FISIKA KOMPUTASI

DIFERENSIASI NUMERIK

Dosen : Dr. Makmur Sirait, M.Si

Disusun oleh Kelompok : 1

1.	Denny Khairani	NIM	8166176002
2.	Desi Prawita	NIM	8166176003
3.	Nurmala	NIM	8166176014
4.	Maria Ulfa	NIM	8166176012

PROGRAM PASCASARJANA PENDIDIKAN FISIKA
UNIVERSITAS NEGERI MEDAN
2017

BAB I

PENDAHULUAN

1.1. Latar Belakang

Metode Numerik adalah teknik yang digunakan untuk memformulasikan persoalan matematik sehingga dapat dipecahkan dengan operasi hitungan/aritmatika biasa. Solusi angka yang didapatkan dari metode numerik adalah solusi yang mendekati nilai sebenarnya / solusi pendekatan (approximation) dengan tingkat ketelitian yang kita inginkan.Karena tidak tepat sama dengan solusi sebenarnya, ada selisih diantara keduanya yang kemudian disebut galat/error.

Metode numerik dapat menyelesaikan persoalan di dunia nyata yang seringkali non linier, dalam bentuk dan proses yang sulit diselesaikan dengan metode analitik.Metode numerik ini disajikan dalam bentuk algoritmaalgoritma yang dapat dihitung secara cepat dan mudah. Pendekatan yang digunakan dalam metode numerik merupakan pendekatan analisis matematis, dengan tambahan grafis dan teknik perhitungan yang mudah.

$$f'(x) = \frac{df(x)}{dx} = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

atau

$$f'(x) = \frac{df(x)}{dx} = \lim_{h \to 0} \frac{f(x) - f(x-h)}{h}$$

Secara matematik f'(x) atau dy/dx menyatakan arah garis singgung kurva fungsi f(x) pada titik tertentu pada kurva. Arah garis singgung menunjukkan kemiringan garis yang nilainya ditentukan oleh tangen sudut kemiringan garis singgung. Jika nilai arah kemiringan garis singgung positif jika garis singgung miring ke kanan atau ke arah sumbu x positif pada bidang xy, demikian sebaliknya.

Menentukan derivatif suatu fungsi dapat diselesaikan secara analitis dan non analitis. Untuk bentuk non analitis digunakan metode numerik. Untuk penyelsesain secara analitis maka rumusan yang digunakan ditentukan oleh bentuk fungsi yang akan diturunkan.

1.2. Rumusan Masalah

1.Bagaimana cara menentukan derivatif suatu fungsi secara non analitis?

1.3. Tujuan Penulisan

1. Untuk mengetahui cara menentukan derivatif suatu fungsi secara non analitis.

BAB II

ISI

2.1 Landasan Teori

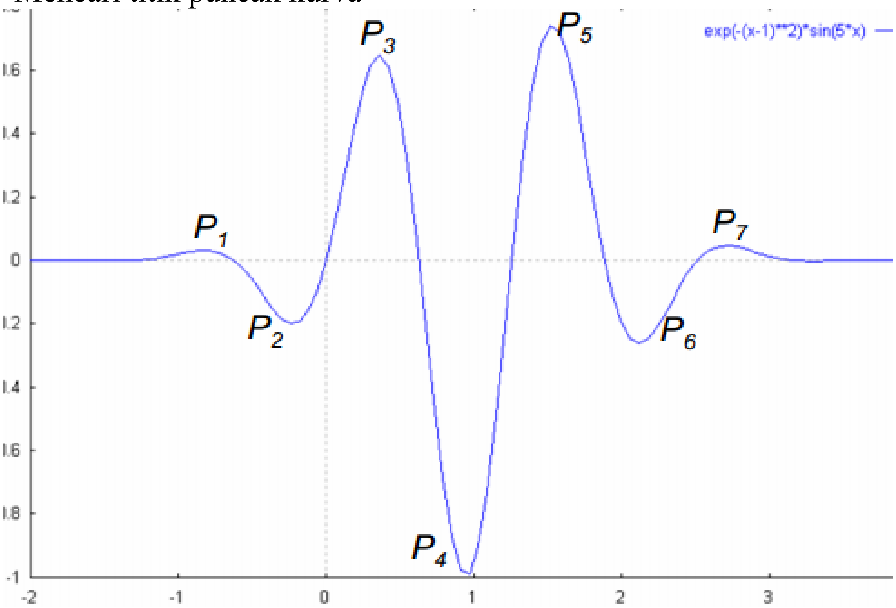
Permasalahan Differensiasi Numerik Secara kalkulus: differensial perbandingan perubahan tinggi (selisih tinggi) dan perubahan jarak ditulis:

$$\frac{}{dv} = {}_{ax\to 0}$$

Hampir semua fungsi kontinu dapat dihitung nilai differensialnya secara mudah Pada pemakaian komputer, permasalahan diferensial merupakan salah satu bagian dari penyelesaian. Contoh:

•Metode Newton Raphson (mencari akar persamaan)

•Mencari titik puncak kurva



P_1 P_3 P_5 P_7 =Titik puncak maksimum.

