

# Pesquisa Operacional

Professor Msc. Aparecido Vilela Junior  
[aparecido.vilela@unicesumar.edu.br](mailto:aparecido.vilela@unicesumar.edu.br)

## Técnicas de Controle em Redes

- Chamam-se de técnicas de rede as técnicas de controle de tempos e desenvolvimento de projetos baseadas em grafos orientados nos quais as atividades podem estar representadas quer nos nós quer nos arcos. Ambas as técnicas que serão inicialmente descritas representam atividades nos arcos e eventos nos nós do grafo.

## Origem de PERT e CPM

- A técnica denominada “Program Evaluation and Review Technique – PERT” foi desenvolvida pela marinha norte Americana para controlar o desenvolvimento do míssil Polaris, na metade do século XX. Ao mesmo tempo empresas não governamentais desenvolveram técnica semelhante denominada “Critical Path Method – CPM”. Estas técnicas são tão semelhantes que é comum a adoção do nome PERT/CPM. Em verdade existe uma diferença entre elas que é o tratamento de eventos probabilísticos que é possível no método PERT enquanto o método COM só trabalha com eventos determinísticos. Considerando que a maioria dos projetos trabalha com eventos considerados determinísticos o emprego do método é considerado o mesmo.

# O que é PERT/CPM

- “Consiste em figurar o projeto numa rede ou grafo, onde se apresentem as ações de acordo com as respectivas relações de correspondência, de modo que o conjunto mostre a sequência em que todas as atividades de empreendimento devam ser executadas”. Procópio Belchior

# Conceitos Básicos

- Nome: Projeto
- Conceito: Conjunto de ações e processos envolvendo recursos humanos, materiais, financeiros etc., organizados para realização de um objetivo, concretamente definido, a partir de uma situação inicial conhecida ou convencionalizada.
- Representação Gráfica: Rede, diagrama ou grafo (flechas ou setas, blocos ou precedência).
- Exemplo: lançamento de uma rede de abastecimento de águas.

# Conceitos Básicos

- Nome: Atividade
- Conceito: é a identificação de uma etapa de um projeto que consome tempo e recursos, estabelecida em nível compatível com as necessidades e possibilidades de sua mensuração.
- Representação Gráfica: Em flechas ou setas  
NOME OU CÓDIGO DA ATIVIDADE

—————→  
Em Blocos ou precedência

NOME OU CÓDIGO DA ATIVIDADE

—————→  
(a seta significa precedência)

- Exemplo: Serviço de escavação.

# Conceitos Básicos

- Nome: Evento
- Conceito: Início ou término de uma ou mais atividades. (observação não consome recurso)
- Representação Gráfica:

Em flechas ou setas (oval ou circular)

Em bloco ou precedências inexistente o conceito.

- Exemplo: Início ou término do serviço de escavação.

