# SVEUČILIŠTE U RIJECI TEHNIČKU FAKULTET

Sveučilšni diplomski studij strojarstva

## Teorija strojeva i mehanizama

# PRORAČUN KOEFICIJENATA KRUTOSTI I PRIGUŠENJA ČETVEROSEGMENTNOG ULJNOG KLIZNOG LEŽAJA U PROGRAMSKOM JEZIKU PYTHON

Mentor: Prof. dr. sc. Roberto Žigulić

Gabriel Marvin

Rijeka, kolovoz 2020.

0069076974

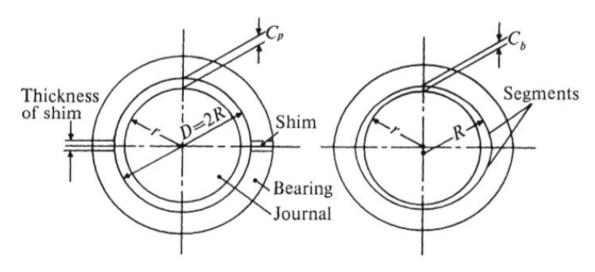
# SADRŽAJ

1.	UV	OD	2
2.	MA	ATEMATIČKI MODEL	4
,	2.1.	Definicija promatrane domene	4
,	2.2.	Reynoldsove jednadžbe	5
,	2.3.	Rubni uvjeti	7
		JMERIČKO RJEŠAVANJE REYNOLDSOVE JEDNADŽBE	
	3.1.	Primjena metode konačnih razlika	8
4.	IM	PLEMENTACIJA RJEŠENJA U PROGRAMSKOM JEZIKU PYTHON	14
	4.1.	Main	14
	4.2.	Steady	18
4	4.3.	Dinamičke funkcije (Dynamic_1 i Dynamic_2)	27
5.	RE	ZULTATI	35
6.	ZA	KLJUČAK	43

#### 1. UVOD

Klizni ležajevi su ležajevi koji podupiru klizno gibanje vratila opterećenog aksijalnom silom. Klizni ležajevi mogu biti podijeljeni na hidrodinamičke ležajeve u kojima je tlak generiran relativnim gibanjem kliznih površina, hidrostatičke ležajeve u kojima je sila opterećenja vratila suprostavljena zbog dotoka ulja vanjskom pompom kroz utore i hibridni ležajevi koji se služe hidrodinamičkim I hidrostatičkim tlakom. U procesu projektiranja ležajeva potrebno je pomno analizirati prijenos opterećenja i odrediti stabilnost sustava pod djelovanjem tih opterećenja. Ukoliko se u procesu projektiranja ne obrati dovoljna pozornost na ispitivanje ponašanja ležaja pod određenim oterećenjima postoji veća opasnost da će ležaj biti neispravan. Kako bi se izbjegle rekonstrukcije i skupe intervencije nastoji se predvidjeti gibanje i opterećenja osovine na ležaj. Sveukupni sustav vibrira te se javlja opterećenje koje se može prikazati pomoću polja tlakova. Fluid u ležaju djeluje na način da postepeno prigušuje vibracije koje nastaju, stoga se takvo ponašanje I svojstva ležaja mogu opisati pomoću osnovnih elemenata vibracijeskog sistava tj. pomoću koeficijenata krutosti i prigušenja. Cilj ovog rada je objasniti proračun koeficijenata metodom konačnih razlika koja nam omogućuje da dobijemo relativno precizne rezultate s obzirom na broj iteracija I dopuštene pogreške.

Kao što je već spomenuto proračun se zasniva na postupku matematičkog modeliranja koji započinje određivanjem područja proračuna. Drugim rječima potrebno je definirati domenu na kojoj se može opisati raspojela fizikalnih veličina duž čitave konstrukcije. Matematički model koji je korišten bazira se na pojednostavljenim Reynoldsovim jednadžbama koje su same po sebi pojednostavljene verzije Navier-Stokesovih jednadžbi za turbulentno gibanje. Također potrebno je I ispravno odrediti rubne uvjete. Metodom konačnih razlika potrebno je prevesti diferencijalne jednadžbe u sustave algebarskih jednadžbi koje će naposljetku biti jednostavnije za riješiti. Proračun je preveden u programskom jeziku *Python*, te su dobiveni rezultati ispisani u obliku dijagrama kako bi se mogli što je moguće bolje prikazati.



Slika 1.1. Ležaj i osovina

## 2. MATEMATIČKI MODEL

Kao što je navedeno u uvodu ovog rada matematički model kojim se dobije polje tlakova, te naposljetku raspodjela opterećenja na domeni je modificirani oblik Navier-Stokesovih jednadžbi tj. Reynoldsove jednadžbe. S obzirom na promatrani režim strujanja fluida unutar ležaja razlikujemo Reynoldsove jednadžbe za laminarno i turbulentno strujanje. U ovom slučaju koristimo se Reynoldsovim jednadžbama koje modeliraju polje tlakova u turbulentnom režimu iz razloga jer očekujemo veće brzine vrtnje osovine.

#### 2.1. Definicija promatrane domene

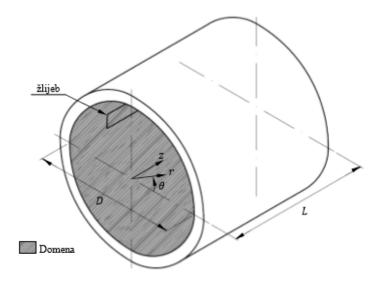
Primjena Meode konačnih razlika zahtjeva definiranje područja proračuna bolje poznatu kao domena. Diskretizacijom Reynoldsovih jednadžbi dobit ćemo sustav algebarskih jednadžbi koje će opsivati vrijednosti tlaka u svakoj točki na domeni. S obzirom da je za dobivanje traženih koeficijenta krutosti i prigušenja dovoljno poznavati raspodjelu tlakova između osovine i ležaja, promatrat ćemo samo domenu koju čini samo unutarnja ploha ležaja.

Područje proračuna je matematički definirano:

$$r = D/2,$$

$$0 \le \theta \le 360^{\circ},$$

$$0 \le z \le L$$



Slika 1.2. Unutrašnjost ležaja

#### 2.2. Reynoldsove jednadžbe

Reynoldsova jednadžba je parcijalna diferencijalna jednadžba koja opisuje tlačno polje u tankom viskoznom sloju fluida. Kao što je već navedeno u ovom radu koristimo Reynoldsovu jednadžbu u dvije dimenzije kako bi opisali polje tlakova između osovine i ležaja. Između osovine i ležaja nastaje tanki sloj ulja koji na različitim mjestima poprima različite vrijednosti tlaka.

Reynoldosva jednadžba je oblika:

$$\frac{\partial}{\partial \theta} \left( h^3 * \frac{\partial p}{\partial t} \right) + \frac{\partial}{\partial t} \left( h^3 * \frac{\partial p}{\partial z} \right) = 6 * U * \eta * \frac{\partial h}{\partial \theta}$$
 (2.1)

Gdje su:

 $\theta$ , z - koordinate domene [°], [m]

h - debljina uljnog filma [m]

p – tlak [Pa]

U - periferna brzina osovine [m/s]

 $\eta$  - dinamički viskozitet  $[m^2/s]$ 

Rynoldsova jednadžba vrijedi ako se u obzir uzimaju sljedneći uvjeti:

- Fluid spada pod Newtonske fluide (fluid je viskozan)
- Viskozne sile u fluidu dominiraju nad silama inercije
- Varijacija tlaka kroz sloj fluida je zanemarivo malena  $(\frac{\partial p}{\partial z} = 0)$
- Uljni film je puno manji od dužine i širine promatrane domene stoga se zanemaruju efekti zakrivljenosti domene
- Strujanje je laminarno
- Fluid je nestišljiv

Potrebno je prije numeričkog rješavanja Reynoldsove jednadžbe istu prevesti u bezdimenzijski oblik. Vršimo supstituciju  $U = \omega * D/2$ , te uvrštavanjem u početnu jednadžbu (2.1) dobivamo sređeni statički oblik Reynoldsove jednadžbe (2.2)

$$\frac{\partial}{\partial} \left( h^3 * \frac{\partial p_0}{\partial \theta} \right) + \left( \frac{D}{L} \right)^2 * \frac{\partial}{\partial z} \left( h^3 * \frac{\partial p_0}{\partial z} \right) = 3 * \frac{\partial h}{\partial \theta} \quad (2.2)$$

Gdje su:

 $\theta$ , z – bezdimenzijske koordinate domene [°], [m]

h - bezdimenzijska debljina uljnog filma [m]

p – bezdimenzijski tlak [Pa]

D - promjer osovine [m]

L - duljina ležaja [m]

 $\omega$  - kutna brzina osovine [rad/s]

Kako bi se u obzir uzimali perturbacijski efekti potrebno je računanje tlkakova u dinamičkom polju, te dinamičkih koeficijenata. Z atakve potrebe se koriste dinamički oblici Reynoldsove jednadžbe koji sadrže kompleksne brojeve.

$$\frac{\partial}{\partial \theta} \left( h^3 * \frac{\partial p_1}{\partial \theta} \right) + \left( \frac{D}{L} \right)^2 * \frac{\partial}{\partial z} \left( h^3 * \frac{\partial p_1}{\partial z} \right) + \frac{\partial}{\partial \theta} \left( 3h^2 * \cos\theta * \frac{\partial p_0}{\partial \theta} \right) + \left( \frac{D}{L} \right)^2 \\
* \frac{\partial}{\partial z} \left( 3h^2 * \cos\theta * \frac{\partial p_0}{\partial \theta} \right) = -3 * \sin\theta + i6 * \Omega * \cos\theta \quad (2.3)$$

$$\frac{\partial}{\partial \theta} \left( h^3 * \frac{\partial p_2}{\partial \theta} \right) + \left( \frac{D}{L} \right)^2 * \frac{\partial}{\partial z} \left( h^3 * \frac{\partial p_2}{\partial z} \right) + \frac{\partial}{\partial \theta} \left( 3h^2 * \sin\theta * \frac{\partial p_0}{\partial \theta} \right) + \left( \frac{D}{L} \right)^2 \\
* \frac{\partial}{\partial z} \left( 3h^2 * \sin\theta * \frac{\partial p_0}{\partial \theta} \right) = -3 * \cos\theta + i6 * \Omega * \sin\theta \quad (2.4)$$

#### 2.3. Rubni uvjeti

Kako bi matematički model bio u potpunosti definiran, potrevbno je definirati rubne uvjete. Za ovaj problem postoje nekoliko Neumannovih i Dirichletovih rubnih uvjeta.