P_2 P_4 P_6=Titik puncak minimum.

Masalah diferensiasi numerik adalah penentuan nilai pendekatan atau hampiran untuk turunan suatu fungsi f yang umumnya diberikan dalam bentuk tabel. Diferensiasi numerik harus dihindari bilamana mungkin karena umumnya nilai pendekatan diferensial akan kurang teliti dibandingkan nilai fungsi yang merupakanasal nilai-nilai tersebut diturunkan. Sebenarnya, turunan adalah limit dari hasil bagi. dan dalam hal ini ada proses pengurangan dua be saran bernilai besar dan membagi dengan besaran kecil. Lebih lanjut jika fungsi f dihampiri menggunakan suatu polinom p, selisih dalam nilai-nilai fungsi boleh jadi kecil tetapi turunan-turunannya mungkin sangat berbeda. Karenanya masuk akal bahwa diferens iasi numerik adalah runyam, berlawanan dengan integrasi numerik, yang tidak banyak dipengaruhi olehketidaktelitian nilai-nilai fungsi, karena integrasi pada dasarnya adalah suatu proses yang mulus.

Persamaan differensial merupakan model matematis yang paling sering muncul dalam bidang keteknikan maupun saintifik Salah satu penyelesaiannya dengan metode beda hingga (finite difference). Hubungan yang erat antara diferensiasi dan integrasi bisa ditinjau pada suatu fungsi y(t) yang merupakan posisi benda sebagai fungsi waktu, bentuk diferensialnya tertuju pada kecepatan,

$$v(t) = \frac{a}{dt} y(t)$$

Sebaliknya, dari konsep kecepatan sebagai fungsi waktu, integrasinya akan menghasilkan suatu besaran posisi,

$$y(t) = \int_0^t v(t) dt$$

Permasalahan yang melibatkan diferensiasi numeric jumlahnya lebih sedikit dibandingkan dengan permasalahan integrasi numerik.Dalam pemodelan deterministic biasanya fenomena alam dinyatakan dalam persamaan diferensial, sehingga menghendaki solusi dalam bentuk integrasi.

Dalam bidang analitik, suatu fungsi dapat diturunkan atau mempunyai turunan, jika fungsi tersebut bersifat kontinu. Dalam bidang numerik, suatu fungsi, baik bersifat kontinu ataupun diskrit dapat diturunkan, jika tidak menghasilkan pembagian dengan nol ataupun pembagian, padamana penyebutnya kecil sekali, sehingga hasil pembagian akan mempunyai harga yang sangat besar melebihi bilangan yang mampu diakomodir oleh komputer. Pada saat tersebut komputer akan mengalami kesalahan numerik *(overflow)*

Tiga Pendekatan dalam Menghitung Turunan Numerik

Terdapat Tiga pendekatan dalam menghitung turunan atau diferensial numerik. Misal diberikan nilai-nilai x di $x_0 - h$, x_0, dan $x_0 + h$, serta nilai fungsi untuk nilai- nilai x tersebut. Titik-titik yang diperoleh adalah (x_{-1}, f_{-1}), (x_0, f_0), dan (x_1, f_1), yang dalam hal ini $x_{-1} = x_0 - h$ dan $x_1 = x_0 + h$. Terdapat tiga pendekatan dalam menghitung nilai $f'(x_0)$:

1. Hampiran selisih-maju (*forward difference approximation*)

$$f'(x_0) = \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h} = \frac{f_1 - f_0}{h}$$

