

Vorgegebene Auslegungsdaten:

Bezeichnung und Wert:

Benennung:

$$T_{an} := 50 \text{ N}\cdot\text{m}$$

Antriebsdrehmoment

$$T_{ab1} := 650 \text{ N}\cdot\text{m}$$

Abtriebsdrehmoment

$$n_S := 1100 \text{ min}^{-1}$$

Schaltdrehzahl

$$n_{an} := 2000 \text{ min}^{-1}$$

Antriebsdrehzahl

$$F_B := 1.5 \text{ kN}$$

Bohr-Abtriebskraft

$$K_A := 2.0$$

Belastungsfaktor

1) Auslegen der Übersetzung und Bestimmung der Zähnezahlen**rechnerisches Übersetzungsverhältnis**

$$i_{ges} := \frac{T_{ab1}}{T_{an}} = 13$$

$$i_{12} := 3.95$$

TBM S. 269

$$i_{34} := \frac{i_{ges}}{i_{12}} = 3.291$$

$$i_{ges} := i_{12} \cdot i_{34} = 13$$

Das Gegenrechnen bestätigt den Wert für i_{ges}

$$n_{ab} := \frac{n_{an}}{i_{ges}} = 153.846 \text{ min}^{-1}$$

Zähnezahlen der Zahnräder

$$z_1 := 25$$

$$z_2 := z_1 \cdot i_{12} = 98.75 \quad z_2 := 99$$

TBM S. 269

$$z_3 := 24$$

$$z_4 := z_3 \cdot i_{34} = 78.987 \quad z_4 := 79$$

Als Literatur für die Formeln dient:

Roloff/Matek Maschinenelemente 24. Auflage (Springer Vieweg)
 Tabellenbuch Metall 48. Auflage (Europa Lehrmittel)

Gl.: TB:
 TBM S.

tatsächliches Übersetzungsverhältnis

$$i_{12} := \frac{z_2}{z_1} = 3.96$$

TBM S. 269

$$i_{34} := \frac{z_4}{z_3} = 3.292$$

$$i_{ges} := i_{12} \cdot i_{34} = 13.035$$

Abweichung Abtriebsparameter

$$T_{ab2} := T_{an} \cdot i_{ges} = 651.75 \text{ N} \cdot \text{m}$$

$$n_{ab} := \frac{n_{an}}{i_{ges}} = 153.433 \text{ min}^{-1}$$

$$\frac{T_{ab2}}{T_{ab1}} = 1.003$$

Das ausgelegte
Abtriebsdrehmoment weicht
0,3% im positiven Sinne von
den Anforderungen ab.

2) Berechnung der Wellen und Passfedern

$$\tau_{tzul} := 50 \frac{N}{mm^2}$$

Dauerfestigkeitsschubspannung von 42CrMo4

$$n_P := 1$$

Anzahl Passfedern pro Welle-Nabe Verbindung

$$\varphi := 1$$

Traganteil der Passfeder

$$R_e := 295 \frac{N}{mm^2}$$

Streckgrenze E295

$$S_F := 1.1$$

Sicherheit Fließgrenze

$$p_{Fzul} := \frac{R_e}{S_F} = 268.182 \frac{N}{mm^2}$$

Zulässige Flächenpressung einer Passfeder

Antriebswelle:

$$d_{min1} := \sqrt[3]{\frac{16 \cdot T_{an} \cdot K_A}{\pi \cdot \tau_{tzul}}} = 21.677 \text{ mm}$$

$$d_{W1} := 30 \text{ mm}$$

$$t_{1,W1} := 4 \text{ mm}$$

$$l_{t1} := \frac{2 \cdot T_{an}}{d_{W1} \cdot (7 \text{ mm} - t_{1,W1}) \cdot n_P \cdot \varphi \cdot p_{Fzul}} = 4.143 \text{ mm}$$

$$b_{P1} := 8 \text{ mm}$$

Da die tragende Länge nicht die Abrundungen am Ende beinhaltet, werden beide Radien (zusammen die Breite der Passfeder) addiert und die Gesamtlänge auf die nächste genormte Länge gerundet.

