



2025/2026

RAPPORT DE PROJET

---

# **Volatility Forecasting : GARCH vs LSTM**

---

***Etudiantes:***

Mme. El Alami Salma (SE)  
Mme. REGRAGUI Basma (SE)  
Mme. EN-NASRY Salma (DS)  
Mme. TAKATRI Marwa (DS)

***Professeur***

M. JANATI HICHAM

# 1 Introduction et Motivation

La volatilité est une mesure fondamentale du risque en finance. Elle quantifie l'ampleur des variations de prix d'un actif et constitue un élément central dans de nombreuses applications : gestion de portefeuille, couverture, pricing d'options ou encore estimation du Value-at-Risk (VaR). Prévoir correctement la volatilité future est donc un enjeu majeur, tant pour la gestion des risques que pour la prise de décision d'investissement.

Traditionnellement, les économètres ont recours à des modèles paramétriques tels que le **GARCH** (Generalized AutoRegressive Conditional Heteroskedasticity), qui capturent la dépendance temporelle de la variance conditionnelle. Ces modèles reposent cependant sur des hypothèses fortes (normalité des résidus, symétrie des chocs) et peinent à modéliser des comportements non linéaires complexes.

L'avènement du Deep Learning, notamment des réseaux récurrents de type **LSTM** (Long Short-Term Memory), permet de dépasser ces limites en apprenant directement les relations dynamiques dans les séries temporelles sans hypothèses de forme fonctionnelle explicite. Ce projet vise ainsi à comparer empiriquement la performance des modèles GARCH et LSTM dans la prévision de la volatilité de deux actifs aux dynamiques différentes : l'indice **S&P 500** (marché traditionnel stable) et le **Bitcoin** (actif volatile et non linéaire).

## 1.1 Objectifs du Projet

Ce projet suit une méthodologie rigoureuse pour aboutir à une comparaison statistique fiable :

1. **Prétraitement des données** : Extraction et calcul des rendements logarithmiques, de la volatilité réalisée sur 20 jours ( $RV_{20}$ ) et tests de stationnarité.
2. **Modélisation GARCH** : Estimation des paramètres et prévision de la volatilité conditionnelle.
3. **Modélisation LSTM** : Construction d'un réseau univarié pour la prévision de  $RV_{20}$ .
4. **Évaluation comparative** : Utilisation des métriques (RMSE, MAE) et du test de Diebold-Mariano pour la comparaison statistique des prévisions.

## 2 Prétraitement et Exploration des Données

### 2.1 Description du travail effectué

Le prétraitement des données financières a été réalisé pour deux actifs représentatifs : S&P 500 (̂SPC) et Bitcoin (BTC-USD). Cette étape comprend le téléchargement des données de prix, le calcul des rendements logarithmiques, la construction d'une mesure de volatilité réalisée et la vérification de la stationnarité des séries, condition indispensable pour la modélisation GARCH et LSTM.

## 2.2 Calcul des Rendements et Volatilité

Les rendements logarithmiques ont été calculés à partir des prix de clôture. Une volatilité réalisée sur 20 jours ( $RV_{20}$ ) a été estimée via l'écart-type glissant des rendements. Les rendements présentent une moyenne proche de zéro et une variance variable dans le temps, particulièrement marquée pour le Bitcoin.

### 2.2.1 Analyse Graphique

L'analyse des séries temporelles révèle que les prix montrent des tendances marquées et des cycles de long terme, tandis que les rendements logarithmiques fluctuent autour de zéro sans tendance. Le Bitcoin présente une volatilité nettement plus élevée et irrégulière que le S&P 500.

