x^2=102$
$-x^2+23x =102$
$-x^2+23x-102 =0$ → dividimos los componentes por-1
$x^2-23x+102 =0$
$(x-17)(x-6)=0$
$x=17$
$x=6$

C.S={17,6}
R/→ A=17 años y B=6 años

e. El área de un cuadrilátero es 121cm^2. Encuentre la medida de uno de sus lados.

Solución:

Sea x la medida de un lado del cuadrilátero
Sea x la medida del otro lado del cuadrilátero

Ecuación:

$x \cdot x = 121$
$x^2 = 121$
$x = \pm\sqrt{121}$
$x = \pm 11$

C.S={±11}
R/=La medida de uno de sus lados es 11

f. Encuentre dos enteros positivos consecutivos cuyo producto sea 210.

Solución:

Sea x el 1er entero positivo
Sea x+1 el 2do entero positivo

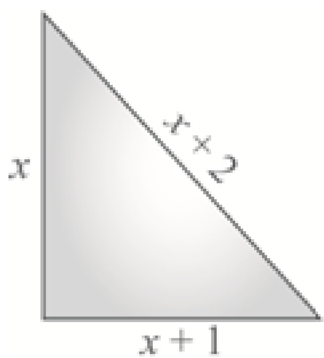
Ecuación:

x(x+1)=210
x^2+x=210
x^2+x-210=0
(x+15)(x-14)=0
x=-15=0
x=14=0

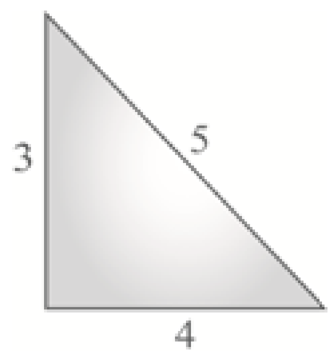
C.S={-15,14}
R/=Los dos números enteros positivos son: 14 y 15

g. Calcular la hipotenusa de un triángulo rectángulo, sabiendo que las medidas de sus lados son tres números consecutivos, que van desde su lado menor hasta la hipotenusa.

Solución:



Hipótesis



Valores reales

Dado que el teorema de Pitágoras es: $c^2 = a^2+b^2$

Entonces: $c^2 = (x+2) \rightarrow (x+2)^2$
$a^2 = x \rightarrow x^2$
$b^2 = x+1 \rightarrow (x+1)^2$

Por lo tanto, el teorema está dado por: $(x+2)^2= x^2+ (x+1)^2$

Simplificando:
$x^2+4x+4 = x^2+x^2+2x+1$
$x^2+4x+4 = 2x^2+2x+1$

$x^2+4x+4-2x^2-2x-1 = 0$

$-x^2+2x+3 = 0$

$x^2-2x-3 = 0$

$(x-3)(x+1) = 0$

$x=3$ y $x=-1$ (valor negativo, rechazado para este caso)

C.S={3}

R/= Hipotenusa= $x+2 \rightarrow 3+2=5$
Cateto mayor= $x+1 \rightarrow 3+1=4$
Cateto menor= $x \rightarrow 3$

h. Un triángulo tiene un área de 24 cm^2 y la altura mide 2 cm más que la base correspondiente. ¿Cuánto mide la altura?

Solución:

Sea x la base del triángulo
Sea $x + 2$ su altura.

Entonces su área es: $A=\dfrac{x(x+2)}{2}=24\ cm^2$

La ecuación de 2do. grado es la siguiente:

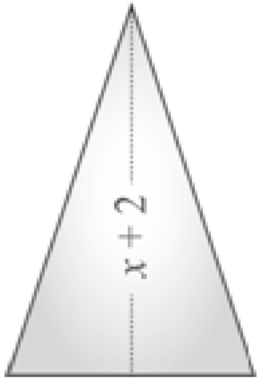
$x^2+2x=48 \rightarrow$

$x^2+2x-48=0$

$(x+8)(x-6)$

$x=-8$ y $x=6$

C.S={6} Rechazamos-8,ya que su valor debe ser positivo.
R/=La altura del triángulo es: $x + 2 \rightarrow 6+2= 8$ cm



La base de este triángulo es x

su área es 24 cm^2, el valor de x=6

Entonces:$A = \dfrac{x(x+2)}{x} \rightarrow \dfrac{6(6+2)}{2} = \dfrac{48}{2} = 24cm^2$

i. Hallar 2 números enteros impares consecutivos cuyo producto sea igual al triple de su suma más 15.

Solución:

Un número impar es $2x+1$ (primer número)
Su consecutivo será: $2x+3$ (segundo número)

Ecuación a resolver:

$$(2x+1)(2x+3) = 3((2x+1)+(2x+3)) +15$$

Resolviendo operaciones indicadas:

$$4x^2+8x+3 = 12x+27$$

Igualando la expresión a cero:

$$4x^2+8x+3-12x-27 = 0$$

Simplificando:

$$4x^2+8x+3-12x-27 = 0$$

Ecuaciones cuadráticas:

$$4x^2-4x-24=0 \qquad o \qquad x^2-x-6=0$$

Factores: $(x-3)(x+2)=0$
Posibles soluciones: $x=3$, $x=-2$

R_1/= Primer número: $2x+1= 2(3)+1=7$
Segundo número: $2x+3=2(3)+3=9$
Triple de su suma más 15= $3(7+9)+15=3(16)+15=$
$48+15=63$, ya que $7(9)=63$

R_2/= Primer número: $2x+1= 2(-2)+1=-3$
Segundo número: $2x+3=2(-2)+3=-1$
Triple de su suma más 15= $3(-3+(-1))+15=$
$3(-4)+15=3$, ya que $-3(-1)=3$

C.S={3,-2}

Se puede usar acorde al conjunto solución de la ecuación, los números 7 y 9, también los números -3 y -1.

j. Pedro es tres años mayor que María y la suma de los cuadrados de ambas edades es 149. Hallar las edades.

