



CESUMAR – CENTRO UNIVERSITÁRIO DE MARINGÁ

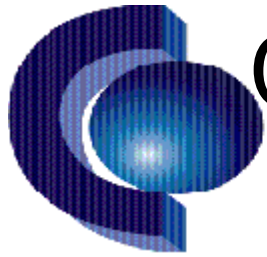
Pesquisa Operacional

Aplicações Reais



Caso LCL Tintas Ltda

A firma LCL Tintas Ltda produz dois tipos de tintas chamadas: Seca Rápido (SR) e Super Seca (SS). Ambas são produzidas a partir de uma base de silicato e uma solução de óleo de linhaça, que são adquiridos pela LCL de vários fornecedores. Atualmente apenas duas soluções preliminares estão disponíveis no mercado, além dos produtos isolados. A solução do tipo A contém 60% de silicato e 40% de óleo de linhaça, e a do tipo B contém 30% de silicato e 70% de óleo de linhaça. O preço da solução A custa R\$0,50 por litro e a do tipo B custa R\$ 0,75 por litro, enquanto o silicato e óleo de linhaça isoladamente custam R\$1,00 e R\$1,10 por litro. Cada litro de SR requer no mínimo 25% de silicato e 50% de óleo de linhaça, e cada litro de SS requer no mínimo 20% de silicato e no máximo 50% de óleo de linhaça. Formule o problema de programação linear para determinar quantos litros de cada solução e de cada produto isoladamente devem ser comprados para produzir exatamente 100 litros de SR e 250 litros de SS?



Caso LCL Tintas Ltda

Variáveis de Decisão

- X_{AR} - Quantidade em litros da solução A que foi utilizado na produção da tinta SR
- X_{BR} - Quantidade em litros da solução B que foi utilizado na produção da tinta SR
- X_{SR} - Quantidade em litros de silicato puro que foi utilizado na produção da tinta SR
- X_{OR} - Quantidade em litros de óleo de linhaça que foi utilizado na produção da tinta SR
- X_{AS} - Quantidade em litros da solução A que foi utilizado na produção da tinta SS
- X_{BS} - Quantidade em litros da solução B que foi utilizado na produção da tinta SS
- X_{SS} - Quantidade em litros de silicato puro que foi utilizado na produção da tinta SS
- X_{OS} - Quantidade em litros de óleo de linhaça que foi utilizado na produção da tinta SS



Caso LCL Tintas Ltda

Função Objetivo

$$\text{Min } 0,5(X_{AR} + X_{AS}) + 0,75(X_{BR} + X_{BS}) + 1,0(X_{SR} + X_{SS}) + 1,1(X_{OR} + X_{OS})$$

Restrições de Tipo de Componentes

$$0,6 X_{AR} + 0,3 X_{BR} + X_{SR} \geq 0,25 (X_{AR} + X_{BR} + X_{SR} + X_{OR})$$

$$0,4 X_{AR} + 0,7 X_{BR} + X_{OR} \geq 0,50 (X_{AR} + X_{BR} + X_{SR} + X_{OR})$$

$$0,6 X_{AS} + 0,3 X_{BS} + X_{SS} \geq 0,20 (X_{AS} + X_{BS} + X_{SS} + X_{OS})$$

$$0,4 X_{AS} + 0,7 X_{BS} + X_{OS} \leq 0,50 (X_{AS} + X_{BS} + X_{SS} + X_{OS})$$

Restrições de Quantidade de Produção

$$X_{AR} + X_{BR} + X_{SR} + X_{OR} = 100$$

$$X_{AS} + X_{BS} + X_{SS} + X_{OS} = 250$$



Resolução

- Cada uma das quatro parcelas representa o custo de uma das matérias-primas.
- A primeira representa o custo da matéria-prima da solução A (soma do que é gasto para fazer cada uma das tintas ser multiplicada pelo custo unitário).
- As outras parcelas são análogas à primeira e correspondem às outras matérias-primas.



Restrições de Produção

- Queremos produzir exatamente 100 litros da tinta SR e 250 litros da tinta SS.
- Portanto, devemos igualar o total de matéria-prima gasto na produção de cada tipo de tinta a sua necessidade de produção.



Restrições de tipos de Componentes

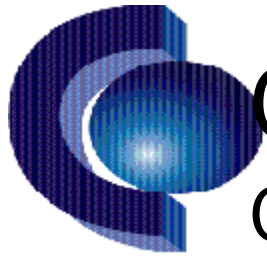
- Cada tipo de componente tem uma especificação percentual máxima e/ou mínima de determinado componente. Como sabemos a porcentagem de determinado componente é dada pela seguinte equação:
- $\% \text{Componente na tinta} =$
 - $(\text{Quantidade do Componente} / \text{Quantidade Produzida de tinta}) * 100;$
- Portanto precisamos determinar com base nas matérias-primas as quantidades de cada componente em cada tipo de tinta.