Tlak na krajevima ležaja jednak je nuli.

$$p = 0$$
  $r = D/2, \ 0 \le \theta < 360^{\circ}, \ z = 0$   $r = D/2, \ 0 \le \theta < 360^{\circ}, \ z = L$ 

Promjena tlaka u radijalnom smjeru je nula, nema kaviacije u mazivu

$$\frac{\partial p}{\partial \theta} = 0$$
 
$$r = D/2, \ 0 \le \theta < 360^{\circ}, \ 0 \le z \le L$$

Promjena tlaka u uzdužnom smjeru jednaka je nuli

$$\frac{\partial p}{\partial z} = 0$$

$$r = D/2, \ 0 \le \theta < 360^{\circ}, \ z = L/2$$

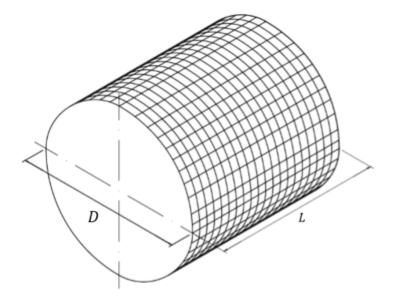
# 3. NUMERIČKO RJEŠAVANJE REYNOLDSOVE JEDNADŽBE

Kao što je slučaj sa mnogim drugim problemima u inženjerstvu, tako je i u ovom slučaju pomoću numeričkih metoda potrebno diskretizirati Reynoldsovu jednadžbu. Općenito matematički modeli kao što su Navier-Stokesove, Reynoldsove, Burgerove jednadžbe moguće riješiti i analitički ali samo u jednostavnim slučajevima u kojima se zanemaruje mnogo faktora. Iz navedenih razloga ovaj problem je rješavam numeričkom metodom konačnih razlika, te uz pomoć softverske podrške.

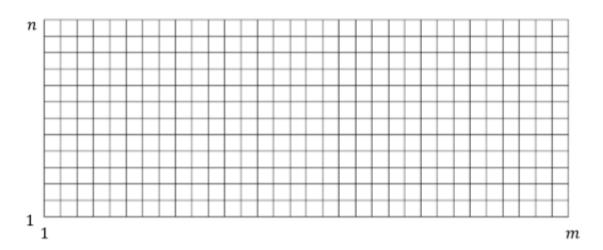
#### 3.1. Primjena metode konačnih razlika

Odabir numeričke metode konačnih razlika omogućava nam pretvorbu diferencijalnih jednadžbi u sustav algebarskih jednadžbi. Rešavanje sustava algebarskih jednadžbi se nadalje može rješavati metodama za algebarsko računanje. Redukcija diferencijalnog problema u algebarski problem omogućava nam također korištenje softverske podrške.

Metoda konačnih razlika zahtjeva umrežavanje domene. Površina na unutrašnjem djelu ležaja zamjenjujemo mrežom diskretnih čvorova koji su određene gustoće. Gustoća mreže koju ćemo koristiti ovisi o željenoj preciznosti rezultat koje želimo postići i snazi računala kojim se koristimo. Na slikama 3.1. i 3.2. prikazan je izgled domene. Računanjem fizikalnih veličina i određivanjem njihovog odnosa sa veličinama susjednih čvorova moguće je aproksimirati njihovu raspodjelu po čitavoj domeni



Slika 3.1. Mreža konačnih razlika



Slika 3.2. Rastvorena mreža konačnih razlika

U podpoglavlju 2.2. naveli smo da zanemarujemo efekte zakrivljenja domene, stoga domenu možemo promatrati kao pravokutnik što nam uvelike smanjuje složenost programskog koda. Sljedeći je korak diskretizirati Reynoldsovu jednadžbu na sljedeći način.

$$3h^{2} * \frac{\partial h}{\partial \theta} * \frac{\partial p_{0}}{\partial \theta} + h^{3} \frac{\partial^{2} p_{0}}{\partial \theta^{2}} + \left(\frac{D}{L}\right)^{2} * h^{3} * \frac{\partial^{2} p_{0}}{\partial z^{2}} = 3 * \frac{\partial h}{\partial \theta} \quad (3.1)$$

$$\frac{3}{4} h_{i,j}^{2} * \left(h_{i+1,j} - h_{i-1,j}\right) * \left(p_{0 i+1,j} - p_{0 i-1,1}\right) + h_{i,j}^{3} * \left(p_{0 i+1,j} - 2 * p_{0 i,j} + p_{0 i-1,j}\right) + \alpha$$

$$* h_{i,j}^{3} * \left(p_{0 i,j} - 2 * p_{0 i,j} + p_{0 i,j-1}\right) = \frac{3}{2} \Delta \theta * \left(h_{i+1,j} - h_{i-1,j}\right) \quad (3.2)$$

Za pojedini čvor na domeni vrijedi jednadžba (3.1) gdje je:

h - debljina uljnog filma [m]

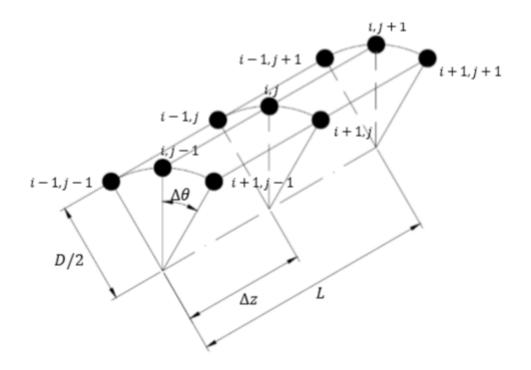
 $p_0$  - statički tlak [Pa]

 $p_1$  - komponenta dinamičkog tlaka [Pa]

 $\Delta \theta$  - razlika između dva susjedna čvora u radijalnom smjeru

$$\alpha = \left(\frac{\Delta\theta}{\Delta z}\right)^2 * \left(\frac{D}{L}\right)^2$$

Indeksi *i,j* predtavljaju poziciju čvora na umreženoj domeni. Točke sa indeksima su prikazane na sljedećoj slici.



Slika 3.3. Čvorovi na domeni

Daljnjim sređivanjem izraza (3.1) moguće je dobiti:

$$p_{0 i,j} = \left(A_1 * p_{0 i+1,j} + A_2 * p_{0 i-1,j} + A_3 * p_{0 i,j+1} + A_4 * p_{0 i,j-1} + A_5\right) / A_6 \quad (3.4)$$

$$A_1 = \frac{3}{4} h_{i,j}^2 * \left(h_{i+1,j} - h_{i-1,j}\right) + h_{i,j}^3 \quad (3.5)$$

$$A_2 = -\frac{3}{4} h_{i,j}^2 * \left(h_{i+1,j} - h_{i-1,j}\right) + h_{i,j}^3 \quad (3.6)$$

$$A_3 = \alpha * h_{i,j}^3 \quad (3.7)$$

$$A_4 = \alpha * h_{i,j}^3 \quad (3.8)$$

$$A_5 = \frac{3}{2} \Delta \theta * \left(h_{i+1,j} - h_{i-1,j}\right) \quad (3.9)$$

$$A_6 = 2h_{i,j}^3 * \left(1 + \alpha\right) \quad (3.10)$$

Dinamički oblici Reynoldsove jednadžbe sadrže kompleksne izraze ali ih je također moguće dobiti diskretizacijom.

$$3h^{2} * \frac{\partial h}{\partial \theta} * \frac{\partial p_{1}}{\partial \theta} + h^{3} * \frac{\partial^{2} p_{1}}{\partial \theta^{2}} + \left(\frac{D}{L}\right)^{2} * h^{3} * \frac{\partial^{2} p_{1}}{\partial z^{2}} + 3h^{2} * \cos\theta * \frac{\partial^{2} p_{0}}{\partial \theta^{2}} + 6h * \cos\theta * \frac{\partial h}{\partial \theta}$$
$$* \frac{\partial p_{0}}{\partial \theta} - 3h^{2} * \sin\theta * \frac{\partial p_{0}}{\partial \theta} + \left(\frac{D}{L}\right)^{2} * \left(3h^{2} * \cos\theta * \frac{\partial^{2} p_{0}}{\partial z^{2}}\right)$$
$$= -3 * \sin\theta + i6 * \Omega * \cos\theta \quad (3.11)$$

$$3h^{2} * \frac{\partial h}{\partial \theta} * \frac{\partial p_{2}}{\partial \theta} + h^{3} * \frac{\partial^{2} p_{2}}{\partial \theta^{2}} + \left(\frac{D}{L}\right)^{2} * h^{3} * \frac{\partial^{2} p_{2}}{\partial z^{2}} + 3h^{2} * \sin\theta * \frac{\partial^{2} p_{0}}{\partial \theta^{2}} + 6h * \sin\theta * \frac{\partial h}{\partial \theta}$$
$$* \frac{\partial p_{0}}{\partial \theta} - 3h^{2} * \cos\theta * \frac{\partial p_{0}}{\partial \theta} + \left(\frac{D}{L}\right)^{2} * \left(3h^{2} * \sin\theta * \frac{\partial^{2} p_{0}}{\partial z^{2}}\right)$$
$$= -3 * \cos\theta + i6 * \Omega * \sin\theta \quad (3.12)$$

Metodom konačnih razlika dobijemo sljedeće jednadžbe (3.13), (3.26)

$$\frac{3}{4}h_{i,j}^{2} * (h_{i+1,j} - h_{i-1,j}) * (p_{1\,i+1,j} - p_{1\,i-1,1}) + h_{i,j}^{3} * (p_{1\,i+1,j} - 2 * p_{1\,i,j} + p_{1\,i-1,j}) + \alpha 
*  $h_{i,j}^{3} * (p_{1\,i,j} - 2 * p_{1\,i,j} + p_{1\,i,j-1}) + 3h_{i,j}^{2} * \cos\theta$ 

*  $(p_{0\,i+1,j} - 2 * p_{0\,i,j} + p_{0\,i-1,j}) + \frac{6}{4}h_{i,j} * \cos\theta * (h_{i+1,j} - h_{i-1,j})$ 

*  $(p_{0\,i+1,j} - p_{0\,i-1,j}) - \frac{3}{2}h_{i,j}^{2} * \sin\theta * \Delta\theta * (p_{0\,i+1,j} - p_{0\,i-1,j}) + 3 * \alpha$ 

*  $h_{i,j}^{2} * \cos\theta * (p_{0\,i,j+1} - 2p_{0\,i,j} + p_{0\,i,j-1})$ 

=  $\Delta\theta^{2} * (-3\sin\theta + i6\Omega\cos\theta)$  (3.13)$$

Gdje je:

$$\alpha = \left(\frac{\Delta\theta}{\Delta z}\right)^2 * \left(\frac{D}{L}\right)^2$$