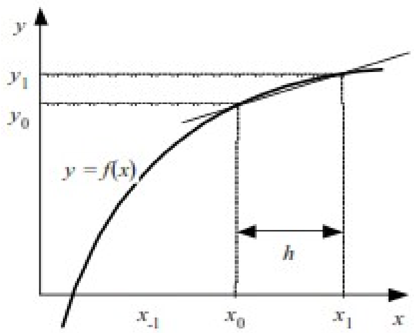
2. Hampiran selisih-mundur (*backward difference approximation*)

$$f'(x_0) = \frac{f(x_0) - f(x_0 - h)}{h} = \frac{f_0 - f_1}{h}$$

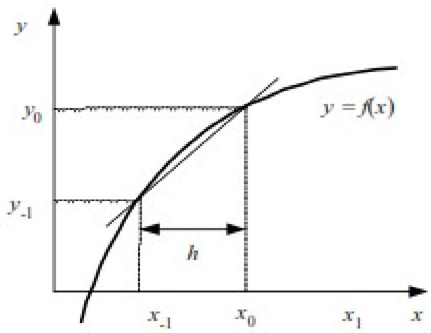
3. Hampiran selisih-pusat (central difference approximation)

$$f'(x_0) = \frac{f(x_0+h) - f(x_0-h)}{2h} = \frac{f_1 - f_{-1}}{2h}$$

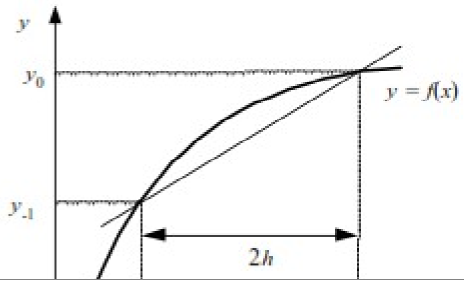
Tafsiran geometri dari ketiga pendekatan di atas diperlihatkan pada gambar di bawah



(a) Hampiran selisih-maju



(b) Hampiran selisih-mundur



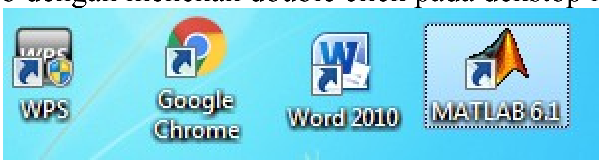
Progra m

Pr ... turunan dinyataka ... pertama dengan ru ... ih-pusat.

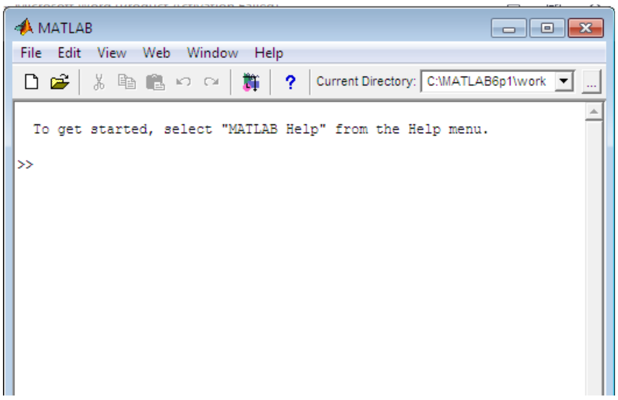
```
% diferensial numerik
% metode selisih maju
% metode selisih mundur
% metode selisih tengah
% kelompok 2
clear all;
clc;
syms x;
% persamaan diferensial
f=input('Masukkan fungsi f  :');
df=diff(f)
%Turunan numerik
xo=0;h=0.05;
f1=subs(f,xo);
f2=subs(f,xo+h);
f3=subs(f,xo-h);
% forward diferensial
FD=(f2-f1)/h
% backward diferensial
BD=(f1-f3)/h
% central diferensial
CD=(f2-f3)/(2*h)
eksak=subs(df,xo)
error1=abs(eksak-FD)
error2=abs(eksak-BD)
error3=abs(eksak-CD)
```

Penyelesaian menggunakan Matlab dapat dijelaskan sebagai berikut:

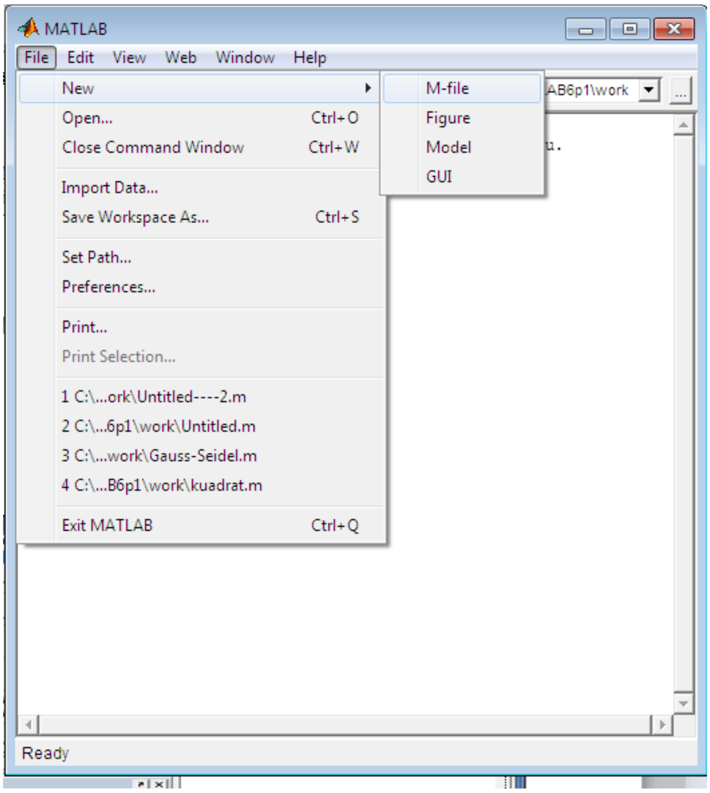
1. Buka aplikasi matlab dengan menekan double click pada dekstop MatLab



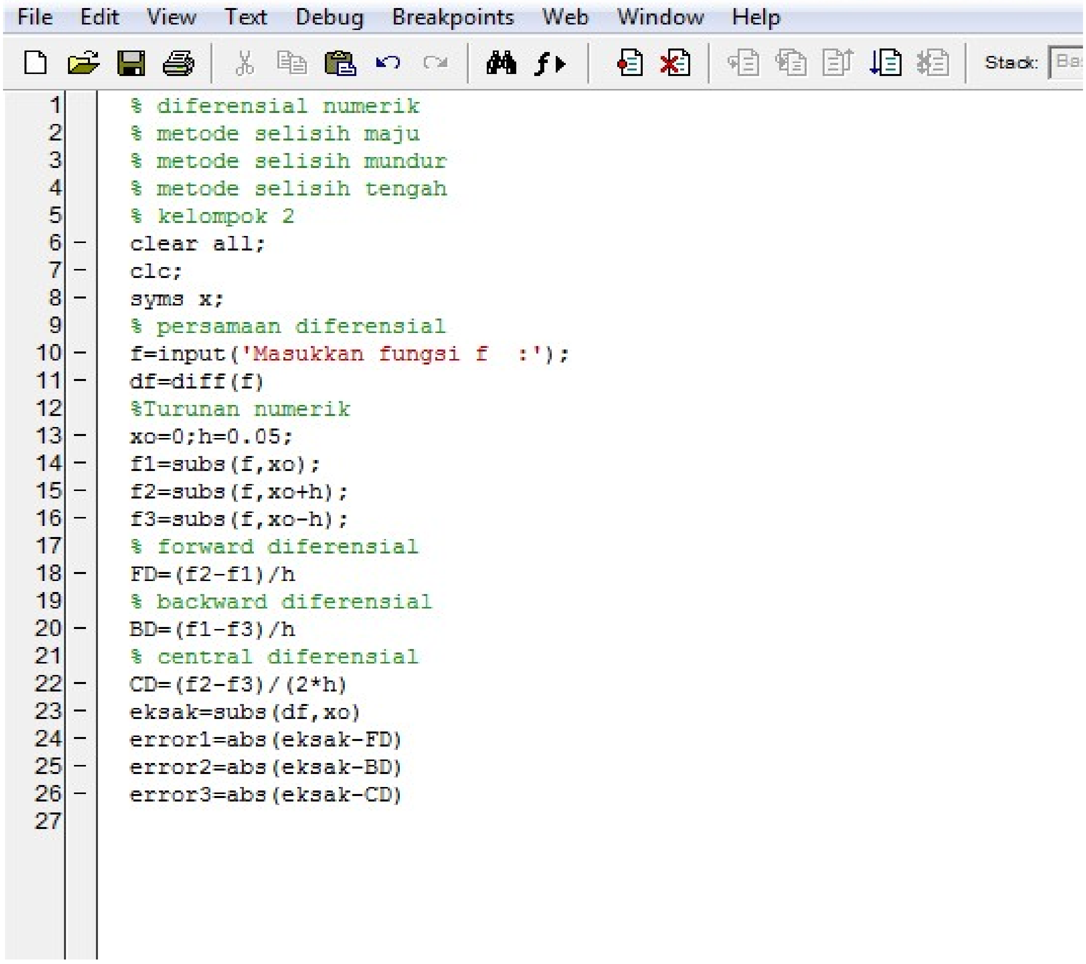
2. Sehingga akan muncul tampilan seperti gambar di bawah