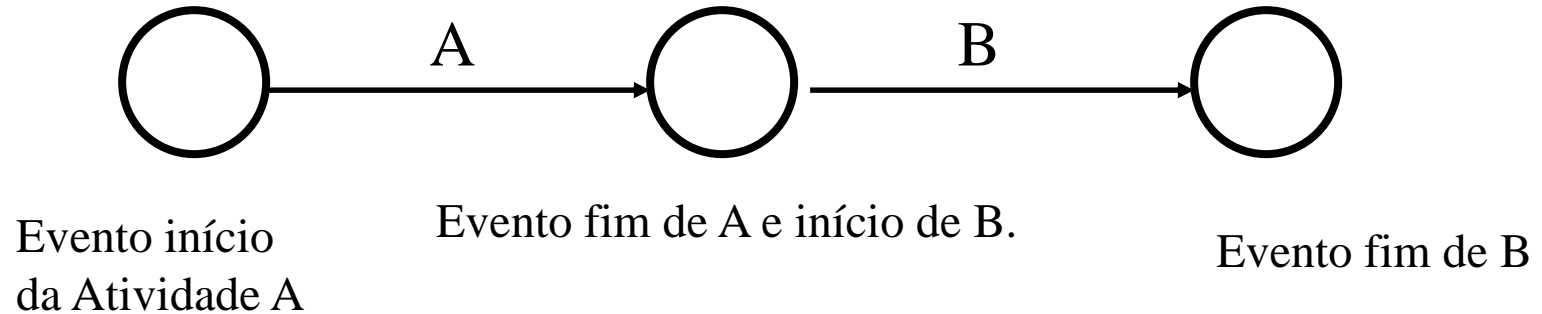
# Conceitos Básicos

- Nome: Atributo
- Conceito: É toda característica quantitativa especificada de uma atividade, indicando qualquer recurso necessário à sua efetivação. (tipo: tempo, mão-de-obra, material, equipamento etc.)
- Representação Gráfica: N<sup>o</sup>
- Exemplo: 3 semanas para executar a escavação.

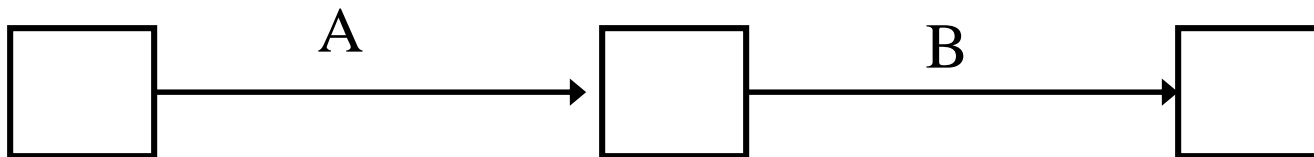


# Exemplo em Flechas

Representar a execução de uma atividade A imediatamente antes de uma atividade B:

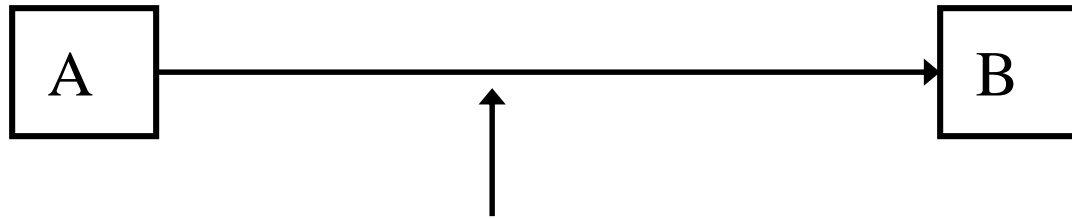


Pode ser representando também por retângulos ou quadrados.



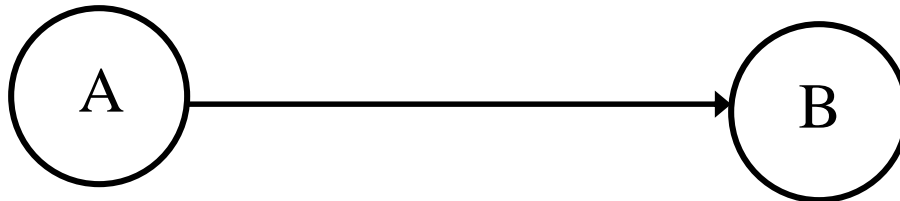
# Exemplo em Blocos

Representar a execução de uma atividade A imediatamente antes de uma atividade B:

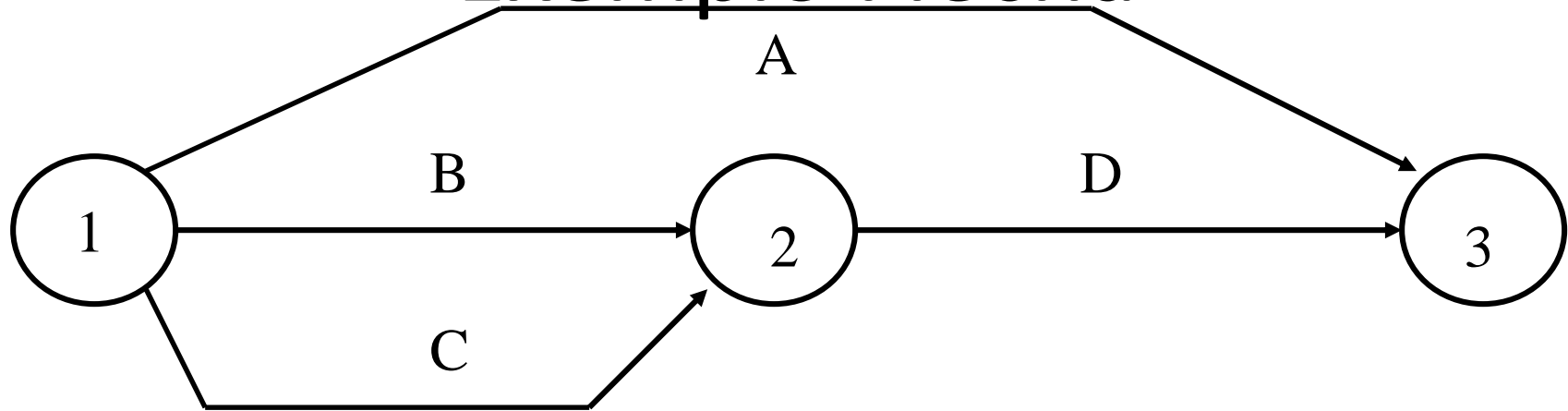


Indica precedência de A em relação a B.

Pode ser representando também por círculos ou ovais.



# Exemplo Flecha

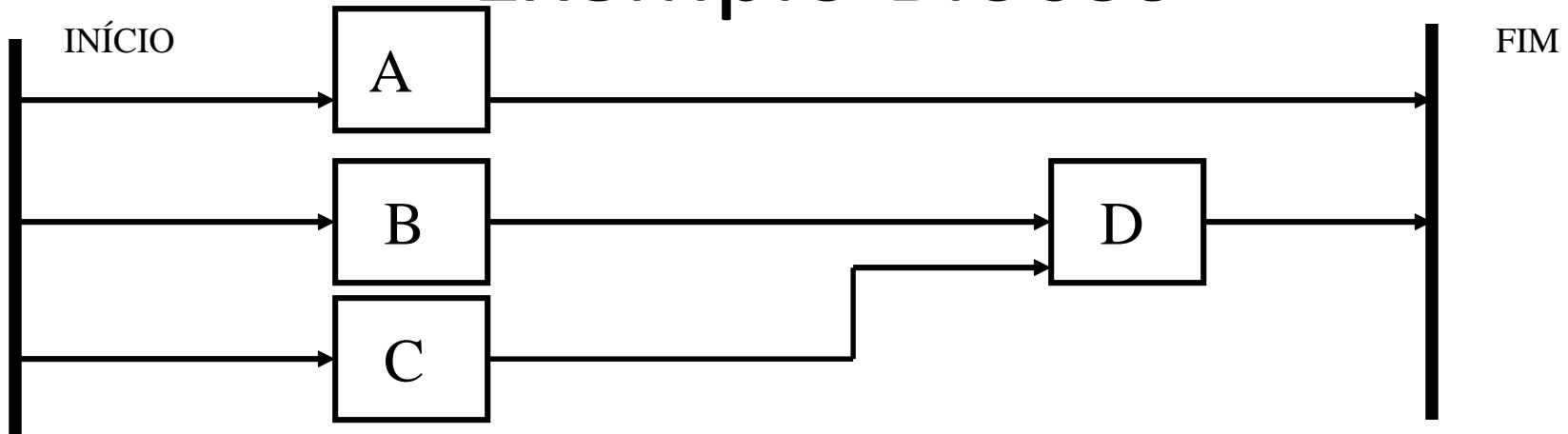


Rede composta das atividades A, B, C e D.