Te se sređivanjem dobije:

$$p_{1 i,j} = (A_1 * p_{1 i+1,j} + A_2 * p_{1 i-1,j} + A_3 * p_{1 i,j+1} + A_4 * p_{1 i,j-1} + A_5 * p_{0 i,j} + A_6 * p_{0 i+1,j} + A_7 * p_{0 i-1,j} + A_8 * p_{0 i,j+1} + A_9 * p_{0 i,j-1} + A_{10}) / A_{11} (3.14)$$

Gdje su:

$$A_1 = \frac{3}{4} h_{i,j}^2 * \left( h_{i+1,j} - h_{i-1,j} \right) + h_{i,j}^3 \quad (3.15)$$

$$A_{2} = -\frac{3}{4}h_{i,j}^{2} * (h_{i+1,j} - h_{i-1,j}) + h_{i,j}^{3}$$
(3.16)  

$$A_{3} = \alpha * h_{i,j}^{3}$$
(3.17)  

$$A_{4} = \alpha * h_{i,j}^{3}$$
(3.18)

$$A_5 = -6\cos\theta * h_{i,i}^2 * (1 + \alpha)$$
 (3.19)

$$A_6 = 3h_{i,j}^2 * \cos\theta + \frac{6}{4}h_{i,j}^2 * \cos\theta * \left(h_{i+1,j} - h_{i-1,j}\right) - \frac{3}{2}h_{i,j}^2 * \sin\theta * \Delta\theta \quad (3.20)$$

$$A_7 = 3h_{i,j}^2 * \cos\theta - \frac{6}{4}h_{i,j}^2 * \cos\theta * (h_{i+1,j} - h_{i-1,j}) + \frac{3}{2}h_{i,j}^2 * \sin\theta * \Delta\theta$$
 (3.21)

$$A_8 = 3\alpha * h_{i,i}^2 * \cos\theta$$
 (3.22)

$$A_9 = 3\alpha * h_{i,j}^2 * \cos\theta$$
 (3.23)

$$A_{10} = -\Delta\theta^{2}(-3\sin\theta + i6 * \Omega * \cos\theta)$$
 (3.24)

$$A_{11} = 2h_{i,j}^3 * (1 + \alpha)$$
 (3.25)

Oblik druge jednadžbe je sljedeći:

$$\frac{3}{4}h_{i,j}^{2}*\left(h_{i+1,j}-h_{i-1,j}\right)*\left(p_{2\,i+1,j}-p_{2\,i-1,1}\right)+h_{i,j}^{3}*\left(p_{2\,i+1,j}-2*p_{2\,i,j}+p_{2\,i-1,j}\right)+\alpha$$

$$*h_{i,j}^{3}*\left(p_{2\,i,j+1}-2*p_{2\,i,j}+p_{2\,i,j-1}\right)+3h_{i,j}^{2}*\sin\theta$$

$$*\left(p_{0\,i+1,j}-2*p_{0\,i,j}+p_{0\,i-1,j}\right)+\frac{6}{4}h_{i,j}*\sin\theta*\left(h_{i+1,j}-h_{i-1,j}\right)$$

$$*\left(p_{0\,i+1,j}-p_{0\,i-1,j}\right)-\frac{3}{2}h_{i,j}^{2}*\cos\theta*\Delta\theta*\left(p_{0\,i+1,j}-p_{0\,i-1,j}\right)+3*\alpha$$

$$*h_{i,j}^{2}*\sin\theta*\left(p_{0\,i,j+1}-2p_{0\,i,j}+p_{0\,i,j-1}\right)$$

$$=\Delta\theta^{2}*\left(3\cos\theta+i6\Omega\sin\theta\right) \quad (3.26)$$

Gdje je:

$$\alpha = \left(\frac{\Delta \theta}{\Delta z}\right)^2 * \left(\frac{D}{L}\right)^2$$

Sređivanjem izraza (3.26) se dobije:

$$p_{1 i,j} = (A_1 * p_{2 i+1,j} + A_2 * p_{2 i-1,j} + A_3 * p_{2 i,j+1} + A_4 * p_{2 i,j-1} + A_5 * p_{0 i,j} + A_6 * p_{0 i+1,j} + A_7 * p_{0 i-1,j} + A_8 * p_{0 i,j+1} + A_9 * p_{0 i,j-1} + A_{10})/A_{11} (3.27)$$

Gdje su:

$$A_1 = \frac{3}{4}h_{i,j}^2 * \left(h_{i+1,j} - h_{i-1,j}\right) + h_{i,j}^3 \quad (3.28)$$

$$A_2 = -\frac{3}{4}h_{i,j}^2 * \left(h_{i+1,j} - h_{i-1,j}\right) + h_{i,j}^3 \quad (3.29)$$

$$A_3 = \alpha * h_{i,j}^3$$
 (3.30)

$$A_4 = \alpha * h_{i,j}^3$$
 (3.31)

$$A_5 = -6\sin\theta * h_{i,j}^2 * (1 + \alpha)$$
 (3.32)

$$A_6 = 3h_{i,j}^2 * sin\theta + \frac{6}{4}h_{i,j}^2 * sin\theta * (h_{i+1,j} - h_{i-1,j}) + \frac{3}{2}h_{i,j}^2 * cos\theta * \Delta\theta$$
 (3.33)

$$A_7 = 3h_{i,j}^2 * \sin\theta - \frac{6}{4}h_{i,j}^2 * \sin\theta * (h_{i+1,j} - h_{i-1,j}) - \frac{3}{2}h_{i,j}^2 * \cos\theta * \Delta\theta$$
 (3.34)

$$A_8 = 3\alpha * h_{i,j}^2 * sin\theta$$
 (3.35)

$$A_9 = 3\alpha * h_{i,j}^2 * cos\theta$$
 (3.36)

$$A_{10} = -\Delta\theta^2(3\cos\theta + i6 * \Omega * \sin\theta) \quad (3.37)$$

$$A_{11} = 2h_{i,j}^3 * (1 + \alpha)$$
 (3.38)

# 4. IMPLEMENTACIJA RJEŠENJA U PROGRAMSKOM JEZIKU PYTHON

Kod rješavanja numeričkih problema poput ovog od izuzetne je važnosti imati pristup računalu. Računalo nam omogućava rješavanje velikog broja algebarskih izraza u kratkom vremenu, koje bi u drugim uvjetima bilo nemoguće. Za rješavanje ovog zadatka korišten je programski jezik *Python* sadržan u paketu *Spyder*.

Zadatak je u *Pythonu* implementiran pomoću četiri datoteke *Main, Steady, Dynamic\_1* i *Dynamic\_2*. Korisniku je dovoljno pokretanje programa sadržanog u datoteci *Main* nakon što je definirao početne uvjete.

#### 4.1. Main

Datotekom *Main* pokreće se rješavanje Reynoldsove jednadžbe uz postupak unosa vriujednosti određenih parametara, definicijom varijabli i konstanti. Datoteka *Main* poziva ostale funkcije *Steady*, *Dynamic 1* i *Dynamic 2*, te se vrši ispis traženih podataka i crtanje dijagrama.

U kodu datoteke *Main* pojavljuju se varijable koje predstavljaju fizikalne veličine ili parametre, te ih je potrebno objasniti s obzirom da u samom kodu ne postoji objašnjenje svake pojedine varijable.

#### Varijable:

```
lod – Omjer promjera osovine i duljine ležaja, D/L
```

e – Relativni ekscentritet,  $\varepsilon = e/D$ 

beta – Polovica pripadnog kuta žlijeba, β

len1 – Polovica pripadne duljine žlijeba, l

ps – Dobavni tlak,  $p_s$ 

SN - Sommerfeldov broj, Sn

phi d – Kut pomaka osovine u stupnjevima,  $\alpha$ 

phi\_r – Kut pomaka osovine u radijanima,  $\alpha$ 

omega – Omjer kutne brzine i frekvencije uznemiravanja,  $\Omega$ 

m, n - Broj čvorova na kružnoj, odnosno uzdužnoj osi, m, n

K – Koeficijenti krutosti, K

C – Koeficijenti prigušenja, C

Na početku definirani su pozvani moduli koji su potrebni za funkcioniranje koda. Pozvane funkcije su numpy, matplotlib.pyplot, steady6, d14segment, d24segment.

```
1 import numpy as np
2 import matplotlib.pyplot as plt
3 from steady6 import function_steady6 #Steady
4 from d14segment import function_d14segment #Dynamic_1
5 from d24segment import function_d24segment #Dynamic_2
```

Nakon pozivanja potrebnih modula vrši se unos potrebnih varijabli, potrebno je promijeniti vrijednosti varijabli s obzirom na parametre promatranog uljnog ležaja.

```
beta = 5*np.pi/180
len1 = 0.5
ps = 10**(-10)
lod = 1
omega = 1
```

Kako bi se dobile vrijednosti koeficijenata krutosti i koeficijenata prigušenja potrebno je zadati niz vrijednosti relativnih ekscentriteta. Relativni ekscentriteti su zadani u obliku niza vrijednosti kako bi se za svaku određenu vrijednost odredile potrebne sile i polje tlakova. Također ovaj način zadavanja podataka pogodan je za uštedu memorije. Program također može uspoređivati dobivene vrijednosti sa standardnim tabličnim vrijednostima, takve vrijednosti su definirane u programu ali se nalaze pod kometarima.

```
e = np.array([0.103, 0.15, 0.224, 0.352, 0.46, 0.559, 0.65, 0.734, 0.773,
0.793, 0.811, 0.883])
"""ATT = np.array([75.99, 70.58, 63.54, 55.41, 49.27, 44.33, 39.72, 35.16,
32.82, 31.62, 30.39, 25.02])
SOM = np.array([1.47, 0.991, 0.635, 0.358, 0.235, 0.159, 0.108, 0.071, 0.056,
0.05, 0.044, 0.024])
Kxx = np.array([1.53, 1.56, 1.62, 1.95, 2.19, 2.73, 3.45, 4.49, 5.23, 5.69,
6.22, 9.77,])
Kxy = np.array([10.14, 7.29, 5.33, 3.94, 3.57, 3.36, 3.34, 3.5, 3.65, 3.75,
3.88, 4.69])
Kyx = np.array([-3.01, -2.16, -1.57, -0.97, -0.8, -0.48, -0.23, 0.03, 0.18,
0.26, 0.35, 0.83])
```

```
Kyy = np.array([1.5, 1.52, 1.56, 1.48, 1.55, 1.48, 1.44, 1.44, 1.45, 1.45,
1.46, 1.53])
Cxx = np.array([20.34, 14.66, 10.8, 8.02, 7.36, 6.94, 6.89, 7.15, 7.42, 7.6,
7.81, 9.17])
Cxy = np.array([1.53, 1.58, 1.7, 1.63, 1.89, 1.78, 1.72, 1.7, 1.71, 1.71,
1.72, 1.78])
Cyx = np.array([1.53, 1.58, 1.7, 1.63, 1.89, 1.78, 1.72, 1.7, 1.71, 1.71,
1.72, 1.78])
Cyy = np.array([6.15, 4.49, 3.41, 2.37, 2.19, 1.74, 1.43, 1.2, 1.1, 1.06,
1.01, 0.83])"""
```