Solución:

Sea x la edad de María
Sea x+3 la edad de Pedro

Ecuación (según la condición):

$x^2+(x+3)^2=149$

Desarrollo de la expresión:

$x2+x^2+6x+9 = 149 \rightarrow 2x^2+6x+9=149\rightarrow$
$2x^2+6x+9-149 = 0 \rightarrow 2x^2+6x-140=0$

Factorizando la última expresión por tanteo o fórmula cuadrática:

$2x^2+6x-140=0$
$(2x+20)(x-7)=0$

Hacemos cero los binomios:
$2x+20 = 0$
$2x = 0-20$
$2x = -20$
$x = - 20/2=-10$
$x-7 = 0$
$x = 0+7$
$x = 7$

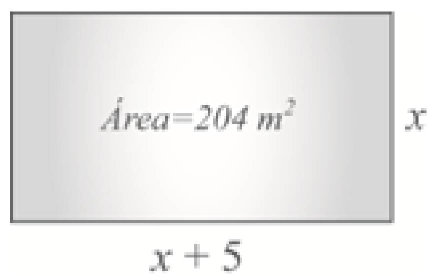
C.S={7}
Rechazamos la solución negativa, ya que no hay edades negativas

R/= Edad de María 7 y edad de Pedro 7+3=10
Cuadrados: $7^2+10^2 = 49+100 = 149$

k. La longitud de un rectángulo es de 5 metros mayor que su ancho. El área mide 204 m^2. Encuentre las dimensiones del rectángulo.

Solución:

Sea x el ancho
Sea x+5 la longitud



Si sabemos que el área de un rectángulo está dada por: A=bxh

Entonces: $A=x(x+5) \rightarrow x(x+5)=204$

$x^2+5x-204 = 0$

Factorizamos:

$(x+17)(x-12)=0$

Posibles soluciones:

$x=-17$ y $x=12$

C.S={12}
Rechazamos la solución: -17 por ser negativa, ya que no existen longitudes negativas.

R/= El ancho del rectángulo es 12 m y su longitud 12+5=17 m y su área es comprobable, ya que: 12x17=204 m^2.

Actividad 4

Resuelva los siguientes problemas aplicados a la vida cotidiana, utilizando las técnicas de las ecuaciones cuadráticas.

a. Calcular dos números cuya suma sea 39 y cuyo producto sea 380.

b. El largo de un terreno rectangular es el doble que el ancho. Si el largo se aumenta en 40 m y el ancho en 6 m, el área se hace el doble. Hallar las dimensiones del terreno.

c. El producto de dos números es 352 y si el mayor se divide por el menor el cociente es 2 y el residuo es 10. Hallar los números.

d. Escriba una ecuación de segundo grado que tenga como soluciones:
$x_1 = 4/3$, $x_2 = -2$

e. Halle el área y perímetro del triángulo rectángulo, si la hipotenusa mide: 2x-5,el cateto más pequeño:x+3 y el cateto más largo: x-4.

Ecuaciones de grado mayor que dos (cúbicas)

Introducción

Este tipo de ecuaciones no cuadráticas se pueden resolver utilizando los métodos de factorización y de teorema del factor o del residuo, eso dependerá del grado de dificultad que estas presenten.

La forma canoníca de estas expresiones es la siguiente. $x^3+bx^2+cx+d=0$
Donde: a,b,c,y c ($a\neq0$), son números reales usualmente o números complejos.

Ejemplo 1

Determinar el C.S. de la siguiente ecuación:

$$x^3+5x^2+6x=0$$

Factorizamos mediante factor común, en este caso es x

$$x(x^2+5x+6)=0$$

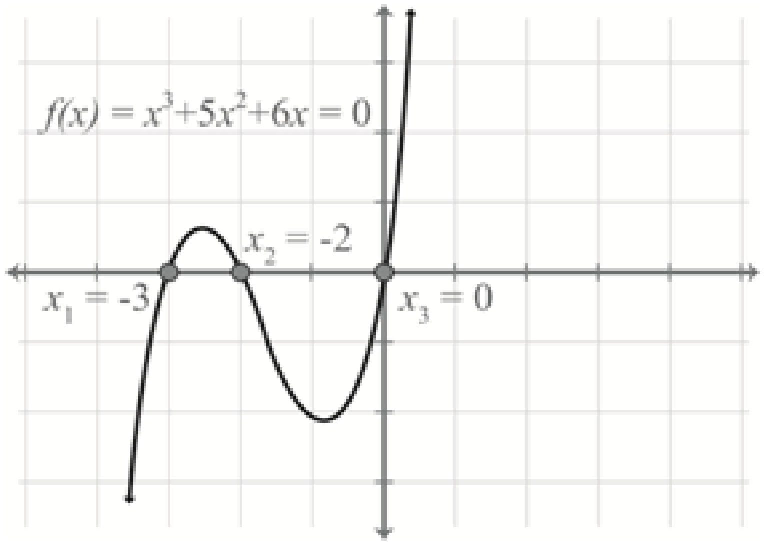
Factorizamos: $x^2+5x+6=0$

Sus factores son: $(x+3)(x+2)=0$ y $x=0$

Entonces: $x_1=-3$, $x_2=-2$, $x_3=0$

C.S={0,-2,-3}

Se puede comprobar en la ecuación estas soluciones, que a la vez se muestran en la siguiente gráfica:



Ejemplo 2

Determinar el C.S. de la siguiente ecuación:

$$x^3-13x^2+36x = 0$$

Factorizamos mediante factor común, en este caso es x

$$x(x^2-13x+36) = 0$$

Factorizamos: $x^2-13x+36 = 0$

Sus factores son: $(x-9)(x-4)=0$ y $x=0$

Entonces: $x_1=9$, $x_2=4$, $x_3=0$

C.S={0,4,9}

Se puede comprobar en la ecuación estas soluciones.

Nota: en estas dos primeras ecuaciones cúbicas no existe un término independiente, por eso podemos resolver fácilmente mediante la factorización.

Ejemplo 3

Determinar el C.S. de la siguiente ecuación:

$x^3+3x^2-x-3=0$

Factorizamos mediante agrupación de términos:

$(x^3+3x^2)+(-x-3)=0$

Encontramos factor común y efectuamos la división:

$x^2 (x+3)-(x+3)=0$

Factorizando la diferencia de cuadrados:

$(x^2-1) (x+3)=0$
$(x+1)(x-1)(x+3)=0$

Igualamos a cero cada factor:

$(x+1)=0, \quad (x-1)=0, \quad (x+3)=0$

Despejamos para x:

$X=-1, \quad x=1, \quad x=-3$

C.S={-3,-1,1}

Se puede comprobar en la ecuación estas soluciones.

Nota: en este ejercicio 3, hay una constante d=3, ecuación diferente a los dos primeros ejercicios, pero se resolvió por factorización, a la vez también la podemos solucionar utilizando el método del teorema del factor o del residuo, así:

Determinar el C.S. de la siguiente ecuación:

$x^3+3x^2-x-3=0$

Calculamos los divisores del término independiente (3):

$D(x)=\{\pm1,\pm3\}$

Factores de forma polinómica (posibles factores):

$(x+1),(x-1),(x+3),(x-3)$

Ensayamos con cada uno de los divisores:-3,-1,1,3 y podemos ver que solo los factores: $(x+3),(x+1),(x-1)$ o -3,-1 y 1 cumplen con $R(x)=0$, así:

Ensayamos con el factor: $(x+1)$,donde $x=-1$ (utilizamos división sintética):

$$\begin{array}{cccc|c} 1 & 3 & -1 & -3 & \\ & -1 & -2 & 3 & -1 \\ \hline 1 & 2 & -3 & 0 & \\ x^2 & x & TI & R & \end{array}$$

Donde TI=término independiente y R=residuo y las x las variables

Si multiplicamos: $(x^2+2x-3)(x+1) \rightarrow x^3+3x^2-x-3=0$

Ensayamos con el factor: $(x+3)$,donde $x=-3$

$$\begin{array}{cccc|c} 1 & 3 & -1 & -3 & \\ & -3 & 0 & 3 & -3 \\ \hline 1 & 0 & -1 & 0 & \\ x^2 & x & TI & R & \end{array}$$

Donde TI=término independiente y R=residuo y las x las variables

Si multiplicamos: $(x^2-1)(x+3) \rightarrow x^3+3x^2-x-3=0$

Ensayamos con el factor: (x-1), donde x=1

$$\begin{array}{cccc|c} 1 & 3 & -1 & -3 & \\ & 1 & 4 & 3 & 1 \\ \hline 1 & 4 & 3 & 0 & \\ x^2 & x & TI & R & \end{array}$$

Donde TI=término independiente y R=residuo y las x las variables

Si multiplicamos: $(x^2+4x+3)(x-1) \rightarrow x^3+3x^2-x-3 = 0$

Ejemplo 4

Determinar el C.S. de la siguiente ecuación:

$$x^3-3x^2-4x+12 = 0$$

Factorizamos mediante agrupación de términos:

$$(x^3-3x^2)+(-4x+12) = 0$$

Encontramos factor común y efectuamos la división:

$$x^2 (x-3)-4(x-3) = 0$$

Factorizando la diferencia de cuadrados:

$$(x^2-4)\ x-3 = 0$$

$$(x+2)(x-2)(x-3) = 0$$

Igualamos a cero cada factor:

$$(x+2)=0, \quad (x-2)=0, \quad (x-3)=0$$

Despejamos para x:

$$x=-2, \quad x=2, \quad x=3$$

C.S=$\{-2,2,3\}$
Se puede comprobar en la ecuación estas soluciones.

Ejemplo 5

Determinar el C.S. de la siguiente ecuación.