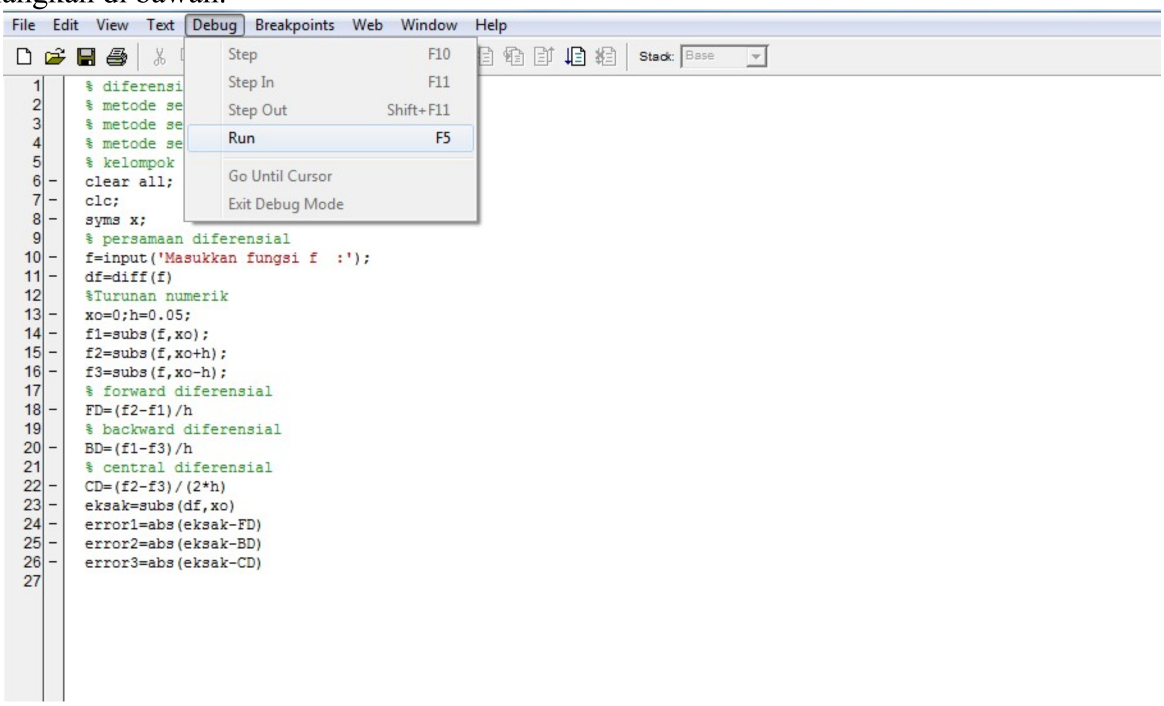
3. Kemudian klik kanan menu File – New - M-file



4. Selanjutnya masukkan coding yang telah disediakan ke dalam file yang baru di buka seperti pada gambar berikut;



5. Setelah cooding dibuat, langkah selanjutnya yaitu menyimpan pada work Matlab dengan syarat tidak boleh menggunaan spasi. Kemudian mengklik Debug-Run, seperti langkah di bawah.