Sljedeće parametre koje je potrebno definirati su brojevi čvorova na kružnoj i uzdužnoj osi. Pomoću ovih parametara definiramo dimenzije mreže na 3.1., 3.2.

```
""" mesh"""
m = 61
n = 21
```

Dobivene rezultate Sommerfeldovog broja, kuta pomaka osovine i koeficijente krutosti i prigušenja potrebno je spremiti u prazne nizove iz tog razloga je prvo potrebno kreirati nizove s nulama. Na ovaj način se definiraju dimenzije varijabli.

```
""" kreiranje niza s nulama """
SN = np.zeros(np.size(e))
phi_d = np.zeros(np.size(e))
phi_r = np.zeros(np.size(e))
K_xx = np.zeros(np.size(e))
K_xy = np.zeros(np.size(e))
K_yx = np.zeros(np.size(e))
K_yy = np.zeros(np.size(e))
C_xx = np.zeros(np.size(e))
C_xy = np.zeros(np.size(e))
C_yy = np.zeros(np.size(e))
```

Nakon definiranja početnih parametara pokreće se glavna petlja. U glavnoj petlji se provodi proračun za svaku vrijednost relativnog ekscentriteta u nizu e. U glavnoj petlji se pozivaju funkcije function\_steady6, function\_d14segment, function\_d24segment. U nastavku se računaju koeficijenti krutosti, prigušenja i Sommerfeldovi brojevi.

```
for i in range(np.size(e)):
    epsi = e[i]

    kut,hpot1,theta2,theta1,theta4,theta3,sirin,hpot,theta,p,Fx, Fy, W,
phi_r[i] = function_steady6(m, n, epsi, lod, beta, len1, ps)
    print('hpot1 = %.4f' %hpot1[i])
    print('hpot = %.4f' %hpot[i])
```

```
print('theta = %.4f' %theta[i])
   print('att = %.4f' %phi r[i])
   WXD1, WZD1 = function d14segment(m, n, epsi, lod, beta, len1, ps, omega,
p, phi r[i])
   WXD2, WZD2 = function d24segment(m, n, epsi, lod, beta, len1, ps, omega,
p, phi r[i])
   """figure"""
   """surf(p)"""
   SN[i] = 1/(6*Fx)
   phi d[i] = phi r[i]*180/np.pi
   K xx[i] = -WXD1.real/Fx
   K yx[i] = -WZD1.real/Fx
   K xy[i] = -WXD2.real/Fx
   K yy[i] = -WZD2.real/Fx
   C xx[i] = -WXD1.imag/Fx/omega
   C_yx[i] = -WZD1.imag/Fx/omega
   C xy[i] = -WXD2.imag/Fx/omega
   C yy[i] = -WZD2.imag/Fx/omega
   print('eccentricity ratio = %.3f' %epsi)
   print(' ')
   print('attitude angle = %.4f' %phi d[i])
   print(' ')
   print('sommerfeled NO. = %.4f' %SN[i])
   print(' ')
   print('Fx = ', Fx)
   print('Fy = ', Fy)
   print(' ')
   print('K xx = %.4f ; K xy = %.4f' %(K xx[i], K xy[i]))
   print('K yx = %.4f ; K yy = %.4f' %(K yx[i], K yy[i]))
   print('C_xx = %.4f ; C_xy = %.4f' %(C_xx[i],C_xy[i]))
   print('C_yx = %.4f ; C_yy = %.4f' %(C_yx[i],C_yy[i]))
```

Dobivene vrijednosti se ispisuju, te se u nastavku koda *Main* crtaju dijagrami kako bi se rezultati bolje vizualizirali.

#### 4.2. Steady

Za rješavanje statičkog dijela proračuna koristimo program u datoteci *Steady*. Kako bi u potpunosti opisali ponašanje uljnog filma odnosno tlakove i koeficijente prigušenja i krutosti koje se javljaju moramo uzeti u obzir situaciju kada je fluid opterećen statičkim opterećenjem. Funkcije u datoteci *Steady* se zasnivaju na rješavanju statičkog oblika Reynoldsove jednadžbe (, odnosno njenog algebarskog oblika. Datoteka *Main* u glavnoj petlji poziva funkciju function steady6. Funkcionalnost ove funkcije je opisana u nastavku.

Potrebno je na početku objasniti nazive varijabli koje predstavljaju fizikalne veličine i parametre korištene u datoteci *Steady*.

```
epsi – Promatrani relativni ekscentritet, \varepsilon
groovx - Polovica pripadnog kuta žlijeba, β
groovz - Polovica pripadne duljine žlijeba, l
er1, er2 - Razlike tlakova i kutova između dviju iteracija
att - Kut pomaka osovine
n1, n2 - Brojači iteracija
ORF, URF - Nadrelaksacijski i podrelaksacijski faktori
DTH, DZ - Udaljenost između dvaju čvora u radijalnom i uzdužnom smjeru
Switch1 - Matrica položaja žljebova
p, h – Statički tlak i debljina uljnog filma, p,h
ig1, ig2 - Početna i krajnja pozicija prvog žlijeba na radijalnoj osi
ig3, ig4 - Početna i krajnja pozicija drugog žlijeba na radijalnoj osi
ig3, ig4 - Početna i krajnja pozicija trećeg žlijeba na radijalnoj osi
ig3, ig4 - Početna i krajnja pozicija četvrtog žlijeba na radijalnoj osi
jg1, jg2 - Početna i krajnja pozicija žljebova na uzdužnoj osi
```

```
ig11, ig21 - Početna i krajnja pozicija prvog dijela trećeg segmenta na radijalnoj osi
ig31, ig41 - Početna i krajnja pozicija četvrtog segmenta na radijalnoj osi
ig51, ig61 - Početna i krajnja pozicija prvog segmenta na radijalnoj osi
ig71, ig81 - Početna i krajnja pozicija drugog segmenta na radijalnoj osi
ig81, ig91 - Početna i krajnja pozicija drugog dijela trećeg segmenta na radijalnoj osi
```

Modul koji se poziva u ovoj datoteci je modul *Numpy* koji nam omogućava rješavanje raznih matematičkih operacija

psizrac – Omjer zračnosti,  $\psi$ 

```
import numpy as np
```

Sljedeći korak je definicija fuunkcije function\_steady6. Funkcija zahtijeva unos sljedećih parametara.

```
sljedećih parametara.

m, n - Broj čvorova na kružnoj i uzdužnoj osi, m, n

epsi - Promatrani relativni ekscentritet,\varepsilon

lod - Omjer promjera osovine i duljine ležaja, D/L

groovx - Polovica pripadnog kuta žlijeba, \beta

groovz - Polovica pripadne duljine žlijeba, l

ps - Dobavni tlak, p_s
```

```
def function_steady6(m, n, epsi, lod, groovx, groovz, ps):
```

U definiranoj funkciji potrebno je definirati veličine matrica i nizova.

```
er2 = 1
n2 = 0
att = 0.01
att1 = 0.01
ORF = 1.8
URF = 0.6
DTH = 2.0*np.pi/(m-1)
DZ = 1.0/(n-1)
"""Naredba switch1 služi kako bi program
kasnije mogao prepoznati na kojim se mjestima nalaze utori"""
```

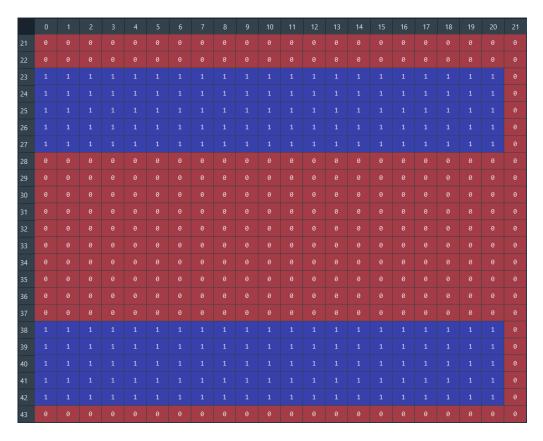
```
switch1 = np.zeros([m+1,n+1])
p = np.zeros([m+1,n+1])
h = np.zeros([m+1,n+1])
h1 = np.zeros([m+1,n+1])
hpot = np.zeros([m+1])
hpot1 = np.zeros([m+1])
theta = np.zeros([m+1])
hpot2 = np.zeros([m+1])
theta1 = np.zeros([m+1])
theta2 = np.zeros([m+1])
theta3 = np.zeros([m+1])
theta4 = np.zeros([m+1])
sirin = np.zeros([m+1])
```

Proračun treba uzeti u obzir utjecaj dovedenog ulja pomoću žljebova kako bi se mogao opisati njihov utjecaj na raspodjelu tlakova. Potrebno je odrediti koordinate točaka žljebova na mreži domene.

```
i1 = round(groovx/DTH)
j1 = round(groovz/DZ)

ig1 = int(((m-1)*0.67/4)-i1) #8
ig2 =int(((m-1)*0.67/4)+i1) #12
ig3 = int(((m-1)*1.67/4)-i1) #23
ig4 = int(((m-1)*1.67/4)+i1) #27
ig5 = int(((m-1)*2.67/4)-i1) #38
ig6 = int(((m-1)*2.67/4)+i1) #42
ig7 = int(((m-1)*3.67/4)-i1) #53
ig8 = int(((m-1)*3.67/4)+i1) #57
jg1 = int(((n-1)/2)-j1)
jg2 = int(((n-1)/2)+j1)
```

Kako bi proračun uzimao u obzir da se radi o četverosegmentnom uljnom ležaju sa četiri utora za dovod ulja, potrebno je pomoću definiranih koordinata definirati položaje žljebova. Matrica switch1 koja je preslika umrežene domene omogućava programu da prepozna koordinate na kojima se nalaze žlijebovi. U matrici statičkog tlaka se na tim mjestima dodaje vrijednost dobavnog tlaka.