- (1) Evento-início do projeto e evento-início das atividades A, B e C.
- (2) Evento-fim das atividades B e C, evento-início da atividade D.
- (3) Evento-fim das atividades A e D.

Rede de Flechas, composta das atividades A, B, C e D, representa um projeto dessas quatro atividades.

# Exemplo Blocos



Os blocos A, B, C e D representam as atividades.

As setas indicam precedências (as atividades B e C precedem a atividade D, ou seja, a restrição imposta à execução da atividade D é terminar B e C).

Podem ser tiradas dessa rede as mesmas conclusões apresentadas no exemplo anterior.

## Diagramas em Rede

- Nos diagramas em rede, cada nó do grafo representa um evento enquanto cada arco representa uma atividade. Os arcos são orientados representando relações de precedência. Um evento só poderá ocorrer quando todos os arcos que se dirigirem a ele representarem atividades que tiverem sido executadas completamente. As arestas ou arcos são rotuladas pelos recursos consumidos (usualmente tempo de duração).

## Tempo mais cedo

- A cada evento está associado um **tempo mais cedo** que é o tempo em que o evento poderá ocorrer. O evento inicial (início do projeto) tem tempo mais cedo igual a zero. Seus sucessores tem tempo mais cedo igual à soma do tempo mais cedo de seu antecessor mais o tempo de duração do arco que levou do antecessor ao sucessor. Quando um evento tiver mais de um antecessor seu tempo mais cedo será o maior dos tempos obtidos de cada um dos acessos via antecessores.

## Tempo mais tarde

- A cada evento também está associado um **tempo mais tarde** que é o tempo mais tarde que o evento poderá ocorrer sem atrasar todo o projeto. O evento final do projeto (conclusão do projeto) tem tempo mais tarde igual ao seu tempo mais cedo. Seus antecessores tem tempo mais tarde igual à diferença entre o tempo mais tarde de seu sucessor e o tempo de duração do arco que levou do antecessor ao sucessor. Quando um evento tiver mais de um sucessor seu tempo mais tarde será o menor dos tempos obtidos via cada um de seus sucessores.

## Folga de eventos e caminho crítico

- Chama-se de folga de cada evento a diferença entre o tempo mais tarde e o tempo mais cedo.
- Chama-se de caminho crítico ao caminho no qual o tempo total de atividades é maior do que qualquer outro da rede. Os eventos no caminho crítico tem folga nula e, em consequência atrasos em sua execução atrasarão o projeto como um todo. Atrasos de eventos dentro de sua folga não prejudicam o prazo final de completamento do projeto.