$$l_{P1} := l_{t1} + b_{P1} = 12.143 \text{ mm}$$

gewählt: **Antriebswelle Ø 30mm****Passfeder DIN 6885 - A8 x 7 x 14****Vorgelegewelle:**

$$d_{min2} := \sqrt[3]{\frac{16 \cdot T_{an} \cdot K_A \cdot i_{12}}{\pi \cdot \tau_{tzul}}} = 34.295 \text{ mm}$$

$$d_{W2} := 45 \text{ mm}$$

$$t_{1,W2} := 5.5 \text{ mm}$$

$$l_{t2} := \frac{2 \cdot T_{an} \cdot i_{12}}{d_{W2} \cdot (9 \text{ mm} - t_{1,W2}) \cdot n_P \cdot \varphi \cdot p_{Fzul}} = 9.375 \text{ mm}$$

$$b_{P2} := 14 \text{ mm}$$

Da die tragende Länge nicht die Abrundungen am Ende beinhaltet, werden beide Radien (zusammen die Breite der Passfeder) addiert und die Gesamtlänge auf die nächste genormte Länge gerundet.

$$l_{P2} := l_{t2} + b_{P2} = 23.375 \text{ mm}$$

gewählt: **Vorgelegewelle Ø 45mm****Passfeder DIN 6885 - A14 x 9 x 25**

Als Literatur für die Formeln dient:

Roloff/Matek Maschinenelemente 24. Auflage (Springer Vieweg)
Tabellenbuch Metall 48. Auflage (Europa Lehrmittel)

Gl.: TB:
TBM S.

Abtriebswelle:

$$d_{min3} := \sqrt[3]{\frac{16 \cdot T_{an} \cdot K_A \cdot i_{ges}}{\pi \cdot \tau_{tzul}}} = 51.016 \text{ mm} \quad d_{W3} := 60 \text{ mm} \quad t_{1;W3} := 7 \text{ mm}$$

$$l_{t3} := \frac{2 \cdot T_{an} \cdot i_{ges}}{d_{W3} \cdot (11 \text{ mm} - t_{1;W3}) \cdot n_P \cdot \varphi \cdot p_{Fzul}} = 20.252 \text{ mm} \quad b_{P3} := 18 \text{ mm}$$

Da die tragende Länge nicht die Abrundungen am Ende beinhaltet, werden beide Radien (zusammen die Breite der Passfeder) addiert und die Gesamtlänge auf die nächste genormte Länge gerundet.

$$l_{P3} := l_{t3} + b_{P3} = 38.252 \text{ mm}$$

gewählt: **Abtriebswelle Ø 60mm**
Passfeder DIN 6885 - A18 x 11 x 40

3) Zahnradbreite

$$B_{zul} := 4.0 \frac{N}{\text{mm}^2}$$

Überschlägiger Belastungswert

$$b_1 := \frac{2 \cdot T_{an}}{d_{W1}^2 \cdot B_{zul}} = 27.778 \text{ mm}$$

Formel nach Vereinbarungen

$$b_1 := 30 \text{ mm}$$

Um auf eine ganze Zahl für die Breite zu kommen, wird hier aufgerundet. Da ein ständiger Eingriff der Zahnräder 1 und 2 nötig ist, wird das Zahnrad 2 aufgrund des größeren Durchmessers etwas kleiner gewählt.

$$b_2 := 28 \text{ mm}$$

$$b_3 := \frac{2 \cdot T_{an} \cdot i_{12}}{d_{W2}^2 \cdot B_{zul}} = 48.889 \text{ mm}$$

Formel nach Vereinbarungen

$$b_3 := 52 \text{ mm}$$

Um auf eine ganze Zahl für die Breite zu kommen, wird hier aufgerundet. Da ein ständiger Eingriff der Zahnräder 3 und 4 nötig ist, wird das Zahnrad 4 aufgrund des größeren Durchmessers etwas kleiner gewählt.

$$b_4 := 50 \text{ mm}$$

Als Literatur für die Formeln dient:

Roloff/Matek Maschinenelemente 24. Auflage (Springer Vieweg)
Tabellenbuch Metall 48. Auflage (Europa Lehrmittel)

Gl.: TB:
TBM S.

4) Schrägungswinkel

Der Schrägungswinkel ist mit $\beta := 20^\circ$ bereits in den Vereinbarungen gegeben.