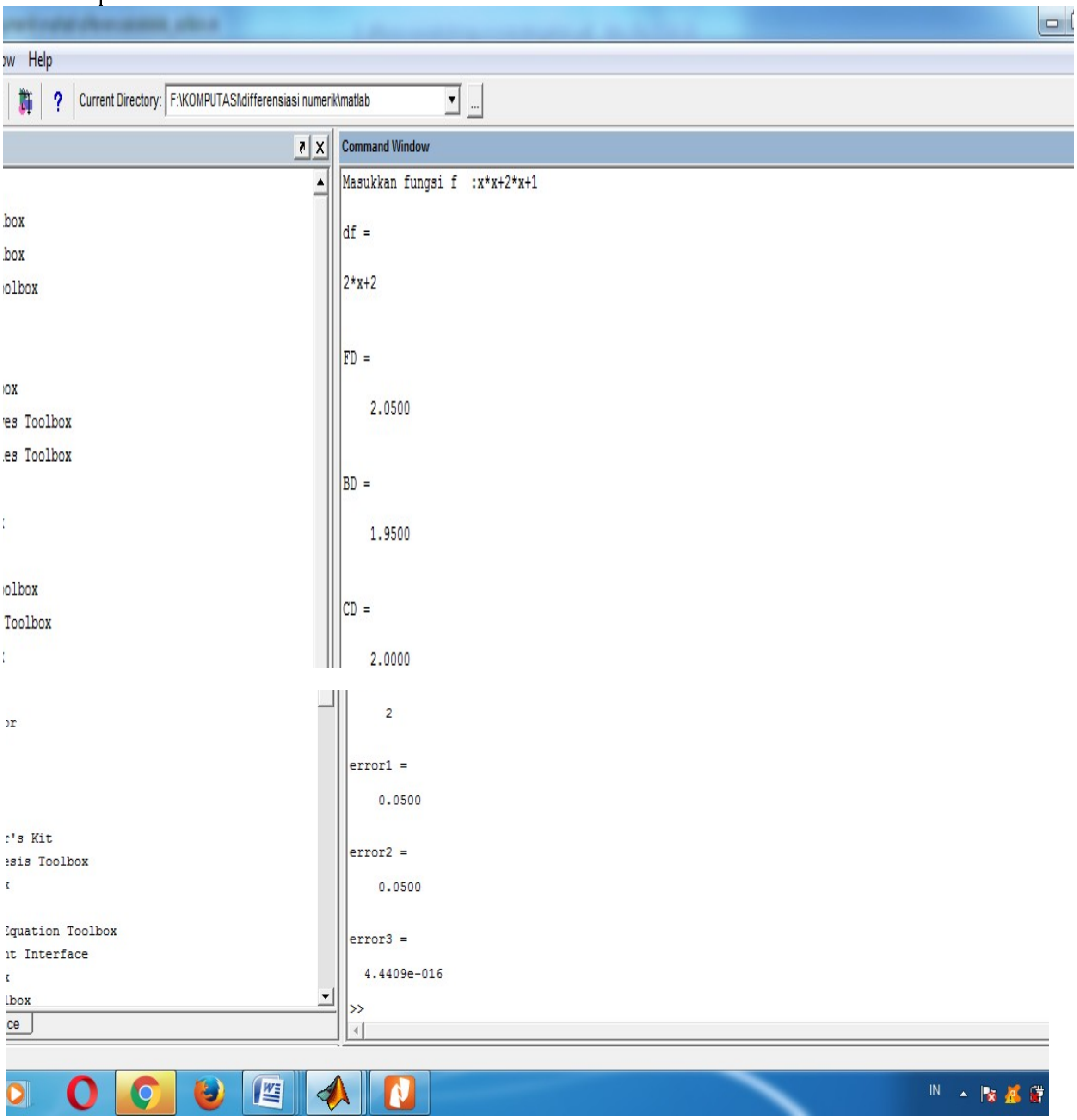
6. Setelah me-run, maka lakukan masukkan matriks yang dingin dicari.