# Exemplo

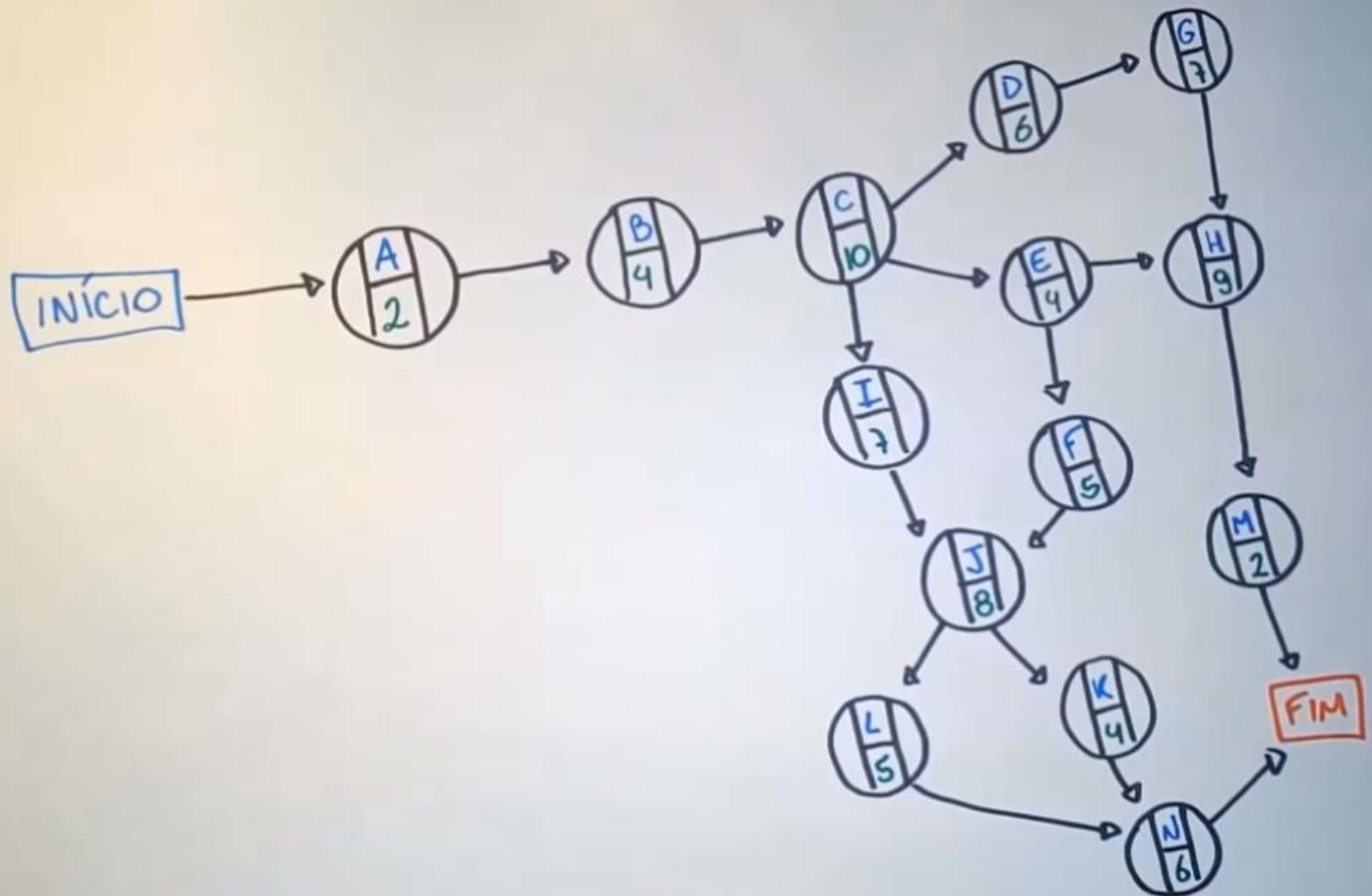
① - 300.000,00  
Se  $t > 47$  semanas

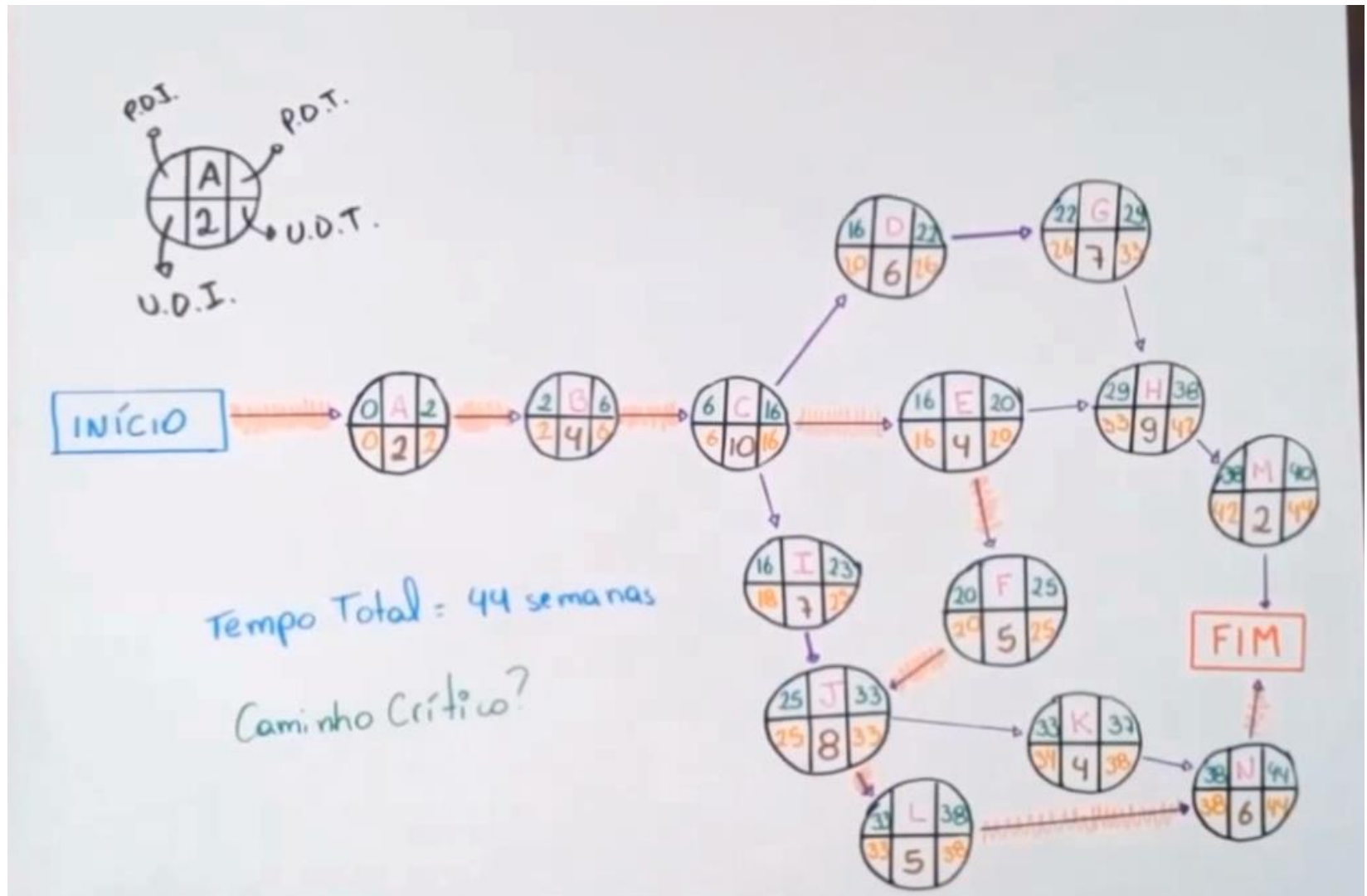
② + 150.000,00  
Se  $t < 40$  sem.

Valor  
Total: R\$ 5,4 milhões

Atividade	Descrição	Precedentes	Duração
A	Escavação	-	2
B	Fundação	A	4
C	Paredes	B	10
D	Telhado	C	6
E	Enc. Exterior	C	4
F	Enc. Interior	E	5
G	Muros	D	7
H	Pintura Ext.	E, G	9
I	Inst. Elétrica	C	7
J	Divisórias	F, I	8
K	Piso	J	4
L	Pintura Int.	J	5
M	Acabamento Ext.	H	2
N	Acabamento Int.	K, L	6

↳  $\Sigma =$





# Exercício 01

ATIVIDADES	DURAÇÕES	DEPENDÊNCIAS
A	1	—
B	2	—
C	3	A
D	4	B
E	5	B
F	4	C
G	6	D, E
H	6	F, G
I	2	H, I
J	3	

# Exercício

- a) Determinar duração mínima do projeto.
- b) Determinar as atividades que constituem o caminho crítico.

Atividades	Ativ. Precedentes	Duração / dia
A	--	3
B	A	5
C	--	12
D	--	4
E	D	2
F	D	5
G	F	7
H	E;G	8
I	B	11
J	C;H;I	3