Nota: en este ejercicio 5, hay una constante d=5, ecuación que podemos resolver por factorización o mediante el método del teorema del factor o del residuo, así:

Determinar el C.S. de la siguiente ecuación:

$$x^3+5x^2-x-5=0$$

Calculamos los divisores del término independiente (5):

$$D(x)=\{\pm 1,\pm 5\}$$

Factores de forma polinómica (posibles factores):

$$(x+1),\ (x-1),\ (x+5),\ (x-5)$$

Ensayamos con cada uno de los divisores, pero podemos ver que solo los factores: (x+1), (x−1), (x+5) o −5,−1 y 1 cumplen con R(x)=0, así:

Ensayamos con el factor: (x+1), donde x=−1 (utilizamos división sintética).

$$\begin{array}{cccc|c} 1 & 5 & -1 & -5 & \\ & -1 & -4 & 5 & -1 \\ \hline 1 & 4 & -5 & 0 & \\ x^2 & x & TI & R & \end{array}$$

Donde TI=término independiente y R=residuo y las x las variables

Si multiplicamos: $(x^2+4x-5)(x+1)$ → $x^3+5x^2-x-5=0$

Ensayamos con el factor: $(x-1)$, donde $x=1$ (utilizamos división sintetica)

$$\begin{array}{cccc|c} 1 & 5 & -1 & -5 & \\ & 1 & 6 & 5 & 1 \\ \hline 1 & 6 & 5 & 0 & \\ x^2 & x & TI & R & \end{array}$$

Donde TI=término independiente y R=residuo y las x las variables

Si multiplicamos: $(x^2+6x+5)(x-1)$ → $x^3+5x^2-x-5=0$

Ensayamos con el factor: $(x+5)$, donde $x=-5$

$$\begin{array}{cccc|c} 1 & 5 & -1 & -5 & \\ & -5 & 0 & 5 & -5 \\ \hline 1 & 0 & -1 & 0 & \\ x^2 & x & TI & R & \end{array}$$

Donde TI=término independiente y R=residuo y las x las variables

Si multiplicamos: $(x^2-1)(x+5)$ → $x^3+5x^2-x-5=0$

Ejemplo 6

Determinar el C.S. de la siguiente ecuación.

Supongamos que tenemos la ecuación cúbica siguiente, que aparentemente no la podemos factorizar por tanteo, entonces hacemos lo siguiente:

$$x^3+4x^2-7x-10 = 0$$

$D(x)=\{\pm1,\pm2,\pm5\}$

Ensayamos con cualquiera de los divisores y con el primero donde R(x)=0, encontramos los factores, así

$$\begin{array}{cccc|c} 1 & 4 & -7 & -10 & \\ & -5 & 5 & 10 & -5 \\ \hline 1 & -1 & -2 & 0 & \\ x^2 & x & TI & R & \end{array}$$

Los factores son: $(x^2-x-2)(x+5)$, para encontrar los demás factores me queda factorizar: $x^2-x-2=0 \rightarrow (x-2)(x+1)$.

Implica entonces que los factores son: $(x+5)(x-2)(x+1)$.

C.S=$\{-5-1,2\}$
Se puede comprobar en la ecuación estas soluciones.

Actividad 5

Determinar el C.S. de las siguientes ecuaciones (utilice los métodos de factores y teorema del residuo):

a. $2x^3+x^2-5x+2 = 0$

b. $x^3-3x^2 = 0$

c. $7x^3-32x^2+16x=0$

d. $x^3-5x^2-18x+72=0$

e. $x^3+x^2-6x=0$

f. $x^3+6x^2+12x+8=0$

g. $3x^3-21x^2=0$

Ecuaciones racionales

Son ecuaciones de la forma: $\frac{p(x)}{q(x)}=0$, en donde p(x) y q(x) son polinomios con $q(x)\neq 0$.

La forma es una fracción donde existen denominadores polinómicos con incógnitas a resolver, pero en aquellos valores en los que q(x)=0 serán denominados números prohibidos (n.p).

Ejemplo 1

Determinar el C.S. y los números prohibidos de la ecuación:

$$\frac{(x-3)}{(x-4)} - \frac{x}{(2x+3)} = \frac{x^2}{(2x^2-5x-12)}$$

Factorizamos la expresión cuadrática: $2x^2-5x-12 \rightarrow (2x+3)(x-4)$

Reescribimos la ecuación:

$$\frac{(x-3)}{(x-4)} - \frac{x}{(2x+3)} = \frac{x^2}{(2x+3)(x-4)}$$

Calculamos valores prohibidos de los denominadores (n.p.):

$x-4=0$	$2x+3 = 0$
$x=0+4$	$2x+3 = 0$
$x=4$	$2x = 0-3$
	$x = -3/2$

Números prohibidos: $(x=4, x=-3/2)$

m.c.m. (mínimo común múltiplo) de los denominadores: $(x-4)(2x+3)$, el cual por simplicidad, será siempre tomado como el producto de tales factores de los denominadores, sin repetirlos,

Dividimos el m.c.m. por los denominadores de la expresión y los multiplicamos por los denominadores. Para simplificar la expresión original quedando, así:

$$(x-4)(2x+3)\frac{(x-3)}{(x-4)} - (x-4)(2x+3)\frac{x}{(2x+3)} = (x-4)(2x+3)\frac{x^2}{(2x+3)(x-4)}$$

Eliminamos los denominadores que deban ser eliminados por el producto, nos quedará lo siguiente:

$$(2x+3)(x-3)-(x-4)x = x^2$$

Hacemos el producto y simplificamos:

$$2x^2-3x-9-x^2+4x = x^2$$
$$x^2+x-9 = x^2$$
$$x^2+x-9- x^2 = 0$$
$$x-9 = 0$$
$$x = 0+9$$
$$x = 9$$

C.S={9}
Se puede comprobar en la ecuación estas soluciones.

