近年来，信息理论和通信技术的普及引发了人们对金融市场的热情[6,6：1-10.1-11]。研究人员越来越关注分析复杂的系统时间序列，特别是对于高频金融数据。这些市场是非常明确的复杂系统，具有大量符合潜在经济趋势的交互单元。因此，找到足够的变量或相关数量来描述它们的特性是很重要的[6：11.12]。大多数实证文献似乎都对股票市场有兴趣。他们将统计力学应用于经济系统，以便将金融时间序列作为经济趋势的反映。时间序列的典型应用涉及诸如聚类相似性搜索和预测之类的任务。此外，金融时间序列之间的相似性特定于应用领域，也是动态金融市场的关键特征。数据挖掘[7:25] .13，机器学习[7:38] 14个聚类算法[7,7：11。] 1516是应用领域的一些例子，需要一种精确的方法来评估，区分和量化对象之间的关系。

截至目前，已经使用许多不同的方法来限定时间序列中的相似性。例如提出了Cross-ApEn和Cross-SampEn来测量两个不同时间序列[5,5：11] 1718的相似性，然后提出了多尺度交叉样本熵[5:16] 19来分析相似性。基于多尺度熵和Cross-SampEn的两个不同时间尺度的系列。为进一步分析，还提出了多尺度时间不可逆性[5:17] 20来对金融市场进行分类并获得类似结果。此外，还有许多其他方法可以分析不同股票市场的相似性，例如去趋势互相关分析[5:18]，多尺度去趋势波动分析（MSDFA）和多尺度去趋势互相关分析（MSD-CCA）。 [5:19] 21，三相聚类方法[5:20] 22和时变Copula-GARCH模型[5:21] 23。

此外，据报道，通过使用由Kullback-Leibler散度（KLD）[6:21] 24定义的光谱距离，可以检测股票市场中动态结构的相似性。在数理统计中，KLD通常用作两种概率密度分布之间相似性的度量[9，wiki：1,2,8：2] 25-28。这主要是由于香农的概率不确定性概念或“熵”H（P）=Σdi= 1 Pi lnPi [8,8：30] 2930。本文使用Jensen-Shannon散度（JSD），它是KLD的对称版本。 JSD有几个有趣的属性[4] 31。它出现在信息理论中，与KLD不同，它是对称的，总是定义明确的，有界限的。 KLD和JSD用于语音和图像识别的许多方面，例如确定两个声学模型是否相似，[1,2,3,9：2] 32-35，测量两个单词或HMM是多么混淆，[ 9：3,4,5] 36-38，使用直方图图像模型计算最佳匹配[9：6] 39，模型聚类，并通过最小化或最大化分布之间的KL分歧进行优化。除了在聚类或模型优化中的应用之外，Sato [6,11] 1,40在外汇市场中的两个归一化频谱图中使用KLD和JSD来测量多维时间序列之间的相似性。

在本文中，JSD通过置换熵（PE）进行推广，以计算股票市场时间序列之间的相似性。熵是一种稳定性和鲁棒性非线性度量，用于表征金融时间序列的复杂性。在几种广义熵版本中，PE最近被建议作为一种简单的复杂性度量，它可以根据置换模式的分析[12,44-49] 41-47，对任何类型的时间序列进行简单快速的计算。在这种情况下，可以利用PE来概括JSD。此外，根据分数视角重新审视和重写JSD指标[10] 48。由于分数算子可以放松一些属性并允许它们应用于复杂的动力系统[10：19-21] 56-58，因此这种新颖的熵表达灵感来自分数微积分[10：12-18] 49-55的特性。此外，Agrawal和Rafiei等[13,13：2,16] 59-61提出了一个更直观的观点，如果它们具有足够的非重叠时间顺序的子序列对，那么两个系列应该被认为是相似的。很相似。我们根据JSD，Fractional JSD和广义JSD对移动窗口算法的经验评估相似性性能（有效性）。此外，基于相异指数的距离图和系统发育树用于给出不同股票市场的直接信息，以分析它们之间的相似性。

本文的其余部分安排如下。 在第2节中，我们描述了JSD，Fractional JSD和由PE推广的JSD的方法，以及移动窗口算法。 然后，第3节介绍了这项工作中使用的模拟和经验数据，包括1991 - 2013年期间不同地区的自回归分数整合移动平均值（ARFIMA）模拟序列和各种库存时间序列。 第4节演示了移动窗口算法相对于JSD，Fractional JSD和广义JSD的相似性比较结果。 此外，本节还介绍了基于这三种方法的距离图和系统发育树。 最后，结论在第5节中说明。