- A quantidade do componente silicato na tinta SR é a soma do silicato proveniente de cada uma das matérias-primas que contém silicato e que foram utilizadas na fabricação da tinta SR (solução A, solução B e silicato puro).
- O problema está no fato das soluções A e B conterem outros componentes além do silicato.
- Como conhecemos o percentual de cada componente nas soluções podemos dizer que a quantidade de silicato que contém a tinta SR é dada pela equação abaixo:
 - $0,6ar + 0,3br + X_{sr}$



- Uma boa prática é a utilização do total como uma expressão das matérias-primas utilizadas na sua fabricação. Nesse caso, como definida na restrição de produção, temos a quantidade total dada por:
 - $X_{ar} + X_{br} + X_{sr} + X_{or}$
 - Como o silicato tem que representar no mínimo 25% do total da tinta SR, poderíamos dizer que:
 - $\frac{0,6X_{ar} + 0,3X_{br} + X_{sr}}{X_{ar} + X_{br} + X_{sr} + X_{or}} \geq 0,25$
 - Ou
 - $0,6X_{ar} + 0,3X_{br} + X_{sr} \geq 0,25 (X_{ar} + X_{br} + X_{sr} + X_{or})$
 - Ou
 - $0,35X_{ar} + 0,05X_{br} + 0,75X_{sr} - 0,25X_{or} \geq 0$



Caso LCL Tintas Ltda

0 Modelo

$$\text{Min } 0,5X_{AR} + 0,5X_{AS} + 0,75X_{BR} + 0,75X_{BS} + 1X_{SR} + 1X_{SS} + 1,1X_{OR} + 1,1X_{OS}$$

st

$$0,35X_A + 0,05X_{BR} + 0,75X_{SR} - 0,25X_{OR} \geq 0$$

$$-0,1X_{AR}^R + 0,2X_{BR} - 0,5X_{SR} + 0,5X_{OR} \geq 0$$

$$0,4X_{AS} + 0,1X_{BS} + 0,8X_{SS} - 0,2X_{OS} \geq 0$$

$$-0,1X_{AS} + 0,2X_{BS} - 0,5X_{SS} + 0,5X_{OS} \leq 0$$

$$X_{AR} + X_{BR} + X_{SR} + X_{OR} = 100$$

$$X_{AS} + X_{BS} + X_{SS} + X_{OS} = 250$$

$$X_{AR}, X_{BR}, X_{SR}, X_{OR}, X_{AS}, X_{BS}, X_{SS}, X_{OS} \geq 0$$



Caso LCL Tintas Ltda

O Modelo no Excel

	A	B	C	D	E	F	G
1							
2		Solução A	Solução B	Silicato Puro	Óleo de Linhaça		
3	Custo	0,5	0,75	1	1,5		
4	Matéria Prima						
5	Silicato	60%	30%	100%	0%		
6	Óleo de Linhaça	40%	70%	0%	100%		
7							
8	Material Usado					Total Prod.	Demanda
9	Tinta Seca Rápido					0,00	100,00
10	Tinta Super Seca					0,00	250,00
11							
12	Quant.p/Componente	Tinta SR	Tinta SS	Tinta SR	Tinta SS		
13	Silicato	0	0	0	0		
14	Óleo de Linhaça	0	0	0	0		
15							
16	Custo Total	0,00					



Caso LCL Tintas Ltda

O Modelo no Excel

Parâmetros do Solver

Definir célula de destino:

Igual a: ☐ Máx ☒ Mín ☐

Células variáveis:

Submeter às restrições:

Opções do Solver

Tempo máximo: segundos

Iterações:

Precisão:

Tolerância: %

Convergência:

☒ Presumir modelo linear

☐ Usar escala automática

☒ Presumir não negativos

☐ Mostrar resultado de iteração

Estimativas

☒ Tangente

☐ Quadrática

Derivadas

☒ Adjante

☐ Central

Pesquisar

☒ Newton

☐ Conjugado

OK

Cancelar

Carregar modelo...

Salvar modelo...

Ajuda



Caso LCL Tintas Ltda

Solução Ótima

	A	B	C	D	E	F	G
2		Solução A	Solução B	Silicato Puro	Óleo de Linhaça		
3	Custo	0,5	0,75	1	1,5		
4	Matéria Prima						
5	Silicato	60%	30%	100%	0%		
6	Óleo de Linhaça	40%	70%	0%	100%		
7							
8	Material Usado					Total Prod.	Demanda
9	Tinta Seca Rápido	66,67	33,33	0,00	0,00	100,00	100,00
10	Tinta Super Seca	250,00	0,00	0,00	0,00	250,00	250,00
11							
12	Quant.p/Componente	Tinta SR	Tinta SS	Tinta SR	Tinta SS		
13	Silicato	50	150	25	50		
14	Óleo de Linhaça	50	100	50	125		
15							
16	Custo Total	183,33					