Ejemplo 2

Determinar el C.S. y los números prohibidos de la ecuación:

$$\frac{3x}{(x-3)} = 1 + \frac{9}{(x-3)}$$

Calculamos valores prohibidos de los denominadores (n.p.):

$$x-3 = 0$$
$$x = 0+3$$
$$x = 3$$

Números prohibidos: (x=3)

m.c.m. : (x-3)

Dividimos el m.c.m. por los denominadores de la expresión y los multiplicamos por los denominadores. Para simplificar la expresión original quedando, así:

$$3x = 1(x-3)+9$$
$$3x = x-3+9$$
$$3x-x = -3+9$$
$$2x = 6$$
$$x = 6/2 = 3$$

El valor de 3 es un número prohibido, por lo tanto, no es solución de la ecuación.

La solución será el conjunto vacio, representado por CS={ } o Ø

Ejemplo 3

Determinar el C.S. y los números prohibidos de la ecuación:

$$\frac{1}{x^2-x} - \frac{1}{x-1} = 0$$

Factorizamos $x^2 - x \rightarrow x(x-1)$

Calculamos valores prohibidos de los denominadores (n.p.):

$x=0$ $\quad$ $x-1= 0$

$x = 0 + 1$

$x =1$

Números prohibidos: $(x=0, x=1)$

Reescribimos la ecuación:

$$\frac{1}{x(x-1)} - \frac{1}{x-1} = 0$$

m.c.m.: $x(x-1)$

Dividimos el m.c.m. por los denominadores de la expresión y los multiplicamos por los denominadores. Para simplificar la expresión original quedando, así:

$$1-x = 0$$

$$-x = -1$$

$$x = \frac{-1}{-1} = 1$$

El valor de 1 es un número prohibido, por lo tanto, no es solución de la ecuación.

La solución será el conjunto vacío, representado por CS={ } o Ø

Ejemplo 4

Determinar el C.S. y los números prohibidos de la ecuación:

$$\frac{1}{(x-2)} + \frac{1}{(x+2)} = \frac{1}{(x^2-4)}$$

Factorizamos $x^2-4 \rightarrow (x+2)(x-2)$

Calculamos valores prohibidos de los denominadores (n.p.):

$$\begin{aligned} x-2 &= 0 \\ x &= 0+2 \\ x &= 2 \end{aligned} \qquad\qquad \begin{aligned} x+2 &= 0 \\ x &= 0-2 \\ x &= -2 \end{aligned}$$

Números prohibidos: $(x=2, x=-2)$

Reescribimos la ecuación:

$$\frac{1}{(x-2)} + \frac{1}{(x+2)} = \frac{1}{(x+2)(x-2)}$$

m.c.m.: $(x-2)(x+2)$

Dividimos el m.c.m. por los denominadores de la expresión y los multiplicamos por los denominadores. Para simplificar la expresión original quedando, así:

$$\begin{aligned} x+2+(x-2) &= 1 \\ x+2+x-2 &= 1 \\ 2x &= 1-2+2 \\ 2x &= 1 \\ x &= 1/2 \end{aligned}$$

El valor de 1/2 es un número no prohibido, por lo tanto, si es solución de la ecuación.

C.S={ 1/2}
Se puede comprobar en la ecuación esta solución.

Actividad 6

Determinar el C.S. y los números prohibidos de las siguientes ecuaciones:

a. $\frac{x}{2}=\frac{x}{6}-\frac{1}{4}$

b. $\frac{3x}{5}-\frac{2x}{3}+\frac{1}{5}=0$

c. $\frac{x}{2}+2-\frac{x}{12}=\frac{x}{6}-\frac{5}{4}$

d. $\frac{3x}{4}-\frac{1}{5}+\frac{2x}{2x}=\frac{5}{4}-\frac{3x}{20}$

e. $\frac{2}{(2x-2)}+\frac{2}{(x+3)}=\frac{6}{(4x+5)}$

f. $\dfrac{10}{(5x-4)} = 6$

g. $\dfrac{4}{2x} + \dfrac{2}{(2x^2)} = \dfrac{3}{4x}$

Ecuaciones con radicales

Introducción

Es una igualdad que se trabaja como todas las demás con variables, las cuales van encerradas dentro de un signo de raíz, también puede tener un exponente fraccionario.

Se debe recordar las propiedades de la potenciación, para aquellas expresiones con exponente fraccionario que representa una raíz. Ejemplos:

$x^{1/5} = 4$, $\sqrt{x} = 6$, $\sqrt{3x-2} = 5$, $\sqrt{3x+2} = \sqrt{9x}$,etc.

Al resolver este tipo de ejercicios, el objetivo es hacer desaparecer el signo radical, para que nos quede, quizás, como una ecuación lineal, cuadrática, racional, etc., las cuales ya sabemos cómo resolver.