5) Modul 1,2

$$m_{n12} := \frac{1.8 \cdot d_{W1} \cdot \cos(\beta)}{(z_1 - 2.5)} = 2.255 \text{ mm}$$

Gl.: 21.63

gewählt: $m_{n12} := 2.5 \text{ mm}$

6) Teilkreisdurchmesser Z1,Z2

$$d_1 := \frac{z_1 \cdot m_{n12}}{\cos(\beta)} = 66.511 \text{ mm}$$

TBM S. 267

$$d_2 := \frac{z_2 \cdot m_{n12}}{\cos(\beta)} = 263.384 \text{ mm}$$

7) Achsabstand 1,2

$$a_{12} := \frac{d_1 + d_2}{2} = 164.948 \text{ mm}$$

TBM S. 267

8) Modul 3,4

$$m_{n34} := \frac{2 \cdot a_{12} \cdot \cos(\beta)}{(1 + i_{34}) \cdot z_3} = 3.01 \text{ mm}$$

Gl.: 21.64 / TB: 21-1

gewählt: $m_{n34} := 3 \text{ mm}$

Als Literatur für die Formeln dient:

Roloff/Matek Maschinenelemente 24. Auflage (Springer Vieweg)
Tabellenbuch Metall 48. Auflage (Europa Lehrmittel)

Gl.: TB:
TBM S.

9) Teilkreisdurchmesser Z3,Z4

$$d_3 := \frac{z_3 \cdot m_{n34}}{\cos(\beta)} = 76.621 \text{ mm}$$

TBM S. 267

$$d_4 := \frac{z_4 \cdot m_{n34}}{\cos(\beta)} = 252.21 \text{ mm}$$

10) Achsabstand 3,4

$$a_{34} := \frac{d_3 + d_4}{2} = 164.415 \text{ mm}$$

Differenz Achsabstände

$$p_v := a_{12} - a_{34} = 0.532 \text{ mm}$$

Diese Differenz der Achsabstände muss durch eine Profilverschiebung angeglichen werden. Diese wird im Folgenden berechnet.

11) Profilverschiebung

Aufgrund weniger Drehmomentkräfte an den Zahnrädern 1 und 2 haben wir uns dort für die Profilverschiebung entschieden.

Stirneingriffswinkel

$$\alpha_n := \beta = 20^\circ$$

$$\alpha_t := \arctan\left(\frac{\tan(\alpha_n)}{\cos(\beta)}\right) = 21.173^\circ$$

Gl.: 21.35

Ersatzzähnezahl

$$\beta_b := \arccos\left(\frac{\sin(\alpha_n)}{\sin(\alpha_t)}\right) = 18.747^\circ \quad \text{Gl.: 21.36}$$

$$z_{n1} := \frac{d_1}{\cos(\beta_b)^2 \cdot m_{n12}} = 29.669 \quad \text{Gl.: 21.47}$$

$$z_{n2} := \frac{d_2}{\cos(\beta_b) \cdot m_{n12}} = 111.256$$

Profilverschiebungsfaktoren und Profilverschiebung

Bei der Profilverschiebung V ist zum Berechnen der Wert x nötig. Dieser wird in der Formel für die Summe der Profilverschiebungsfaktoren errechnet, welche bis auf den Betriebseingriffswinkel zurückblickt. Daher werden im Folgenden mehrere Gleichungen angewendet, um letztendlich auf die Profilverschiebung zu kommen.

Betriebseingriffswinkel:

$$\alpha_{wt} := \arccos\left(\cos(\alpha_t) \cdot \frac{a_{12}}{a_{34}}\right) = 20.689^\circ \quad \text{aus Gl.: 21.54 umgestellt}$$

Profilverschiebungsfaktoren:

$$\text{inv}\alpha_{wt} := \tan(\alpha_{wt}) - \alpha_{wt} \cdot \frac{\pi}{180} = 0.017$$

$$\text{inv}\alpha_t := \tan(\alpha_t) - \alpha_t \cdot \frac{\pi}{180} = 0.018$$

aus Hinweisen von S.797/809

$$\Sigma x := \frac{\text{inv}\alpha_{wt} - \text{inv}\alpha_t}{2 \cdot \tan(\alpha_n)} \cdot (z_1 + z_2) = -0.211 \quad \text{Gl.: 21.56}$$

x berechnen:

$$x_1 := \frac{\Sigma x}{2} + \left(0.5 - \frac{\Sigma x}{2}\right) \cdot \frac{\log\left(\frac{z_2}{z_1}\right)}{\log\left(\frac{z_{n1} \cdot z_{n2}}{100}\right)} = 0.133 \quad \text{aus Gl.: 21.33 umgestellt}$$

$$x_2 := \Sigma x - x_1 = -0.343$$

Als Literatur für die Formeln dient:

Roloff/Matek Maschinenelemente 24. Auflage (Springer Vieweg)
Tabellenbuch Metall 48. Auflage (Europa Lehrmittel)

Gl.: TB:
TBM S.