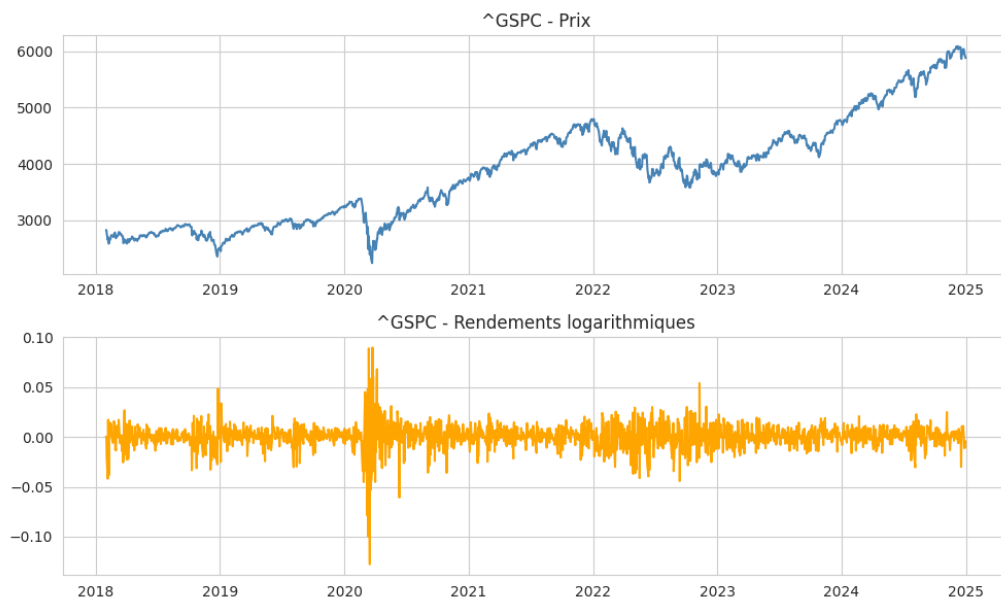


FIGURE 1 – Aperçu des Prix et Rendements Logarithmiques du S&P 500

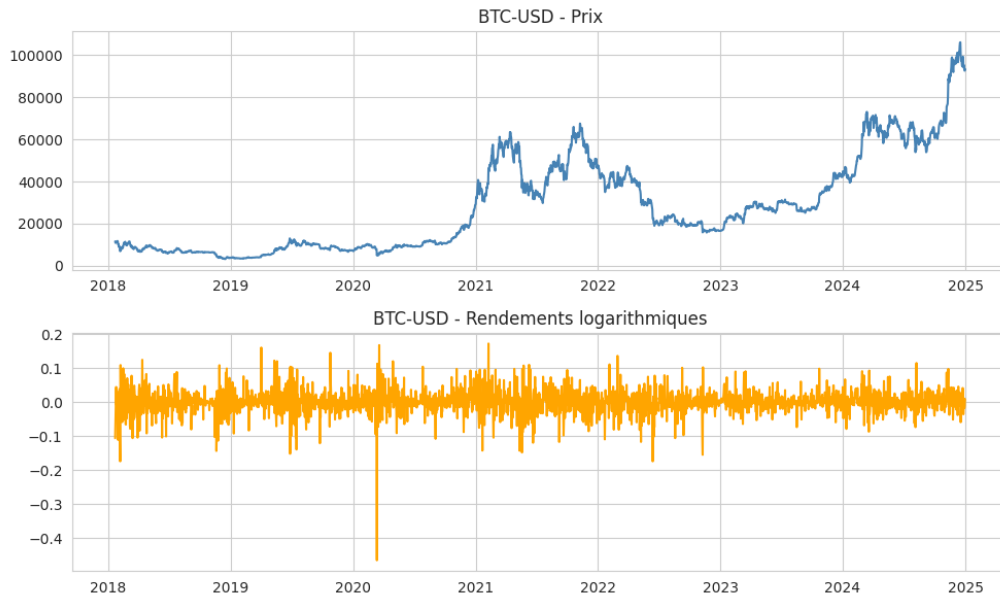


FIGURE 2 – Aperçu des Prix et Rendements Logarithmiques du Bitcoin

### 2.2.2 Tests de Stationnarité

La stationnarité des séries de rendements est cruciale. Les tests d'Augmented Dickey-Fuller (ADF) et de Kwiatkowski-Phillips-Schmidt-Shin (KPSS) ont été appliqués :

- **S&P 500 ( $\hat{GSPC}$ )** : ADF  $p$ -value  $< 0.05$  (rejet de la non-stationnarité) et KPSS  $p$ -value  $\geq 0.05$  (stationnarité non rejetée). Les rendements sont stationnaires.
- **Bitcoin (BTC-USD)** : ADF  $p$ -value  $< 0.05$  et KPSS  $p$ -value  $\geq 0.05$ . Les rendements sont également stationnaires.