Testing I

Dengan x_0=0 dan h= 0,05

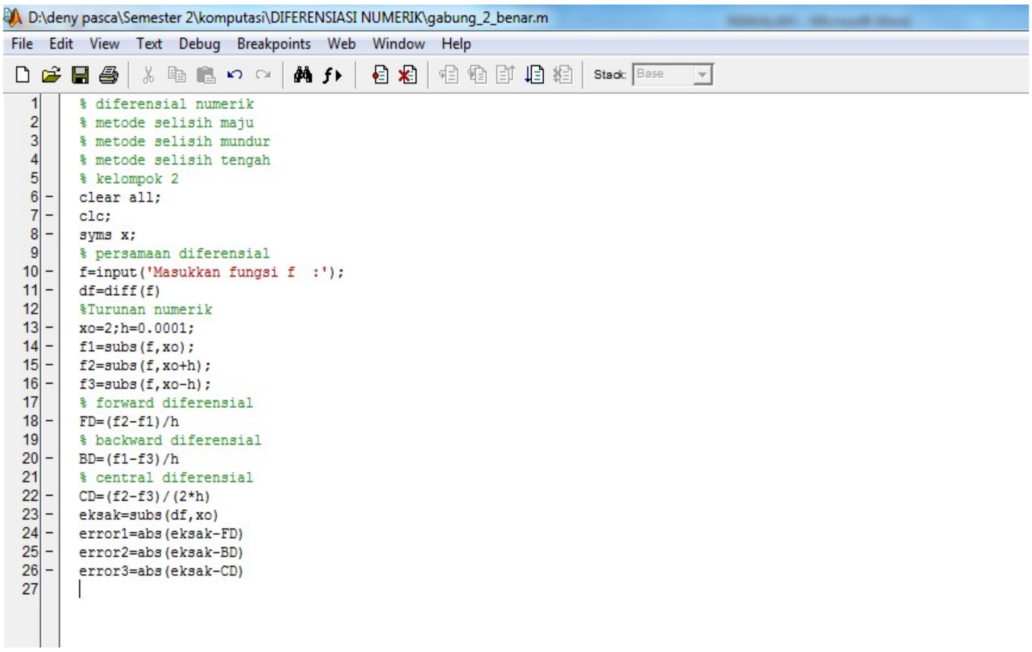
f(x) = x^2+2x+1

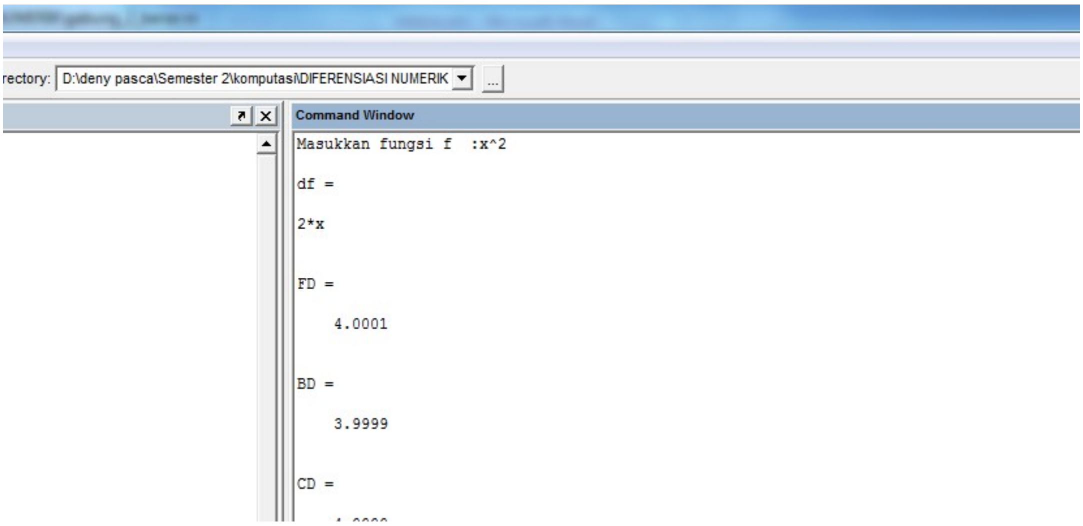
maka diperoleh:



Testing 2

Dengan x_0=2 dan h= 0,0001
f(x) = x^2
maka diperoleh:





```
    4


error1 =

  1.0000e-004


error2 =

  1.0000e-004


error3 =

  4.0004e-012
```

Secara analitis persoalan di atas dapat dicari sebagai berikut

$f(x) = x^2$, x_0=2 dan h= 0,0001

Metode selisih maju

$$f'(x) = \frac{f_1 - f_0}{h} = \frac{f(2{,}0001) - f(2)}{0{,}0001} = \frac{4{,}004001 - 4}{0{,}0001} = \frac{4.0001 \times 10^{-4}}{10^{-4}} = 4.0001$$

Metode selisih mundur

$$f'(x) = \frac{f_0 - f_1}{h} = \frac{f(2) - f(1{,}9999)}{0{,}0001} = \frac{4 - 3{,}99960001}{0{,}0001} = \frac{3.9999 \times 10^{-4}}{10^{-4}} = 3{,}9999$$

Metode Tengahan

$$f'(x) = \frac{f_{-1} - f_1}{2h} = \frac{f(2.0001) - f(1{,}9999)}{2 \times 0{,}0001} = \frac{4.00040001 - 3{,}99960001}{2{,}0001} = \frac{8 \times 10^{-4}}{2 \times 10^{-4}} = 4$$

Testing 3

Data berikut adalah nilai jarak tempuh roket terhadap waktu:

t, s	**0**	**25**	**50**	**75**	**100**	**125**
y, km	0	32	58	78	92	100

Persoalan ini akan diselesaikan dengan Hampiran selisih-mundur (*backward difference approximation*)

Maka penyelesaian menggunakan Matlab:

D:\deny pasca\Semester 2\komputasi\Differensiasi numerik\Mundur.m

File Edit View Text Debug Breakpoints Web Window Help

```
clc;
close all;
clear all;

y=[0,32,58,78,92,100]

dt=25
n=6

disp('Hasil:[kecepatan][percepatan]')
disp ('Beda Mundur')
for i=1:(n-1)
    velocity2(i)=(y(i+1)-y(i))/dt;
    percepatan2(i)=velocity2(i)/dt;
    fprintf('[%2.4f][%2.4f]',velocity2(i),percepatan2(i));
end
```