Slika 4.1. Vizualizacija dijela matrice switch1

```
"""first groove"""
for J in range(jg1,jg2+1):
    for I in range(ig1,ig2+1):
        p[I,J] = ps
         switch1[I,J] = 1
"""second groove"""
for J in range(jg1,jg2+1):
    for I in range(ig3,ig4+1):
        p[I,J] = ps
         switch1[I,J] = 1
"""third groove"""
for J in range(jg1,jg2+1):
    for I in range(ig5,ig6+1):
        p[I,J] = ps
         switch1[I,J] = 1
"""fourth groove"""
for J in range (jg1, jg2+1):
    for I in range(ig7,ig8+1):
        p[I,J] = ps
         switch1[I,J] =
```

Postupak pronalaženja rješenja diferencijalne jednadžbe je iterativan, stoga proračun mora biti postavljen u petlju. Korištena petlja je while petlja koja se zaustavlja kada se zadovolje oba

zadana uvjeta. Petlja se zaustavlja kada pogreška prijeđe definiranu najmanju preciznost i kada je broj iteracija veći od 1000.

while (er2>Accuracy) and (n2<10\*\*3):</pre>

U nastavku potrebno je definiratri formule kutova za definiciju pojedinih segmenata.

$$\varepsilon_{1} = \sqrt{\varepsilon^{2} + \delta^{2} + 2 * \varepsilon * \delta * \cos\phi} \quad (4.1)$$

$$\varepsilon_{2} = \sqrt{\varepsilon^{2} + \delta^{2} - 2 * \varepsilon * \delta * \cos\left(\frac{\phi}{2} + \phi\right)} \quad (4.2)$$

$$\varepsilon_{3} = \sqrt{\varepsilon^{2} + \delta^{2} - 2 * \varepsilon * \delta * \cos\phi} \quad (4.3)$$

$$\varepsilon_{4} = \sqrt{\varepsilon^{2} + \delta^{2} - 2 * \varepsilon * \delta * \cos\left(\frac{\phi}{2} - \phi\right)} \quad (4.4)$$

$$arg1 = \frac{\varepsilon * \sin\phi}{\delta + \varepsilon * \cos\phi} \quad (4.5)$$

$$arg2 = \frac{\delta + \varepsilon * \sin\phi}{\varepsilon * \cos\phi} \quad (4.6)$$

$$arg3 = \frac{\varepsilon * \sin\phi}{-\delta + \varepsilon * \cos\phi} \quad (4.7)$$

$$arg1 = \frac{-\delta + \varepsilon * \sin\phi}{\varepsilon * \cos\phi} \quad (4.8)$$

$$\phi_{1} = \tan^{-1} arg1 \quad (4.9)$$

$$\phi_{2} = \tan^{-1} arg2 \quad (4.10)$$

$$\phi_{3} = \pi + \tan^{-1} arg3 \quad (4.11)$$

$$\phi_{4} = 2\pi + \tan^{-1} arg4 \quad (4.12)$$

Gdje su:

 $\varepsilon$  –Relativni ekscentritet

 $\phi$  - Kut relativnog ekscentriteta od vertikalne osi

```
eps1=np.sqrt(epsi**2+deltazrac**2+2*epsi*deltazrac*np.cos(att))
arg1=epsi*np.sin(att)/(deltazrac+epsi*np.cos(att))
fi1=np.arctan(arg1)

eps2=np.sqrt(epsi**2+deltazrac**2-2*epsi*deltazrac*np.cos(np.pi/2+att))
arg2=(deltazrac+epsi*np.sin(att))/(epsi*np.sin(att))
fi2=np.arctan(arg2)

eps3=np.sqrt(epsi**2+deltazrac**2-2*epsi*deltazrac*np.cos(att))
arg3=epsi*np.sin(att)/(-deltazrac+epsi*np.cos(att))
fi3=np.pi+np.arctan(arg3)

eps4=np.sqrt(epsi**2+deltazrac**2-2*epsi*deltazrac*np.cos(np.pi/2-att))
arg4=(-deltazrac+epsi*np.sin(att))/(epsi*np.sin(att))
fi4=np.arctan(arg4)
```

Debljine uljnog filma u pojedinom segmentu se računaju pomoću sljedećih izraza:

$$h_1 = 1 + (\psi - 1) + \varepsilon_1 * \cos(\phi - \phi_1 + \theta)$$
 (4.13)  

$$h_2 = 1 + (\psi - 1) + \varepsilon_2 * \cos(\phi - \phi_2 + \theta)$$
 (4.14)  

$$h_3 = 1 + (\psi - 1) + \varepsilon_3 * \cos(\phi - \phi_3 + \theta)$$
 (4.15)  

$$h_4 = 1 + (\psi - 1) + \varepsilon_4 * \cos(\phi - \phi_4 + \theta)$$
 (4.16)

Gdje su:

$$\psi$$
 - Omjer zračnosti,  $\psi = \frac{c_b}{c_v}$ 

 $\theta$  – Kut između promatrane osi i kuta pomaka osovine

Debljine uljnog filma računaju se uzimajući u obzir segment u kojem se nalazi žljeb.

```
"""segment broj 3 - prvi dio"""
for I in range(ig11,ig21):#1-8
    x = (I)*DTH
    theta3[I] = -att + x
    hpot1[I] = 1+(psizrac-1)+eps3*np.cos(theta3[I]+ att-fi3)

for J in range(1,n+1):
    h[I,J] = 1+(psizrac-1)+eps3*np.cos(theta3[I]+att-fi3)

"""segment broj 4"""
for I in range(ig31,ig41):#8-24
    x = (I)*DTH
    theta4[I] =-att + x
    hpot1[I] = 1+(psizrac-1)+eps4*np.cos(theta4[I]+ att-fi4)

for J in range(1,n+1):
    h[I,J] = 1+(psizrac-1)+eps4*np.cos(theta4[I]+att-fi4)
"""segment broj 1"""
```

```
for I in range(ig51,ig61):#24-39
   x = (I) * DTH
    theta1[I] = -att + x
    """hpot1[I] = 1+psizrac-1+eps1*np.cos(theta1[I])"""
   hpot1[I] = 1+(psizrac-1)+eps1*np.cos(theta1[I]+ att-fi1)
    for J in range (1, n+1):
        h[I,J] = 1 + (psizrac-1) + eps1*np.cos(theta1[I] + att-fi1)
"""segment broj 2"""
for I in range(ig71,ig81):#39-54
   x = (I) *DTH
    theta2[I] = -att + x
    """hpot2[I] =I"""
   hpot1[I] = 1+(psizrac-1)+eps2*np.cos(theta2[I]+ att-fi2)
    for J in range (1, n+1):
        h[I,J] = 1 + (psizrac-1) + eps2*np.cos(theta2[I] + att - fi2)
"""segment broj 3 - drugi dio"""
for I in range(ig81,ig91):#54-62
    x = (I) * DTH
    theta3[I] = - att + x
    """hpot2[I] =I"""
    hpot1[I] = 1+(psizrac-1)+eps3*np.cos(theta3[I] + att - fi3)
    for J in range (1, n+1):
        h[I,J] = 1+(psizrac-1)+eps3*np.cos(theta3[I] + att - fi3)
```

Iz aproksimirane Reynoldsove jednadžbe dobivene metodom konačnih razlika računaju se koeficijenti koji su opisani jednadžbom (3.1). Također je potrebno definirati matrice koje će sadžavati vrijetnosti spomenutih koeficijenata.

```
A1 = np.zeros([m,n])
A2 = np.zeros([m,n])
A3 = np.zeros([m,n])
A4 = np.zeros([m,n])
A5 = np.zeros([m,n])
A6 = np.zeros([m,n])
```

Unutar prve petlje se metodom konačnih razlika, nakon definiranja matrica koeficijenata, popunjavaju matrice koeficijenata. Vrijednosti se računaju izrazima od (3.5) do (3.10).

```
"""FDM za stacionarno stanje"""
for J in range(1,n):
    for I in range(1,m):
        cc1 = h[I+1,J]-h[I-1,J]
        A1[I,J] = h[I,J]**(3) + 0.75*cc1*h[I,J]**(2)
        A2[I,J] = h[I,J]**(3) - 0.75*cc1*h[I,J]**(2)
        A3[I,J] = alfa*h[I,J]**(3)
        A4[I,J] = alfa*h[I,J]**(3)
        A5[I,J] = -1.5*DTH*cc1
        A6[I,J] = 2*(1+alfa)*h[I,J]**(3)
```

Unutar prve while petlje mora se nalaziti petlja za računanje tlakja. Potrebno je također zadovoljiti uvjete nakon kojih se iterativni postupak zaustavlja. Parametar er1 mora biti manji od najmanje preciznosti i broj iteracija mora biti manji od 1000. Zatim se korača po domeni po svakoj točci, te se svakoj koordinati koja u matrici switch1 nije jedan dodjeljuje vrijednost tlaka izračunata pomoću izraza (3.12). Svaka vrijednost statičkog tlaka u matrici tlakova p koja je manja od nule zamjenjuje se nulom. Drugim rječima pomoću Reynoldsove jednadžbe i definiranih koeficijenata se računaju vrijednosti tlaka za čvorove koji se ne nalaze na žljebovima.

Zbog moguće divegencije potrebno je koristiti prethodno definirani nadrelaksacijski faktor.

```
"""Gauss-Seidel over-relaxation"""

p[I,J] = p[I,J]+ORF* (term-p[I,J])
```

Prije završetka svake iteracije dobiva se nova razlika riješenja te se n1 povećava za jedan

```
"""estimate error"""
er1 = abs(sum1-sum2)/sum1
sum2 = sum1
n1 = n1+1
```

Na kraju, računaju se tangencijalna i aksijalna komponenta sile. Proračun završava integracijom tlakova po malim površinama na provrtu ležaja, nakon zadovoljavanja zakona statike.

```
"""calculating load carrying capacity (Trapezoidal Integration)
integration in axial direction"""
inty = np.zeros(m) #Zamjena?
for I in range(m):
    for J in range(1,n):
        inty[I] = inty[I]+p[I,J]+p[I,J-1]
    inty[I] = inty[I]*0.5*DZ

"""axialw, tangew: axial and tangential component of load"""
axialw = 0
tangew = 0
```

```
"""integration in circumferential direction"""
for I in range(1,m):
    x = (I)*DTH;
    x2 = (I-1)*DTH;
    axialw = axialw-np.cos(x)*inty[I]-np.cos(x2)*inty[I-1]
    tangew = tangew+np.sin(x)*inty[I]+np.sin(x2)*inty[I-1]
axialw = axialw*0.5*DTH
tangew = tangew*0.5*DTH
loadw = np.sqrt(axialw**2+tangew**2)
attang = np.arctan(tangew/axialw)
if (axialw > 0):
    attang1 = attang
elif (axialw < 0):
    attang1 = -attang</pre>
```

Prilikom iteracijskog postupka, kao što je već navedeno, moguća je divergencija. Iz tog razloga se treba koristiti podrelaksacijski faktor.

```
"""Gauss-Seidel under-relaxation"""
att = att + URF*attang1
er2 = abs(att-att1)/att
att1 = att
```

Na kraju funkcija funcrion\_steady6 vraća dobivene rezultate kako bi se mogli koristiti u datoteci *Main*.

```
return[kut,hpot1,theta2,theta1,theta4,theta3,sirin,hpot,theta,p,axialw,tangew
,loadw,att]
```

#### 4.3. Dinamičke funkcije (Dynamic 1 i Dynamic 2)

Dinamički oblici Reynoldsove jednadžbe opisani su datotekama *Dynamic\_1* i *Dynamic\_2*. U stvarnosti se osim statičkog opterećenja javlja dinamičko opterećenje gibanjem osovine u ležaju. U datotekama *Dynamic\_1* i *Dynamic\_2* nalaze se funkcije function\_d14segment i function\_d24segment, te se obje pozivaju u datoteci *Main*.