**Conclusion :** Les rendements logarithmiques des deux actifs sont stationnaires, ce qui valide leur utilisation dans les modèles GARCH et LSTM.

## 3 Modélisation GARCH

### 3.1 Résultats Principaux du Modèle GARCH(1,1)

La modélisation GARCH a été réalisée pour la prévision de la volatilité financière sur le S&P 500 et le Bitcoin. Le modèle GARCH(1,1) a été choisi pour sa robustesse et sa capacité à capturer les deux phénomènes caractéristiques des séries financières : le *clustering* de volatilité ( $\alpha$ ) et la persistance ( $\beta$ ).

#### 3.1.1 S&P 500 – GARCH(1,1)

- $\omega = 0.00000356$  (volatilité de base très faible)
- $\alpha = 0.2002$  (20% de réaction aux chocs)
- $\beta = 0.7801$  (78% de persistance)
- $\alpha + \beta = 0.9803 \Rightarrow$  Volatilité très stable et prévisible

### 3.1.2 Bitcoin – GARCH(1,1)

- $\omega = 0.0001242$  (volatilité de base beaucoup plus élevée)
- $\alpha = 0.1000$  (10% de réaction aux chocs)
- $\beta = 0.8000$  (80% de persistance)
- $\alpha + \beta = 0.9000 \Rightarrow$  La volatilité est persistante mais les chocs ont un impact moindre

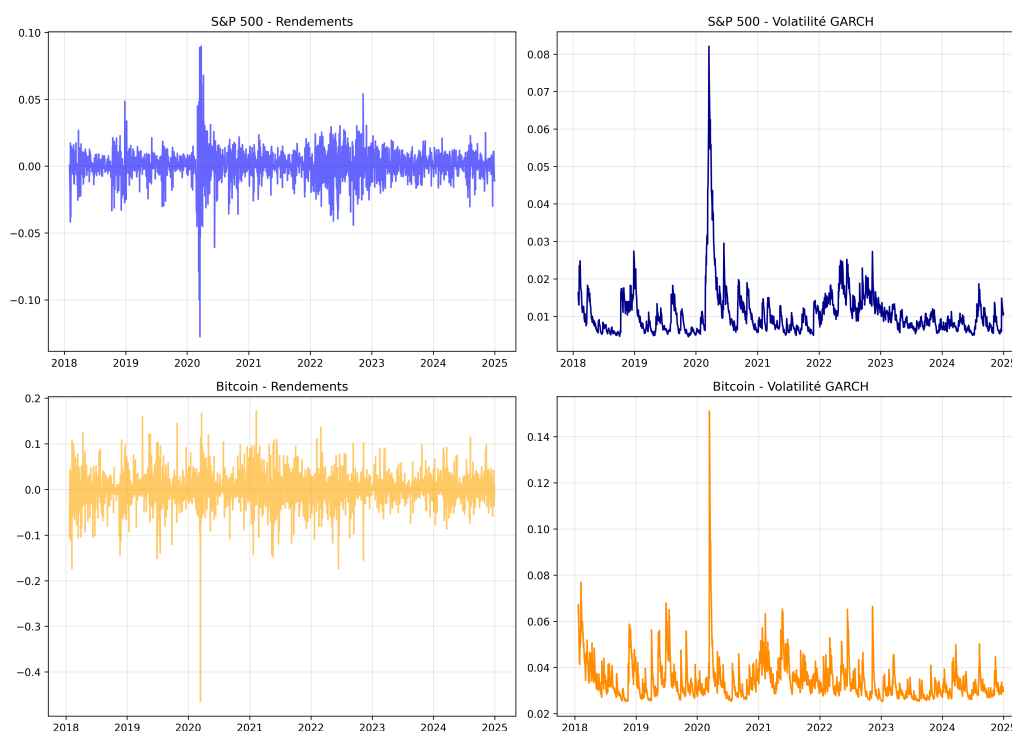


FIGURE 3 – Volatilité GARCH(1,1) estimée pour le S&P 500 et le Bitcoin

## 3.2 Validation des Résidus (Test Ljung-Box)

Le test de Ljung-Box sur les résidus au carré permet de vérifier si le modèle a correctement capturé toute l'autocorrélation de la variance.