Command Window

```
>>
y =

     0    32    58    78    92   100


dt =

    25


n =

     6

Hasil:[kecepatan][percepatan]
Beda Mundur
[1.2800][0.0512][1.0400][0.0416][0.8000][0.0320][0.5600][0.0224][0.3200][0.0128]
>>
```

Secara analitis hasil v *dengan backward difference approximation* dari soal diatas jika dihitung secara analitik akan diperoleh hasil sebagai berikut :

$$v_1 = f'(y_1) = 0$$

$$v_2 = f'(y_2) = \frac{32-0}{25} = \frac{32}{25} = 1.28$$

$$v_3 = f'(y_3) = \frac{58-32}{25} = \frac{26}{25} = 1.04$$

$$v_4 = f'(y_4) = \frac{78-58}{25} = \frac{20}{25} = 0.80$$

$$v_5 = f'(y_5) = \frac{92-78}{25} = \frac{14}{25} = 0.56$$

$$v_6 = f'(y_6) = \frac{100-92}{25} = \frac{8}{25} = 0.32$$

Percepatan atau acceleration didefinisikan sebagai variabel a dimana

$$a = \frac{d^2y}{dt^2} = \frac{d}{dt}\left(\frac{dy}{dt}\right) = \frac{dv}{dt}$$

Percepatan merupakan turunan kedua dari jarak terhadap perubahan waktu atau turunan pertama dari kecepatan terhadap perubahan waktu. Nilai a juga diperoleh dari backward difference approximation. Kita pilih salah satu diantara turunan kedua dari jarak atau turunan pertama dari kecepatan. Karena pada bahasan sebelumnya kita telah mendapatkan nilai v atau kecepatan, maka kita pilih nilai a diperoleh dari turunan pertama kecepatan terhadap perubahan waktu. Hasil a dengan backward difference approximation dari soal diatas jika dihitung secara analitik adalah sebagai berikut :

$$a_1 = f'(v_1) = 0$$

$$a_2 = f'(v_2) = \frac{1.28 - 0}{25} = \frac{1.28}{25} = 0.0512$$

$$a_3 = f'(v_3) = \frac{1.04 - 1.28}{25} = \frac{-0.24}{25} = -0.0096$$

$$a_4 = f'(v_4) = \frac{0.80 - 1.04}{25} = \frac{-0.24}{25} = -0.0096$$

$$a_5 = f'(v_5) = \frac{0.56 - 0.80}{25} = \frac{-0.24}{25} = -0.0096$$

$$a_6 = f'(v_6) = \frac{0.32 - 0.56}{25} = \frac{-0.24}{25} = -0.0096$$

BAB III
PENUTUP

Terdapat Tiga pendekatan dalam menghitung turunan atau diferensial numerik. Misal diberikan nilai-nilai x di $x_0 - h$, x_0, dan $x_0 + h$, serta nilai fungsi untuk nilai- nilai x tersebut. Titik-titik yang diperoleh adalah (x_{-1}, f_{-1}), (x_0, f_0), dan (x_1, f_1), yang dalam hal ini $x_{-1} = x_0 - h$ dan $x_1 = x_0 + h$. Terdapat tiga pendekatan dalam menghitung nilai $f'(x_0)$:

1. Hampiran selisih-maju (*forward difference approximation*)

$$f'(x_0) = \frac{f(x_0+h) - f(x_0)}{h} = \frac{f_1 - f_0}{h}$$

2. Hampiran selisih-mundur (*backward difference approximation*)

$$f'(x_0) = \frac{f(x_0) - f(x_0-h)}{h} = \frac{f_0 - f_1}{h}$$

3. Hampiran selisih-pusat (central difference approximation)

$$f'(x_0) = \frac{f(x_0+h) - f(x_0-h)}{2h} = \frac{f_1 - f_{-1}}{2h}$$

$$f'(x_0) = \frac{f(x_0 + h) - f(x_0 - h)}{2h} = \frac{f_1 - f_{-1}}{2h}$$

DAFTAR PUSTAKA

Sahyar. 2014. *Komputasi Sains Fisika*. Unimed Press : Universitas Negeri Medan.

Setiowati, Yuliana. 2007. *Diferensiasi Numerik*. PENS-ITS: Institut Negeri Sepuluh Nopember

Zainudin, Ahmad.*Diferensiasi Numerik Selisih Maju*:Politeknik Elektronika Negeri Surabaya