Parametri koje obe funkcije traže su sljedeći:

```
m, n – Broj čvorova na kružnoj i uzdužnoj osi mreže, m, n
```

epsi – Promatrani relativni ekscentritret,  $\varepsilon$ 

lod – Omjer promjera osovine i duljine ležaja, D/L

groovx - Polovica pripadnog kuta žlijeba, β

groovz - Polovica pripadne duljine žlijeba, l

ps - Dobavni tlak

omega – Omjer kutne brzine i frekvencije uznemiravanja

phi - Kut pomaka osovine

er - Razlika tlakova između dvije iteracije

n1 – Brojač iteracija

ORF, URF - Nadrelaksacijski i podrelaksacijski faktori

DTH, DZ - Udaljenost između dvaju čvora u radijalnom i uzdužnom smjeru

Switch1 - Matrica položaja žljebova

p, h - Statički tlak i debljina uljnog filma, p,h

ig1, ig2 - Početna i krajnja pozicija prvog žlijeba na radijalnoj osi

ig3, ig4 - Početna i krajnja pozicija drugog žlijeba na radijalnoj osi

ig3, ig4 - Početna i krajnja pozicija trećeg žlijeba na radijalnoj osi

```
ig3, ig4 - Početna i krajnja pozicija četvrtog žlijeba na radijalnoj osi

jg1, jg2 - Početna i krajnja pozicija žljebova na uzdužnoj osi

ig11, ig21 - Početna i krajnja pozicija prvog dijela trećeg segmenta na radijalnoj osi

ig31, ig41 - Početna i krajnja pozicija četvrtog segmenta na radijalnoj osi

ig51, ig61 - Početna i krajnja pozicija prvog segmenta na radijalnoj osi

ig71, ig81 - Početna i krajnja pozicija drugog segmenta na radijalnoj osi
```

ig81, ig91 - Početna i krajnja pozicija drugog dijela trećeg segmenta na radijalnoj osi

Slično kao i u proračunu statičke funkcije, potrebno je pozvati paket *Numpy* kako bi se sa lakoćom koristile osnovne matematičke funkcije.

```
import numpy as np
```

Funkcije function\_d14segment i function\_d24segment zahtijevaju unos pojedinih parametara.

```
def function_d14segment(m, n, epsi, lod, groovx, groovz, ps, omega, p, phi):
```

```
def function d24segment(m, n, epsi, lod, groovx, groovz, ps, omega, p, phi):
```

#### Traženi parametri su:

```
m, n – Broj čvorova na kružnoj i uzdužnoj osi mreže epsi – Promatrani relativni ekscentritret lod – Omjer promjera osovine i duljine ležaja groovx – Polovica pripadnog kuta žlijeba groovz – Polovica pripadne duljine žlijeba ps – Dobavni tlak, p_s omega – Omjer kutne brzine i frekvencije uznemiravanja,\Omega
```

```
p - Statički tlak, p
```

#### phi - Kut pomaka osovine, α

U nastavku su definirane vrijednosti varijabla i definirane dimenzije nizova i matrica koje se koriste u kodu.

```
ORF = 1.8
   DTH = 2.0*np.pi/(m-1)
   DZ = 1.0/(n-1)
   switch1 = np.zeros([m+1,n+1])
   p1 = np.zeros([m+1,n+1], dtype=complex)
   h = np.zeros([m+1,n+1])
   hpot = np.zeros([m+1])
   hpot1 = np.zeros([m+1])
   theta = np.zeros([m+1])
   theta1 = np.zeros([m+1])
   theta2 = np.zeros([m+1])
   theta3 = np.zeros([m+1])
   theta4 = np.zeros([m+1])
   kut = np.zeros([m+1])
   sirin = np.zeros([m+1])
```

Definicije varijabli i dimenzije nizova u funkciji function\_d24segment su slične kao i u funkciji function d14segment osim definicije matrice tlakova koja se naziva p2.

```
DTH = 2.0*np.pi/(m-1)
DZ = 1.0/(n-1)
switch1 = np.zeros([m+1,n+1])
p2 = np.zeros([m+1,n+1], dtype=complex)
h = np.zeros([m+1,n+1])
hpot = np.zeros([m+1])
hpot1 = np.zeros([m+1])
theta = np.zeros([m+1])
theta1 = np.zeros([m+1])
theta2 = np.zeros([m+1])
theta3 = np.zeros([m+1])
theta4 = np.zeros([m+1])
sirin = np.zeros([m+1])
```

Potrebno je također kao i u datoteci *Steady* definirati položaje žlijebova pomoću koordinata. Pažnju treba posvetiti činjenici da koordinate žlijebova moraju biti jednake za sve tri datoteke kako bi se mogla pokrenuti datoteka *Main*.

```
i1 = round(groovx/DTH)
    j1 = round(groovz/DZ)
    ig1 = int(((m-1)*0.67/4)-i1) #8
    ig2 =int(((m-1)*0.67/4)+i1) #12
    ig3 = int(((m-1)*1.67/4)-i1) #23
    ig4 = int(((m-1)*1.67/4)+i1) #27
    ig5 = int(((m-1)*2.67/4)-i1) #38
    ig6 = int(((m-1)*2.67/4)+i1) #42
```

```
ig7 = int(((m-1)*3.67/4)-i1) #53

ig8 = int(((m-1)*3.67/4)+i1) #57

jg1 = int(((n-1)/2)-j1)

jg2 = int(((n-1)/2)+j1)
```

Na tim pozicijama treba dodati vrijednost dobavnog tlaka u matricu komponenta dinamičkog tlaka. Također treba spomenuti da svaka funkcija (function\_dl4segment i function\_dl4segment) sadrži vlastitu komponentu dinamičkog tlaka.

```
"""first groove"""
for J in range (jg1, jg2+1):
    for I in range(ig1,ig2+1):
        p1[I,J] = ps
        switch1[I,J] = 1
"""second groove"""
for J in range (jg1, jg2+1):
    for I in range(ig3,ig4+1):
        p1[I,J] = ps
        switch1[I,J] = 1
"""third groove"""
for J in range(jg1,jg2+1):
    for I in range(ig5,ig6+1):
        p1[I,J] = ps
        switch1[I,J] = 1
"""fourth groove"""
for J in range (jg1, jg2+1):
    for I in range(ig7,ig8+1):
        p1[I,J] = ps
        switch1[I,J] = 1
```

Sljedeći korak je izračun debljine uljnog filma. Formule za izračun kutova i debljine uljnog filma su jednake kao i u datoteci *Steady*.

```
eps1=np.sqrt(epsi**2+deltazrac**2+2*epsi*deltazrac*np.cos(phi))
arg1=epsi*np.sin(phi)/(deltazrac+epsi*np.cos(phi))
fi1=np.arctan(arg1)

eps2=np.sqrt(epsi**2+deltazrac**2-2*epsi*deltazrac*np.cos(np.pi/2+phi))
arg2=(deltazrac+epsi*np.sin(phi))/(epsi*np.sin(phi))
fi2=np.arctan(arg2)

eps3=np.sqrt(epsi**2+deltazrac**2-2*epsi*deltazrac*np.cos(phi))
arg3=epsi*np.sin(phi)/(-deltazrac+epsi*np.cos(phi))
fi3=np.pi+np.arctan(arg3)

eps4=np.sqrt(epsi**2+deltazrac**2-2*epsi*deltazrac*np.cos(np.pi/2-phi))
arg4=(-deltazrac+epsi*np.sin(phi))/(epsi*np.sin(phi))
fi4=np.arctan(arg4)
```

Segmenti su također definirani pomoću niza koordinata.

```
ig11 = 1 #0
ig21 = 8 #2
```

```
ig31 = 8 #18
ig41 = 24 #22

ig51 = 24 #38
ig61 = 39 #42

ig71 = 39 #59
ig81 = 54 #59
ig91 = 62 #61
```

Na jednak način, kao i u datoteci *Steady*, popunjava se matrica h.

```
"""segment broj 3 - prvi dio"""
for I in range(ig11,ig21):
    x = (I) * DTH
    theta3[I] = -phi + x
    hpot1[I] = 1+(psizrac-1)+eps3*np.cos(theta3[I]+ phi-fi3)
    for J in range (1, n+1):
        h[I,J] = 1+(psizrac-1)+eps3*np.cos(theta3[I]+phi-fi3)
"""segment broj 4"""
for I in range(ig31,ig41):
    x = (I) *DTH
    theta4[I] = -phi + x
   hpot1[I] = 1+(psizrac-1)+eps4*np.cos(theta4[I]+ phi-fi4)
    for J in range(1, n+1):
        h[I,J] = 1 + (psizrac-1) + eps4*np.cos(theta4[I]+phi-fi4)
"""segment broj 1"""
for I in range(ig51,ig61):
    x = (I) * DTH
    theta1[I] = -phi + x
   hpot1[I] = 1+(psizrac-1)+eps1*np.cos(theta1[I]+ phi-fi1)
    for J in range (1, n+1):
        h[I, J] = 1 + (psizrac-1) + eps1*np.cos(theta1[I]+phi-fi1)
"""segment broj 2"""
for I in range(ig71,ig81):
   x = (I) *DTH
    theta2[I] = -phi + x
   hpot1[I] = 1+(psizrac-1)+eps2*np.cos(theta2[I]+ phi-fi2)
    for J in range (1, n+1):
        h[I,J] = 1 + (psizrac-1) + eps2*np.cos(theta2[I] + phi - fi2)
"""segment broj 3 - drugi dio"""
for I in range(ig81,ig91):
    x = (I) * DTH
    theta3[I] = - phi+ x
    """hpot2[I] =I"""
    hpot1[I] = 1+(psizrac-1)+eps3*np.cos(theta3[I] + phi - fi3)
    for J in range (1, n+1):
        h[I,J] = 1+(psizrac-1)+eps3*np.cos(theta3[I] + phi - fi3)
```