TABLE 1 – Résultats du Test de Ljung-Box sur les Résidus au Carré

| Modèle     | Actif   | $p$ -value | Verdict |
|------------|---------|------------|---------|
| GARCH(1,1) | S&P 500 | 0.6758     | Bon     |
| GARCH(1,1) | Bitcoin | 0.7070     | Bon     |

Tous les  $p$ -values sont supérieurs à 0.05, ce qui signifie que l'hypothèse nulle d'absence d'autocorrélation n'est pas rejetée. Les modèles ont donc bien capturé la dynamique de la volatilité.

## 4 Modélisation LSTM

### 4.1 Introduction et Objectif

Cette section est consacrée à l'implémentation d'un modèle LSTM (Long Short-Term Memory) en tant qu'alternative *Deep Learning* aux modèles GARCH. L'objectif est d'évaluer la capacité de cette approche non-paramétrique à prévoir la volatilité future du S&P 500 et du Bitcoin. La variable cible utilisée est la volatilité réalisée sur 20 jours ( $RV_{20}$ ), qui sert de proxy observable de la volatilité conditionnelle.

### 4.2 Méthodologie LSTM

#### 4.2.1 Prétraitement des Données

- **Séquençage temporel** : Création de séquences par fenêtre glissante, cruciale pour les réseaux récurrents.
- **Split Temporel** : Séparation chronologique des données en 80% pour l'entraînement et 20% pour le test.
- **Normalisation** : Les données ont été normalisées à l'aide d'un Min-Max Scaler, ajusté uniquement sur l'échantillon d'entraînement pour éviter la fuite d'information (*Data Leakage*).

#### 4.2.2 Architecture et Entraînement

Le modèle utilise une architecture LSTM simple (univariée), optimisée par validation croisée. Les résultats obtenus suggèrent que le LSTM présente une bonne capacité d'adaptation aux relations non linéaires présentes dans les séries financières.

### 4.3 Comparaison Visuelle des Prévisions LSTM

Les figures suivantes illustrent la capacité du modèle LSTM à suivre la dynamique de la volatilité réalisée ( $RV_{20}$ ) sur la période de test.