Verschiebungen:

$$V_1 := x_1 \cdot m_{n12} = 0.332 \text{ mm}$$

Gl.: 21.49

$$V_2 := x_2 \cdot m_{n12} = -0.859 \text{ mm}$$

$$V_3 := 0 \text{ mm}$$

$$V_4 := 0 \text{ mm}$$

Betriebswälzkreisdurchmesser

$$d_{wd1} := d_1 \cdot \frac{\cos(\alpha_t)}{\cos(\alpha_{wt})} = 66.297 \text{ mm}$$

Gl.: 21.22a

$$d_{wd2} := d_2 \cdot \frac{\cos(\alpha_t)}{\cos(\alpha_{wt})} = 262.534 \text{ mm}$$

Gl.: 21.22b

$$d_{wd3} := d_3 = 76.621 \text{ mm}$$

$$d_{wd4} := d_4 = 252.21 \text{ mm}$$

neuer Achsabstand

$$a_{v12} := \frac{d_{wd1} + d_{wd2}}{2} = 164.415 \text{ mm}$$

Gl.: 21.54 / 21.19

$$a_{v34} := \frac{d_{wd3} + d_{wd4}}{2} = 164.415 \text{ mm}$$

Der Achsabstand ist nun, nach der Verschiebung der selbe.

12) Kopfspiel

nötiges Kopfspiel

$$c_{12} := 0.25 \cdot m_{n12} = 0.625 \text{ mm}$$

Gl. von Seite 794 / 803

$$c_{34} := 0.25 \cdot m_{n34} = 0.75 \text{ mm}$$

Kopfhöhenänderung

$$k := a_{v12} - a_{12} - m_{n12} \cdot (x_1 + x_2) = -0.006 \text{ mm}$$

Gl.: 21.23

Als Literatur für die Formeln dient:

Roloff/Matek Maschinenelemente 24. Auflage (Springer Vieweg)
Tabellenbuch Metall 48. Auflage (Europa Lehrmittel)

Gl.: TB:
TBM S.

13) Weitere Auslegungen der Zahnräder**Grundkreisdurchmesser**

$$d_{b1} := d_1 \cdot \cos(\alpha_t) = 62.021 \text{ mm} \quad \text{Gl.: 21.39}$$

$$d_{b2} := d_2 \cdot \cos(\alpha_t) = 245.604 \text{ mm}$$

$$d_{b3} := d_3 \cdot \cos(\alpha_t) = 71.449 \text{ mm}$$

$$d_{b4} := d_4 \cdot \cos(\alpha_t) = 235.185 \text{ mm}$$

Kopfkreisdurchmesser

$$d_{a1} := d_1 + 2 \cdot (m_{n12} + V_1 + k) = 72.164 \text{ mm} \quad \text{Gl.: 20.21}$$

$$d_{a2} := d_2 + 2 \cdot (m_{n12} + V_2 + k) = 266.655 \text{ mm}$$

$$d_{a3} := d_3 + 2 \cdot m_{n34} = 82.621 \text{ mm} \quad \text{Gl.: 21.40}$$

$$d_{a4} := d_4 + 2 \cdot m_{n34} = 258.21 \text{ mm}$$

Fußkreisdurchmesser

$$d_{f1} := d_1 - 2 \cdot ((m_{n12} + c_{12}) - V_1) = 60.926 \text{ mm} \quad \text{Gl.: 21.24}$$

$$d_{f2} := d_2 - 2 \cdot ((m_{n12} + c_{12}) - V_2) = 255.417 \text{ mm}$$

$$d_{f3} := d_3 - 2 \cdot m_{n34} = 70.621 \text{ mm} \quad \text{Gl.: 21.41}$$

$$d_{f4} := d_4 - 2 \cdot m_{n34} = 246.21 \text{ mm}$$

14) Kopfspiel nach Profilverschiebung

$$c_{12neu} := a_{v12} - 0.5 \cdot (d_{a1} + d_{f2}) = 0.625 \text{ mm}$$

Da c_{12} und c_{12neu} augenscheinlich gleich sind, ist das nötige Kopfspiel eingehalten.

Als Literatur für die Formeln dient:

Roloff/Matek Maschinenelemente 24. Auflage (Springer Vieweg)
Tabellenbuch Metall 48. Auflage (Europa Lehrmittel)

Gl.: TB:
TBM S.