Prije nego što se prijeđe na računanje koeficijenata dinamičkih oblika Reynoldsove jednadžbe, potrebno je definirati nizove u kojima će njihove vrijednosti biti spremljene. Treba naglasiti da su koeficijenti kod dinamičkih oblika Reynoldsove jednadžbe kompleksne prirode.

```
A1 = np.zeros([m,n],dtype=complex)
A2 = np.zeros([m,n],dtype=complex)
A3 = np.zeros([m,n],dtype=complex)
A4 = np.zeros([m,n],dtype=complex)
A5 = np.zeros([m,n],dtype=complex)
A6 = np.zeros([m,n],dtype=complex)
A7 = np.zeros([m,n],dtype=complex)
A8 = np.zeros([m,n],dtype=complex)
A9 = np.zeros([m,n],dtype=complex)
A10 = np.zeros([m,n],dtype=complex)
A11 = np.zeros([m,n],dtype=complex)
```

Nakon definiranja započinjemo sa rješavanjem koeficijenata dinamičkih oblika Reynoldsovih jednadžbi metodom konačnih razlika.

```
for J in range(1,n):
        for I in range(1,m):
           seta = I*DTH
            cc1 = h[I+1, J] - h[I-1, J]
            A1[I,J] = h[I,J]**(3) + 0.75*cc1*h[I,J]**2
            A2[I,J] = h[I,J]**(3) - 0.75*cc1*h[I,J]**2
            A3[I,J] = alfa*h[I,J]**(3)
            A4[I,J] = alfa*h[I,J]**(3)
            A5[I,J] = -6*np.sin(seta)*(1+alfa)*h[I,J]**(2)
           A6[I,J] = 3*np.sin(seta)*h[I,J]**(2) +
1.5*np.sin(seta)*h[I,J]*cc1 + 1.5*np.cos(seta)*DTH*h[I,J]**(2)
           A7[I,J] = 3*np.sin(seta)*h[I,J]**(2) -
1.5*np.sin(seta)*h[I,J]*cc1 - 1.5*np.cos(seta)*DTH*h[I,J]**(2)
            A8[I,J] = 3*alfa*np.sin(seta)*h[I,J]**(2)
            A9[I,J] = 3*alfa*np.sin(seta)*h[I,J]**(2)
            A10[I,J] = -(DTH**2)*(3*np.cos(seta)+1j*6*omega*np.sin(seta))
           A11[I,J] = 2*(h[I,J]**(3))*(1+alfa)
```

Izračunati koeficijenti se koriste u petlji za računanje dinamičkih tlakova, gdje se rješavaju jednadžbe dobivene metodom konačnih razlika. Kada se ispune uvjeti u petlji ona se zaustavlja.

Divergencija rješenja se izbjegava nadrelaksacijom, pritom se koristi nadrelaksacijski faktor koji je prethodno definiran.

```
"""Gauss-Seidel over-relaxation"""
p2[I,J] = po+ORF*(p2[I,J]-po)
```

Rubni uvjeti su slični kao i u statičkoj funkciji. Negativne komponente dinamičkih tlakova poprimaju vrijednosti nula.

```
"""first B.C's (no cavitation)"""

if p[I,J] < 0:
    p2[I,J] = 0.0</pre>
```

U rubne uvjete spada i gradijent promjene tlaka u radijalnom smjeru koji je također jednak nuli.

```
sum1 = sum(sum(p2))
"""symmetry B.C's (dp/dz = 0)"""
p2[:,0] = p2[:,2]
```

Na kraju petlje potrebnno je računati razliku rješenja dviju iteracija, te povećati brojač za jedan.

```
"""estimate error"""
er = abs(1-sum2/sum1)
sum2 = sum1
n1 = n1+1
```

Posljednji korak je računanje sila prilikom efekta perturbacije. Sile koje dobijemo su aksijalna i tangencijalna komponenta rezultantne sule koja opisuje nosivost ležaja.

```
"""calculating dynamic load carrying capacity (Trapezoidal Integration)
integration in axial direction"""
inty = np.zeros(m,dtype=complex) #Zamjena?
for I in range(m):
    inty[I]=0
    for J in range (1,n):
       inty[I] = inty[I] + p2[I, J] + p2[I, J-1]
    inty[I] = inty[I]*0.5*DZ
"""axialw, tangew: axial and tangential component of load"""
axialw = 0
tangew = 0
"""integration in circumferential direction"""
for I in range(1, m):
   x = (I) * DTH
   x2 = (I-1)*DTH
    axialw = axialw+np.cos(x)*inty[I]+np.cos(x2)*inty[I-1]
    tangew = tangew+np.sin(x)*inty[I]+np.sin(x2)*inty[I-1]
```

Komponente nosivosti ležaja prenose se funkcijama function\_d14segment i function d24segment u datoteku *Main*.

```
WXD1 = axialw*0.5*DTH
WZD1 = tangew*0.5*DTH

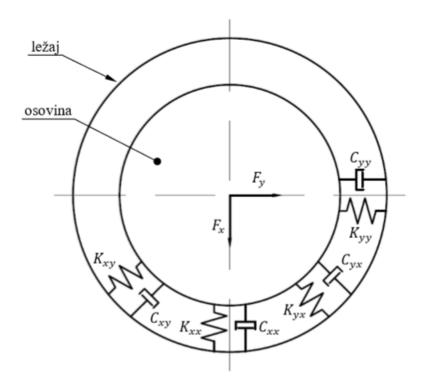
return[WXD1,WZD1]
```

```
WXD2 = axialw*0.5*DTH
WZD2 = tangew*0.5*DTH

return[WXD2,WZD2]
```

#### 5. REZULTATI

Prilikom rotacije osovine dobiva se hidrodinamički tlak, koji je ključni faktor u određivanju nosivosti filma ulja. U prethodnim poglavljima detaljno je objašnjen postupak dobivanja nosivih sila, te se zaključuje da one ovise o relativnom ekscentritetu odnosno o položaju osovine u odnosu na ležaj. Za sustav vrijedi da je poznata i viskoznost lubrikanta kod određene brzine rotacije. Zbog poznavanja spomenutih svojstava i koeficijenata krutosti i prigušenja moguće je zamijeniti djelovanje fluida oprugom. Oni definiraju kakva opruga i prigušivač djeluje jednako kao ležaj u određenim osima.



Slika 5.1. Vibrirajući sustav u ležaju

Datoteka Main ispisuje rezultate za svaku vrijednost relativnog ekscentriteta sadržane u nizu. Računa za svaku vrijednost kut pomaka osovine, Sommerfeldov broj, nosive sile i koeficijente krutosti i prigušenja.

```
hpot1 = 0.0000
                                                    hpot1 = 1.1011
hpot = 0.0000
                                                    hpot = 0.0000
                                                    theta = -0.9713
theta = -1.2590
att = 1.2590
                                                    att = 1.0760
eccentricity ratio = 0.103
                                                    eccentricity ratio = 0.150
attitude angle = 72.1354
                                                    attitude angle = 61.6509
sommerfeled NO. = 19.0511
                                                   sommerfeled NO. = 12.4403
Fx = 0.00874841554774799
                                                    Fx = 0.013397307710150132
                                                    Fy = 2.2433443093230738e-10
Fy = 1.746918543998812e-10
                                                   K_xx = 6.3136 ; K_xy = 30.7709
K_yx = -37.1043 ; K_yy = 6.3179
C_xx = 62.9340 ; C_xy = 0.3391
C_yx = 0.1644 ; C_yy = 76.4422
                                                   hpot1 = 1.4090
hpot1 = 1.2183
                                                    hpot = 0.0000
hpot = 0.0000
theta = -0.8203
                                                    theta = -0.7306
att = 1.0298
                                                    att = 1.0447
eccentricity ratio = 0.224
                                                    eccentricity ratio = 0.352
attitude angle = 59.0011
                                                   attitude angle = 59.8585
sommerfeled NO. = 8.1318
                                                   sommerfeled NO. = 4.6341
Fx = 0.02049572486517028
                                                    Fx = 0.03596498092627808
Fy = 3.462183282938212e-10
                                                    Fy = 6.113110804519705e-10
                                                    K_x = 2.5057
                                                                   ; K_xy = 9.0052
K_xx = 3.2500; K_xy = 14.2370
                                                   K_yx = -17.0440; K_yy = 3.1437

C_xx = 29.4848; C_xy = 0.5828
 _____yx = 0.5327 ; C_yy = 35.0226
                                                   hpot1 = 1.9382
hpot1 = 1.6690
hpot = 0.0000
                                                    hpot = 0.0000
theta = -0.4722
                                                    theta = -0.2861
att = 0.8911
                                                    att = 0.8097
eccentricity ratio = 0.460
                                                    eccentricity ratio = 0.559
attitude angle = 51.0566
                                                   attitude angle = 46.3949
sommerfeled NO. = 2.8390
                                                   sommerfeled NO. = 1.8469
                                                    Fx = 0.09024223501043968
Fx = 0.058705104749189614
Fy = 7.519662322579966e-10
                                                    Fy = 1.0383777956056408e-09
K xx = 2.6623; K xy = 5.6759
                                                   hpot1 = 2.2175
                                                    hpot1 = 2.5045
hpot = 0.0000
                                                    hpot = 0.0000
theta = -0.1291
                                                    theta = 0.0130
att = 0.7574
                                                    att = 0.7200
eccentricity ratio = 0.650
                                                    eccentricity ratio = 0.734
                                                   attitude angle = 41.2542
attitude angle = 43.3977
sommerfeled NO. = 1.2256
                                                    sommerfeled NO. = 0.8143
Fx = 0.13598696075039338
Fy = 1.4217931385214604e-09
                                                   Fx = 0.20468112352523435

Fy = 2.096344550168212e-09
K_x = 2.9882; K_x = 4.9388

K_y = -4.6351; K_y = 1.5530

C_x = 11.1624; C_x = 1.4167
                                                   K_x = 3.4461; K_x = 4.4404

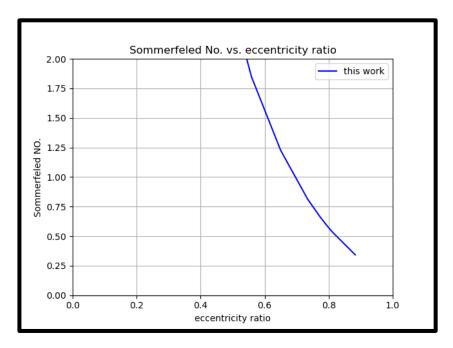
K_y = -3.6931; K_y = 1.4363

C_x = 10.2944; C_x = 1.4868
                                                     __yx = 1.4760 ; C_yy = 7.1460
  yx = 1.4073 ; C_{yy} = 9.1543
```

```
hpot1 = 2.4669
                                                  hpot1 = 2.2701
hpot = 0.0000
                                                  hpot = 0.0000
theta = 0.1327
                                                  theta = 0.2447
att = 0.7051
                                                  att = 0.6978
eccentricity ratio = 0.773
                                                  eccentricity ratio = 0.793
attitude angle = 40.3970
                                                  attitude angle = 39.9785
sommerfeled NO. = 0.6633
                                                  sommerfeled NO. = 0.5942
Fx = 0.2512621692397719
                                                  Fx = 0.28051187632849545
                                                  Fy = 3.0610123041272895e-09
Fy = 2.7683039666194143e-09
K xx = 3.7265; K xy = 4.2565
                                                  K xx = 3.8924
                                                                ; K xy = 4.1734
hpot1 = 2.0902
                                                  hpot1 = 1.9505
hpot = 0.0000
                                                  hpot = 0.0000
theta = 0.3559
                                                  theta = 0.4859
att = 0.6913
                                                  att = 0.6661
eccentricity ratio = 0.811
                                                  eccentricity ratio = 0.883
attitude angle = 39.6091
                                                  attitude angle = 38.1621
sommerfeled NO. = 0.5363
                                                  sommerfeled NO. = 0.3415
                                                  Fx = 0.4880027601956612

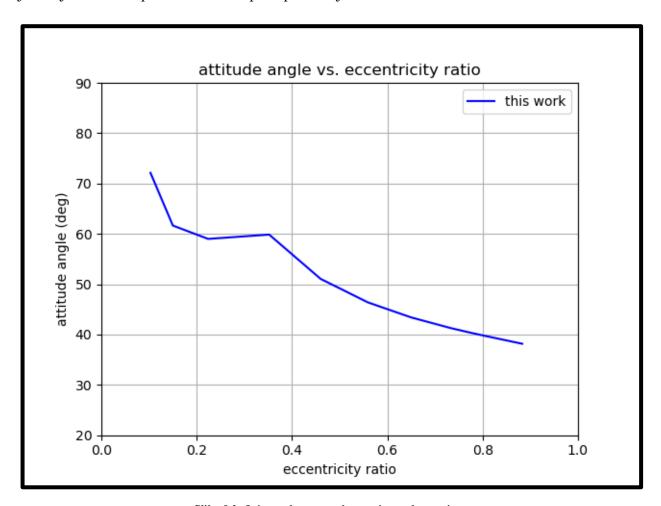
Fy = 5.214769973397876e-09
Fx = 0.3107930619686571
Fy = 2.8873545130389846e-09
K_xx = 4.0574 ; K_xy = 4.1052
K_yx = -2.9619 ; K_yy = 1.3304
C_xx = 9.7421 ; C_xy = 1.5283
C_yx = 1.5159 ; C_yy = 5.5918
```