Ejemplo 1

Determinar el C.S. de la siguiente ecuación:

$$\sqrt{x+4} = 6$$

Elevamos los términos al cuadrado:

$$(\sqrt{x+4})^2=6^2$$

Quitamos exponente y radical al primer término:

$$x+4 = 6^2$$

Resolvemos el segundo término:

$$x+4=36$$

Resolvemos la ecuación lineal:

$$x = 36-4$$
$$x = 32$$

Comprobación: $x=4$

$$\sqrt{(x+4)} = 6$$
$$\sqrt{32+4} = 6$$
$$\sqrt{36} = 6$$
$$6 = 6$$

C.S={32}

Ejemplo 2

Determinar el C.S. de la siguiente ecuación:

$$2x-5\sqrt{x-3} = 0$$

Trasponemos términos de derecha a izquierda:

$2x-3=5\sqrt{x}$

Elevamos los términos al cuadrado y resolvemos:

$(2x-3)^2=(5\sqrt{x})^2$
$4x^2-12x+9=25x$

Trasponemos términos e igualamos a cero:

$4x^2-12x+9-25x = 0$

Resolvemos términos semejantes:

$4x^2-37x+9 = 0$

Factorizamos la expresión cuadrática:

$4x^2-37x+9 = 0 \quad \rightarrow \quad (4x-1)(x-9) = 0$

Igualamos a cero los binomios para encontrar las posibles soluciones:

$4x-1 = 0$ y $x-9=0 \rightarrow x=9$
$4x = 0+1$
$4x = 1$
$x = 1/4$

Comprobación: $x=9$

$2x-5\sqrt{x}-3 = 0$
$2(9)-5\sqrt{9}-3 = 0$
$18-5(3)-3 = 0$
$18-15-3 = 0$
$18-18 = 0$

*Al probar con $x=1/4$, en la expresión original, su resultado es igual a -5, no es igua a 0, por lo tanto, rechazamos este valor como solución y solo dejamos a: C.S={9}

Ejemplo 3

Determinar el C.S. de la siguiente ecuación:

$$\sqrt{5x-11} - \sqrt{x-3} = 4 \rightarrow \sqrt{5x-11} - \sqrt{x-3} - 4 = 0$$

Dividimos la expresión en dos radicales y los igualamos:

$$\sqrt{5x-11} = -\sqrt{x-3} -4$$

Eliminamos signo (-) del segundo miembro:

$$\sqrt{5x-11} = \sqrt{x-3} + 4$$

Elevamos los términos al cuadrado y resolvemos:

$$(\sqrt{5x-11})^2 = (\sqrt{x-3} + 4)^2$$

Eliminamos el primer exponente y hacemos el producto:

$$5x-11 = (\sqrt{x-3})^2+(2\sqrt{x-3})(4)+4^2$$

Eliminamos el cuadrado del 1er. término del 2do. miembro:

$$5x-11=x-3+8\sqrt{x-3} + 16$$

Trasponemos términos:

$$5x-11-x+3-16 = 8\sqrt{x-3}$$

Resolvemos términos semejantes (segunda resolución):

$$4x-24= 8\sqrt{x-3}$$

Elevamos al cuadrado los dos miembros y resolvemos:

$$(4x-\mathbf{24})^2 = (\mathbf{8}\sqrt{x-3})^2 \rightarrow (x-6)^2 = (2\sqrt{x-3})^2 \rightarrow (24,8) \div 4 = 6 \text{ y } 2$$

$$x^2-12x+36 = (2\sqrt{x-3})^2 \rightarrow x^2 - 12x+36 = 4x-12$$

Trasponemos términos y resolvemos términos semejantes:

$$x^2-12x+36-4x+12 = 0 \rightarrow x^2-16x+48 = 0$$

Factorizamos la expresión cuadrática:

$$x^2-16x+48 = 0 \rightarrow (x-12)(x-4) = 0$$

Igualamos a cero los binomios para encontrar las posibles soluciones:

$x=12$ y $x=4$

Comprobación: $x=12$

$$\begin{aligned} \sqrt{5x-11}-\sqrt{x-3} &= 4 \\ \sqrt{5(12)-11}-\sqrt{12-3} &= 4 \\ \sqrt{(60-11)}-\sqrt{9} &= 4 \\ \sqrt{49}-\sqrt{9} &= 4 \\ 7-3 &= 4 \\ 4 &= 4 \end{aligned}$$

*Al probar con $x=4$, en la expresión original su resultado es $2=4$ (falso), por lo tanto, rechazamos este valor como solución y solo dejamos a: C.S={12}

Ejemplo 4

Determinar el C.S. de la siguiente ecuación:

$$\sqrt{2x+3}-\sqrt{x-2} = 2$$

Despejando hacia la derecha la raíz negativa:

$$\sqrt{2x+3} = 2 + \sqrt{x-2}$$

Despejando hacia la derecha el signo radical, pasando como cuadrado a la derecha:

$$\sqrt{(2x+3)}= (2 + \sqrt{x-2})^2$$

Aplicación de productos notables $(a+b)^2$

$$2x+3= 2^2+2(2)\sqrt{x-2} + (\sqrt{x-2})^2$$

Simplificamos:

$$2x+3 = 4+4\sqrt{x-2}+x-2$$
$$2x+3-4-x+2 = 4\sqrt{x-2}$$
$$x+1 = 4\sqrt{x-2}$$

Despejando 4, pasa a dividir a la izquierda:

$$\frac{(x+1)}{4}=\sqrt{x-2}$$

Despejamos signo radical para la izquierda:

$$\left(\frac{x+1}{4}\right)^2 = x-2$$

Aplicamos productos notables y cuadrado de 4:

$$\left(\frac{x^2+2x+1}{16}\right) = x-2$$

Pasamos 16 a multiplicar a la derecha:

$$x^2+2x+1 =16(x-2)$$

Resolvemos operación indicada:

$$x^2+2x+1 = 16x-32$$

Trasponemos términos:

$$x^2+2x+1-16x = -32-1$$

Simplificamos:

$$x^2-14x = -33$$

Formamos la ecuación cuadrática:

$$x^2-14x+33 = 0$$

Factorizamos por tanteo o por fórmula cuadrática:

$$(x-11)(x-3) = 0$$

Igualamos a cero los binomios para encontrar las posibles soluciones:

$$x=11, \quad x=3$$

C.S={11,3}
Se puede comprobar en la ecuación estas soluciones.

Ejemplo 5

Determinar el C.S. de la siguiente ecuación:

$$\sqrt{x-1} = 2x-3$$

Despejando el signo radical hacia la derecha:

$$x-1=(2x-3)^2$$

Aplicación de productos notables $(a+b)^2$:

$$x-1= 4x^2-12x+9$$

Ordenamos la ecuación:

$$4x^2-12x+9 = x-1$$

Simplificamos:

$$4x^2-12x+9-x+1= 0$$
$$4x^2-13x+10= 0$$

Factorizamos por tanteo o por fórmula cuadrática:

$(4x-5)(x-2) = 0$

Igualamos a cero los binomios para encontrar las posibles soluciones:

$x=5/4, \qquad x=2$

Rechazamos el valor de 5/4, ya que al aplicarlo en la ecuación los valores que arroja son:

$1/2 \neq -1/2$, hace que no sea una identidad

C.S={2}
Se puede comprobar en la ecuación estas soluciones.

Actividad 7

Determinar el C.S. de las siguientes ecuaciones:

a. $\sqrt{2x-2}=8$

b. $\sqrt{(2x-3)}-x=-1$

c. $\sqrt{x}+\sqrt{x-4}=2$

d. $\sqrt{5x+4}-1=2x$

e. $3\sqrt{(x-1)}+11=2x$

f. $\sqrt{2x-1}+\sqrt{x+4}=6$

g. $x+\sqrt{4x+1}=5$

Glosario

Cateto: en geometría, es cualquiera de los dos lados menores de un triángulo rectángulo.

Discriminante: es una expresión que nos permite determinar los diferentes tipos de soluciones que existen en una ecuación. Se obtiene a partir de la función cuadrática: $ax^2 + bx + c = 0$. El discriminante se calcula: $D = b^2 - 4ac$.

Ecuación: es una igualdad entre dos expresiones algebraicas, denominadas miembros, en las que aparecen valores conocidos y desconocidos (incógnitas), conectados por medio de operaciones matemáticas.

Ecuaciones racionales: son ecuaciones en las que aparecen fracciones polinómicas.

Ecuaciones con radicales o ecuaciones irracionales: son aquellas que tienen la incógnita bajo el signo radical. $\sqrt{2x-3}-x=-1$.

Ecuación de tercer grado o ecuación cúbica: con una incógnita es una ecuación que se puede poner bajo la forma canónica: $ax^3+bx^2+cx+d=0$

Forma canónica: es hablar de algo que no es arbitrario, es un concepto central en matemáticas. Término de origen griego que significa regla, modelo, el canon; designa el conjunto de las relaciones que regulan las diferentes proporciones de las partes conforme a un modelo acabado.

Factorización: es expresar un número o una expresión; por ejemplo, un número compuesto se descompone en producto de otros números más pequeños (factores), en el caso de números debemos utilizar los números primos que, al multiplicarlos todos, resulta el número a descomponer.

Hipotenusa: es el lado de mayor longitud de un triángulo rectángulo y el lado opuesto al ángulo recto. La medida de la hipotenusa puede ser hallada mediante el teorema de Pitágoras, si se conoce la longitud de los otros dos lados, denominados catetos.

Donde: a,b,c y d ($a \neq 0$) son números que pertenecen a un campo, usualmente el campo de los números reales o el de los números complejos.

Teorema del factor: sirve para encontrar los factores de un polinomio (una expresión en la cual los términos solo son sumados, sustraídos o multiplicados, como la siguiente expresión: x^2+6x+6 . Es un caso especial del teorema del resto.

Actividad metacognitiva

A continuación se le presentan una serie de preguntas que usted debe de responder con el propósito de conocer su aprovechamiento final. Recuerde que si no lo sabe la respuesta de alguna pregunta, no está obligado a contestarla.

1. ¿Qué temas los considera importantes para su aplicación en su vida diaria?

2. ¿Cómo se considera después de haber estudiado la unidad? ¿Por qué?

3. ¿Qué pensaba al respecto durante estudiaba la unidad de las ecuaciones?

4. ¿Sintió que hizo mucho esfuerzo o fue muy fácil al resolver los ejercicios de la unidad?

5. ¿Considera que adquirió nuevos aprendizajes al estudiar los temas de esta unidas ¿Puede mencionar cuáles de ellos?

6. ¿Qué aprendió acerca de sus habilidades para resolver este tipo de ejercicios matemáticos?