15) Profilüberdeckung

Überdeckung Zahnradpaar 1

$$m_{t12} := \frac{m_{n12}}{\cos(\beta)} = 2.66 \text{ mm} \quad \text{aus Gl.: 21.34 umgestellt}$$

$$\varepsilon_{\beta12} := \frac{b_2 \cdot \tan(\beta)}{\pi \cdot m_{n12}} = 1.298 \quad \text{Gl.: 21.44}$$

$$\varepsilon_{\alpha12} := \frac{0.5 \cdot \left(\sqrt{d_{a1}^2 - d_{b1}^2} + \frac{z_2}{|z_2|} \cdot \sqrt{d_{a2}^2 - d_{b2}^2} \right) - a_{v12} \cdot \sin(\alpha_{wt})}{\pi \cdot m_{t12} \cdot \cos(\alpha_t)} = 1.576 \quad \text{Gl.: 21.57}$$

$$\varepsilon_{\gamma12} := \varepsilon_{\alpha12} + \varepsilon_{\beta12} = 2.873 \quad \text{Gl.: 21.46 / S.807}$$

$$m_{t34} := \frac{m_{n34}}{\cos(\beta)} = 3.193 \text{ mm} \quad \text{aus Gl.: 21.34 umgestellt}$$

$$\varepsilon_{\beta34} := \frac{b_4 \cdot \tan(\beta)}{\pi \cdot m_{n34}} = 1.931 \quad \text{Gl.: 21.44}$$

$$\varepsilon_{\alpha34} := \frac{0.5 \cdot \left(\sqrt{d_{a3}^2 - d_{b3}^2} + \frac{z_4}{|z_4|} \cdot \sqrt{d_{a4}^2 - d_{b4}^2} \right) - a_{v34} \cdot \sin(\alpha_{wt})}{\pi \cdot m_{t34} \cdot \cos(\alpha_t)} = 1.705 \quad \text{Gl.: 21.57}$$

$$\varepsilon_{\gamma34} := \varepsilon_{\alpha34} + \varepsilon_{\beta34} = 3.636 \quad \text{Gl.: 21.46 / S.807}$$

Da $\varepsilon_{\alpha1}$ und $\varepsilon_{\alpha2}$ über 1,25 sind, ist die Mindestanforderung von 1,1 auf jeden Fall eingehalten.

16) Zusammenfassung wichtiger Komponenten der Zahnräder 1-4

	Zahnrad 1	Zahnrad 2	Zahnrad 3	Zahnrad 4
Zähnezahl	$z_1 = 25$	$z_2 = 99$	$z_3 = 24$	$z_4 = 79$
Teilkreisdurchmesser	$d_1 = 66.511 \text{ mm}$	$d_2 = 263.384 \text{ mm}$	$d_3 = 76.621 \text{ mm}$	$d_4 = 252.21 \text{ mm}$
Betriebswälzdurchmesser	$d_{wd1} = 66.297 \text{ mm}$	$d_{wd2} = 262.534 \text{ mm}$	$d_{wd3} = 76.621 \text{ mm}$	$d_{wd4} = 252.21 \text{ mm}$
Kopfkreisdurchmesser	$d_{a1} = 72.164 \text{ mm}$	$d_{a2} = 266.655 \text{ mm}$	$d_{a3} = 82.621 \text{ mm}$	$d_{a4} = 258.21 \text{ mm}$
Fußkreisdurchmesser	$d_{f1} = 60.926 \text{ mm}$	$d_{f2} = 255.417 \text{ mm}$	$d_{f3} = 70.621 \text{ mm}$	$d_{f4} = 246.21 \text{ mm}$
Zahnradbreite	$b_1 = 30 \text{ mm}$	$b_2 = 28 \text{ mm}$	$b_3 = 52 \text{ mm}$	$b_4 = 50 \text{ mm}$
Modul	$m_{n12} = 2.5 \text{ mm}$		$m_{n34} = 3 \text{ mm}$	
Achsabstand	$a_{v12} = 164.415 \text{ mm}$		$a_{v34} = 164.415 \text{ mm}$	
Verschiebung	$V_1 = 0.332 \text{ mm}$	$V_2 = -0.859 \text{ mm}$	$V_3 = 0 \text{ mm}$	$V_4 = 0 \text{ mm}$
Profilüberdeckung	$\varepsilon_{\alpha 12} = 1.576$		$\varepsilon_{\alpha 34} = 1.705$	
Sprungüberdeckung	$\varepsilon_{\beta 12} = 1.298$		$\varepsilon_{\beta 34} = 1.931$	
Gesamtüberdeckung	$\varepsilon_{\gamma 12} = 2.873$		$\varepsilon_{\gamma 34} = 3.636$	