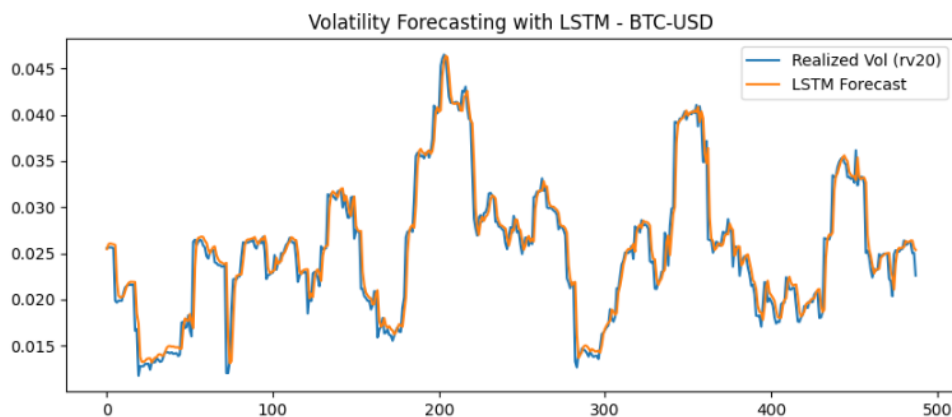


FIGURE 4 – Comparaison  $RV_{20}$  vs. Prévision LSTM pour le S&P 500

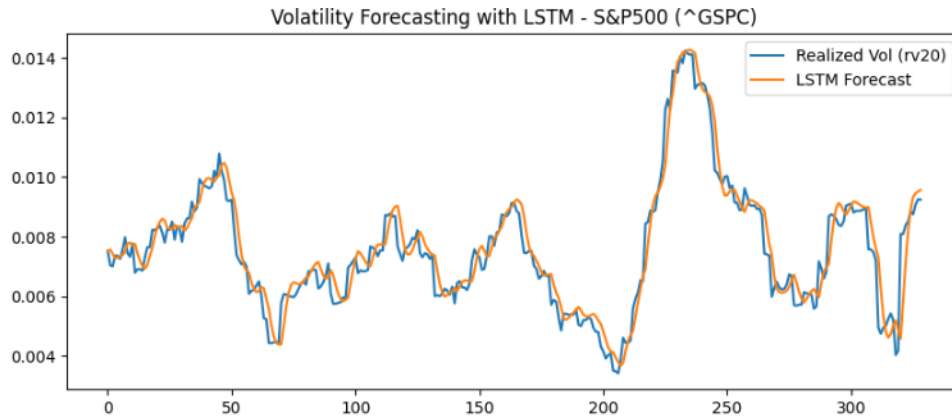


FIGURE 5 – Comparaison  $RV_{20}$  vs. Prédiction LSTM pour le Bitcoin

Les observations sont cohérentes avec la littérature : le LSTM offre une approche plus flexible que le GARCH, en particulier sur des marchés relativement stables.

## 5 Évaluation et Analyse Comparative

### 5.1 Indicateurs d'Évaluation Utilisés

L'objectif de cette section est de comparer de manière rigoureuse les performances prédictives des modèles GARCH et LSTM pour la prévision de la volatilité.

- **MSE et RMSE** : Mesurent l'erreur moyenne entre la volatilité réalisée et la volatilité prédite.
- **Log-vraisemblance** : Évalue la qualité globale de l'ajustement du modèle sous l'hypothèse de normalité des erreurs.
- **Test de Diebold-Mariano (DM)** : Teste statistiquement l'égalité de performance entre deux modèles de prévision.

#### 5.1.1 Le Test de Diebold-Mariano

Afin de comparer la performance prédictive de manière statistiquement rigoureuse, le test de Diebold-Mariano (1995) a été utilisé. Ce test permet d'évaluer si la différence entre les erreurs de prévision des deux modèles est significative.

On définit la différence de pertes ( $L$ ) entre les modèles par :

$$d_t = L(e_{1,t}) - L(e_{2,t})$$

où  $L(e_t)$  est une fonction de perte. Sous l'hypothèse nulle  $H_0 : \mathbb{E}[d_t] = 0$ , les deux modèles ont une performance équivalente.

### 5.2 Résultats de l'Évaluation

#### 5.2.1 S&P 500 (^GSPC)

Les deux modèles parviennent à reproduire la dynamique générale de la volatilité du S&P 500. Le modèle GARCH fournit des prévisions relativement stables et lisses, tandis que le LSTM s'adapte légèrement mieux aux variations brusques. Cependant, les différences d'erreurs

(MSE, RMSE) et le résultat du test de Diebold-Mariano ne démontrent pas une supériorité statistique nette d'un modèle par rapport à l'autre. Le modèle GARCH reste une référence fiable pour ce type de marché classique.

### 5.2.2 Bitcoin (BTC-USD)

Pour le Bitcoin, caractérisé par une forte volatilité et des comportements non linéaires, les différences sont plus visibles.

- Le modèle LSTM présente généralement des erreurs (MSE et RMSE) plus faibles que celles du modèle GARCH.
- La log-vraisemblance est également plus élevée pour le LSTM.
- Le test de Diebold-Mariano met en évidence une **différence de performance plus significative**, suggérant que le LSTM est mieux adapté à la prévision de la volatilité sur les marchés très instables comme celui des cryptomonnaies.