Sljedećim dijagramom je prikazana ovisnost Sommerfeldovog broja o relativnom ekscentritetu, 5.1. Vidimo da se povećanjem relativnog ekscentriteta Sommerfeldov broj eksponencijalno smanjuje.



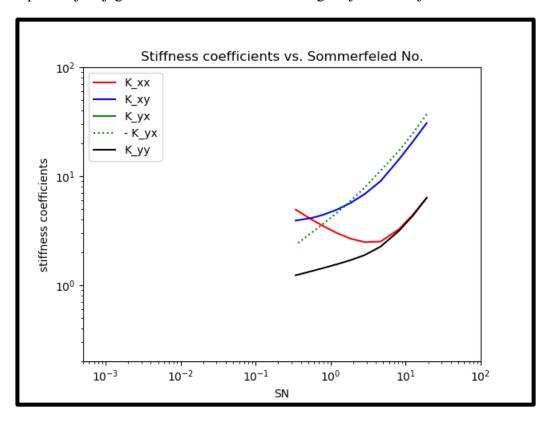
Slika 5.2. Ovisnost Sommerfeldovog broja o relativnom ekscentritetu

Sljedeći prikazani dijegram opisuje ovisnost kuta pomaka i relativnog ekscentriteta, 5.2. Moguće je zaključiti da kut pomaka osovine pada povećanjem ekscentriteta.



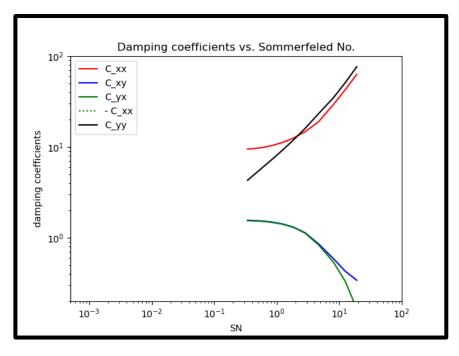
Slika 5.3. Ovisnost kuta pomaka osovine o ekscentritetu

Slika 5.3. prikazuje dijagram ovisnosti Sommerfeldovog broja i koeficijenta krutosti.



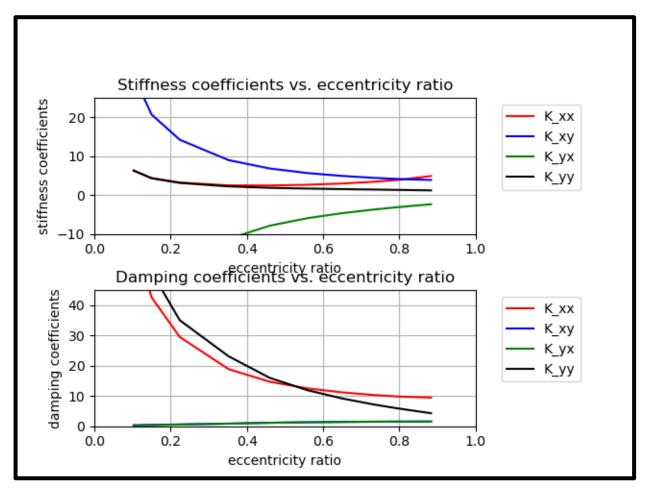
Slika5.4. Ovisnost koeficijenata krutosti o Sommerfeldovoom broju

Isto se može prikazati za koeficijente krutosti,5.4.



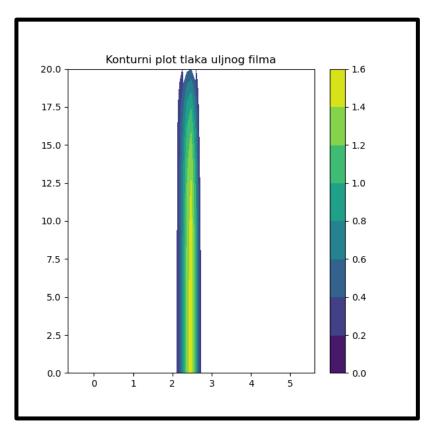
Slika 5.5. Ovisnost koeficijenata prigušenja o Sommerfeldovom broju

Na sljedećim dijagramima su prikazane ovisnosti koeficijenata krutosti i prigušenja u odnosu na relativni ekscentritet.

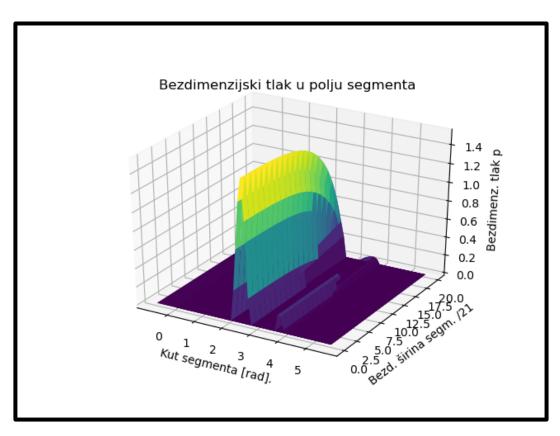


Slika 5.6. Ovisnost koeficijenata krutosti i prigušenja o ekscentritetu

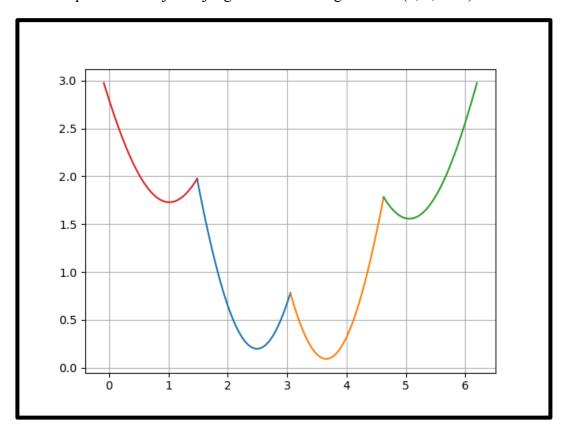
Tlak raste sa porastom ekscentriteta. Tlak postaje veći na dijelu ležaja gdje opterećena osovina najviše pritišče ulje, te dostiže relativno visoke iznose u odnosu na ostatak plohe. Na sljedećim dijagramima moguće je vizualizirati intenzitet tlaka na različitim



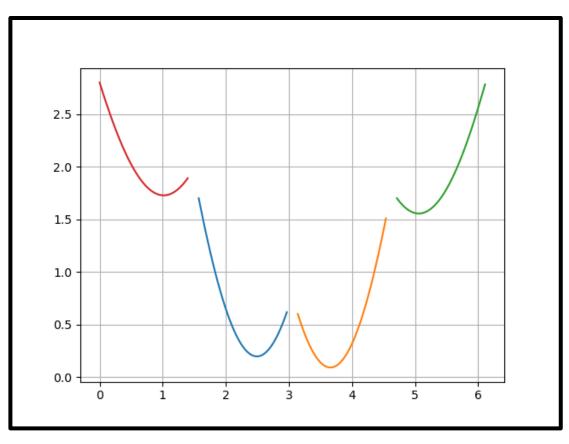
Slika 5.7. Raspodjela polja tlaka za zadnji ekscentritet



Slika 5.8. Raspodjela polja tlaka za zadnji ekscentritet



Slika 5.9. Debljine uljnog filma po segmentima bez dovođa ulja



Slika 5.10. Debljine uljnog filma po segmentima sa dovodom ulja

# 6. ZAKLJUČAK

Ovaj rad opisuje postupak dobivanja koeficijenata krutosti i prigušenja četverosegmentnog uljnog ležaja sa četiri utora za dovod ulja. Osovina koja se nalazi u ležaju ima rotacijsko gibanje i vibrira, te je opterećena nekakvom silom. Zbog sličnosti koje sustav ležaja i osovine dijele sa vibracijskim sustavom može se opisati pomoću koeficijenata krutosti i prigušenja.

Proračunu je moguće pristupiti uz prethodno definirani matematički model, koji se dijeli na statički i dinamički dio Reynoldsove jednadžbe. Jednom kada se odredi domena proračuna, postavljene diferencijalne jednadžbe se sređuju metodom konačnih razlika, te se postavljaju potrebni rubni uvjeti. Iteracijskim postupkom se u programskom jeziku *Python* rješavaju sutavi algebarskij jednadžbi, te se dobiju rezultati koji su prikazani dijagramima.