

Решение задачи о рюкзаке с помощью метода Ленда и Дойга

Кузнецова Мария Павловна

Март 2023

Рассматриваемая в данной работе задача о рюкзаке получила своё название от конечной цели: уложить как можно большее число ценных вещей в рюкзак при условии, что вместимость рюкзака ограничена. Задача о рюкзаке является NP-полной, то есть для неё не существует полиномиального алгоритма, решающего её за разумное время, в этом и есть проблема. Метод ветвей и границ (метод Ленда и Дойга) является одним из лучших методов для данной задачи, с помощью которого можно получить точное решение. Метод представляет собой технику сокращения полного перебора вариантов решений

Постановка задачи

Пусть имеется n грузов. Для каждого i -го груза определены его масса $w_i \geq 0$ и ценность $c_i \geq 0$, $i = \overline{1, n}$. Ограничение суммарного веса предметов в рюкзаке задаётся грузоподъёмностью $W \geq 0$. Тогда необходимо найти такое подмножество $S \subseteq \{1, \dots, n\}$ что:

$$\sum_{j \in S} c_j \rightarrow \max \quad (1)$$

$$\sum_{j \in S} w_j \leq W \quad (2)$$

Постановка задачи

Представим задачу как задачу целочисленного линейного программирования с одним ограничением:

$$\sum_{j=1}^n -c_j x_j \rightarrow \min \quad (3)$$

$$\sum_{j=1}^n w_j x_j \leq W \quad (4)$$

$$x_j \in \{0, 1\}, j = \overline{1, n}$$

Общая схема метода ветвей и границ

Рекорд — наилучшее найденное значение целевой функции на данном шаге алгоритма.

Пошаговая схема алгоритма

- 1 В список подзадач помещается исходная задача.

Общая схема метода ветвей и границ

Рекорд — наилучшее найденное значение целевой функции на данном шаге алгоритма.

Пошаговая схема алгоритма

- 1 В список подзадач помещается исходная задача.
- 2 Если список подзадач пуст, то завершить алгоритм. В противном случае из списка выбирается и удаляется подзадача P .

Общая схема метода ветвей и границ

Рекорд — наилучшее найденное значение целевой функции на данном шаге алгоритма.

Пошаговая схема алгоритма

- 1 В список подзадач помещается исходная задача.
- 2 Если список подзадач пуст, то завершить алгоритм. В противном случае из списка выбирается и удаляется подзадача P .
- 3 Вычисляется значение целевой функции, и при необходимости обновляется значение рекорда. Для задачи P проверяется выполнимость условия отсева. Если подзадача P удовлетворяет условию отсева, то осуществляется переход к шагу 2.

Общая схема метода ветвей и границ

Рекорд — наилучшее найденное значение целевой функции на данном шаге алгоритма.

Пошаговая схема алгоритма

- 1 В список подзадач помещается исходная задача.
- 2 Если список подзадач пуст, то завершить алгоритм. В противном случае из списка выбирается и удаляется подзадача P .
- 3 Вычисляется значение целевой функции, и при необходимости обновляется значение рекорда. Для задачи P проверяется выполнимость условия отсева. Если подзадача P удовлетворяет условию отсева, то осуществляется переход к шагу 2.
- 4 Задача P подвергается декомпозиции. Полученные в результате подзадачи помещаются в список подзадач. Перейти к шагу 2

Метод ветвей и границ для задачи о рюкзаке

Вершины дерева поиска (подзадачи) — это задачи целочисленного линейного программирования

$$f(x) \rightarrow \min, x \in D'$$

а оценочные задачи для них — соответствующие задачи линейного программирования, получаемые отбрасыванием условий целочисленности.

Спасибо за внимание!