Autoevaluación

1. Resuelva las siguientes ecuaciones que a continuación se listan, dando su respectivo conjunto solución:

   a. $30x-(-x+6)+(-5x+4)= -(5x+6)+(-8+3x)$

   b. $x+3(x-1)= 6-4(2x+3)$

   c. $3x+101-4x-33= 108-16x-100$

   d. $9x-(5x+1)-\{2+8x-(7x-5)\}+9x=0$

e. $\frac{(x-1)}{4} - \frac{(x-5)}{36} = \frac{(x+5)}{9}$

f. $\frac{3}{4}(2x+4) = x+19$

2. Resuelva los siguientes problemas de aplicación utilizando los argumentos de las ecuaciones de primer grado:

a. Fernando alquiló un carro por L.1,200.00 diarios por cuatro (4) días. En adición pagó L.100.00 por cada km recorrido. ¿Cuántos kms viajó Fernando, si su factura fue de L.60,000.00?

b. El perímetro de un rectángulo es 64 cms. Su largo es de 4 cms menos tres veces su ancho. Hallar las dimensiones del rectángulo.

c. Hallar tres números consecutivos, tales que su suma sea 78.

d. Un laboratorio alquiló una computadora por L.2,000.00 por un mes, más L.50.00 por hora, por el uso de la computadora. La factura por el uso de la computadora fue de L.70,000.00 por un año. ¿Por cuántas horas usó el laboratorio la computadora durante ese año?

e. Nahúm, Francisco y Marco trabajaron un total de 17 horas para una organización que se dedica a ayudar a niños de y en la calle. La semana pasada Francisco trabajó X horas, Nahúm trabajó una ⅓ parte de lo que trabajó Francisco y Marco 1½ parte de lo que trabajó Francisco. ¿Cuántas horas trabajó cada uno?

f. La suma de tres números impares consecutivos es 39. Calcular los números.

g. Marvin y Manuel compraron unos zapatos deportivos por un total de L.2,300.00. Manuel pagó L.300.00 más por los zapatos que Marvin. ¿Cuánto pagó cada uno de ellos?

3. Resuelva los siguientes problemas de aplicación utilizando los argumentos de las ecuaciones de segundo grado:

a. La longitud de un terreno rectangular es el doble de su anchura. Si la longitud se aumenta en 40 mts y el ancho en 6 mts, su área se duplica. Halle las dimensiones del terreno.

b. El señor Rivas es 4 años mayor que su esposa, sus edades actuales son un misterio, solo sabemos que la suma de los cuadrados de sus edades es 3,706. ¿Qué edad tiene cada uno?

c. Encuentre dos números enteros positivos que la suma de sus cuadrados sea 25.

d. La longitud de una habitación es de 5 m, mayor que su ancho, el área es de 150 m^2. Hallar sus dimensiones.

e. Encuentre dos números enteros impares consecutivos, cuyo producto sea 35.

f. Un rectángulo tiene un perímetro de 32 m y una área de 60 m^2. Encuentre el largo y el ancho.

g. Dos números naturales se diferencian en dos unidades y la suma de sus cuadrados es 514. ¿Cuáles son esos números?

4. Determinar el C.S. de las siguientes ecuaciones cúbicas que a continuación se presentan (utilice los métodos de factores y teorema del residuo):

a. $-2x+4=0$

b. $x^3-x^2-4x+4 = 0$

c. $x^3-5x^2 = 0$

d. $2x^3-6x^2-20x = 0$

e. $x^3-7x^2+16x-12 = 0$

f. $x^3-5x^2-25x+125 = 0$

g. $6x^3-24x^2 = 0$

h. x^3-3x^2-4x

5. Determinar el C.S. y los números prohibidos de las siguientes ecuaciones racionales:

a. $\frac{x}{4}=\frac{x}{x}-\frac{1}{x}$

b. $\frac{3}{x^2-1}+\frac{x+2}{x-1}=\frac{x}{x+1}$

c. $\frac{2x}{x+1}-\frac{x}{x-4}+\frac{1}{3}=0$

d. $\frac{3}{x}-\frac{2}{x^2}+\frac{5x-2}{x}=5$

e. $\frac{x+2}{x+3}+\frac{3}{x^2+6x+9}=1$

f. $\frac{2}{x-1}+\frac{2}{x+3}=\frac{4}{x-4}$

g. $\frac{20}{10x-5}=2$

6. Determinar el C.S. de las siguientes ecuaciones radicales:

a. $\sqrt{x-3}+5=x$

b. $\sqrt{5x+6}-1=x+1$

c. $3\sqrt{x-1}+37=2x$

d. $\sqrt{2x-2}+\sqrt{x+6}=5$

e. $x+\sqrt{4x+9}=9$

f. $4x-\sqrt{x-1}=4x-10$

g. $2\sqrt{x}-\sqrt{x+7}=2$

Bibliografía

- Baldor, Aurelio. *Algebra,* 1997 publicaciones cultuura mexico.
- Phillips, Elizabeth; Butts, Thomas y Shaughnessy, Michael. traduccion Victor huga ibarra mercado, *Álgebra con aplicaciones*, 1998 editorial Harla Mexico.
- Reyes Núñez, Horacio. *Matemáticas I bachillerato*, 2012 Tegucigalpa Honduras.