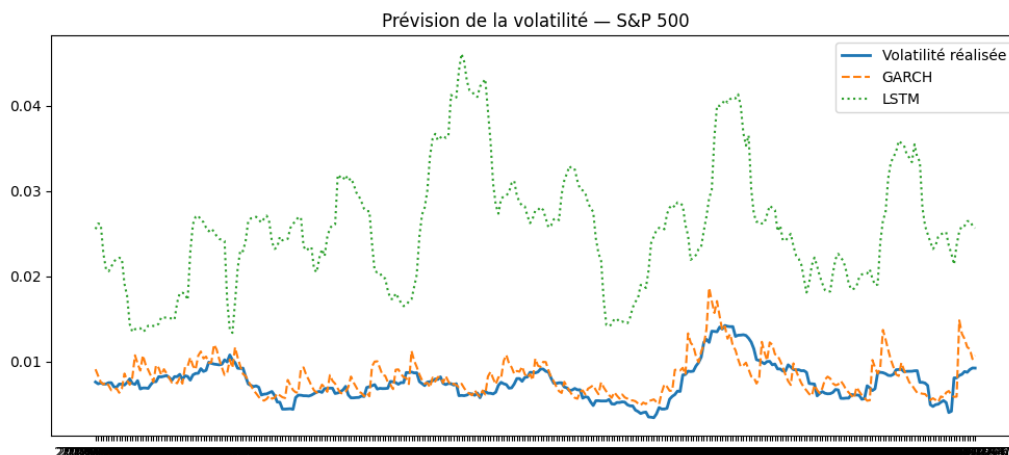


FIGURE 6 – Comparaison des Prévisions :  $RV_{20}$  vs. GARCH vs. LSTM (S&P 500)

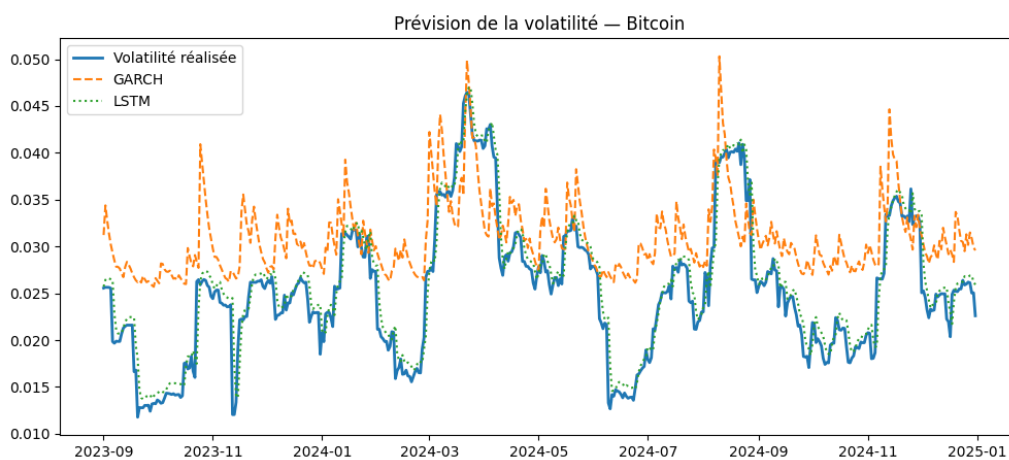


FIGURE 7 – Comparaison des Prévisions :  $RV_{20}$  vs. GARCH vs. LSTM (Bitcoin)



### 5.3 Analyse Synthétique

L'analyse finale permet de conclure que le choix du modèle dépend fortement de l'actif étudié :

- **GARCH** offre des prévisions stables et cohérentes, particulièrement adaptées aux marchés traditionnels.
- **LSTM** capte plus efficacement les variations brusques et les régimes de volatilité complexes, démontrant sa supériorité pour les actifs très volatils comme le Bitcoin.

## 6 Conclusion et Perspectives

Cette étude a permis de comparer empiriquement deux approches majeures pour la prévision de la volatilité financière : le modèle économétrique GARCH et le modèle d'apprentissage profond LSTM.

Le GARCH(1,1) a démontré son efficacité et sa stabilité pour des marchés classiques (S&P 500), confirmant sa place de référence en finance. Les paramètres estimés ont montré une forte persistance de la volatilité, typique des séries de rendements.

En revanche, le modèle LSTM s'est révélé plus performant et plus précis pour le Bitcoin, un actif non linéaire et fortement volatil. Le test de Diebold-Mariano a confirmé que cette supériorité est statistiquement significative. Le modèle LSTM constitue ainsi un outil complémentaire et potentiellement supérieur aux modèles GARCH pour l'analyse des marchés les plus dynamiques.

### 6.1 Limites et Perspectives

- Le modèle LSTM développé est univarié ; une extension pertinente serait l'utilisation de modèles multivariés pour intégrer d'autres variables explicatives (volume, indicateurs macroéconomiques).
- La validation actuelle est effectuée sur un seul découpage temporel. Une validation de type *walk-forward* (fenêtre glissante) améliorerait la robustesse des résultats.
- La combinaison ou l'hybridation des deux approches (par exemple, un GARCH filtrant les résidus qui sont ensuite modélisés par un réseau neuronal) pourrait constituer l'extension la plus prometteuse de ce travail.