

## سؤال دوم پیاده سازی:

### موضوع: طراحی الگوریتم پرسپترون برای حل مسأله OR

- مقدمه:** الگوریتم پرسپترون یک الگوریتم شبکه عصبی است. این الگوریتم با تغییر وزن ها و بایاس شبکه، سعی می کند که خطای پیش بینی شبکه (loss function) را کمتر کند. الگوریتم پرسپترون به این صورت عمل می کند:
- ابتدا، وزن ها و بایاس شبکه را به صورت تصادفی مقداردهی می کند.
  - سپس، برای هر نقطه داده در مجموعه آموزش، شبکه را با ورودی های آن فعال می کند و خروجی پیش بینی شده را با استفاده از تابع فعال سازی (مثلا تابع قدم) محاسبه می کند.
  - بعد، خروجی پیش بینی شده را با خروجی صحیح (برچسب) مقایسه می کند و خطای پیش بینی را به دست می آورد.
  - در نهایت، وزن ها و بایاس شبکه را به مقدار کوچکی که با نرخ یادگیری و خطا ضرب شده است، تغییر می دهد.

این فرآیند را برای تمام نقاط داده در مجموعه آموزش تکرار می کند و این را به عنوان یک دوره (epoch) می نامد. با تکرار چندین دوره، الگوریتم پرسپترون قادر می شود که شبکه را به گونه ای آموزش دهد که خطای پیش بینی را کمینه کند.

### حل مسأله طراحی تابع OR با استفاده از الگوریتم پرسپترون:

الگوریتم پرسپترون تابع OR را با استفاده از یک فرآیند تکراری یاد می گیرد. در هر مرحله، شبکه پرسپترون یک ورودی را دریافت می کند و با ضرب داخلی آن در وزن ها و اضافه کردن بایاس، یک خروجی پیش بینی می کند. سپس، با مقایسه این خروجی با برچسب صحیح، خطای پیش بینی را محاسبه می کند. اگر خطا صفر باشد، یعنی شبکه پاسخ درست را داده است و نیاز به تغییر وزن ها و بایاس ندارد. اما اگر خطا غیر صفر باشد، یعنی شبکه پاسخ اشتباه را داده است و باید وزن ها و بایاس را به مقدار کوچکی که با نرخ یادگیری (learning\_rate) و خطا (error) ضرب شده است، تغییر دهد. این تغییرات باعث می شوند که شبکه در دفعات بعدی به سمت پاسخ صحیح حرکت کند. الگوریتم پرسپترون این فرآیند را برای تمام نقاط داده در مجموعه آموزش تکرار می کند و این را به عنوان یک دوره (epoch) می نامد. با تکرار چندین دوره، شبکه پرسپترون قادر می شود که تابع OR را با دقت بالایی یاد بگیرد.

### پیاده سازی طراحی تابع OR با روش پرسپترون:

پیاده سازی تابع OR با روش پرسپترون به این صورت است که یک شبکه عصبی ساده با یک لایه و یک نورون را ایجاد می کنیم. این شبکه دو ورودی بولین (صفر یا یک) را دریافت می کند و خروجی آن را بر اساس تابع OR مشخص می کند. برای مثال، اگر ورودی ها 0 و 1 باشند، خروجی باید 1 باشد. برای یادگیری پرسپترون، ما از چهار جفت ورودی و خروجی ممکن برای تابع OR استفاده می کنیم.

$$X = [[0, 0], [0, 1], [1, 0], [1, 1]]$$
$$y = [0, 1, 1, 1]$$

این جفت ها را به عنوان داده های آموزش به شبکه می دهیم و از روش پرسپترون برای آپدیت وزن ها و بایاس شبکه استفاده می کنیم. روش پرسپترون بر اساس تفاضل بین خروجی پیش بینی شده و خروجی صحیح، وزن ها و بایاس را تغییر می دهد تا خطای پیش بینی را کمتر کند. این فرآیند را برای تعداد مشخصی از دوره ها (epoch) تکرار می کنیم تا شبکه قادر باشد که تابع OR را با دقت بالایی شبیه سازی کند.

## توضیح برنامه پیاده سازی این تابع:

کلاس Perceptron یک شبکه عصبی ساده با یک لایه و یک نورون را پیاده سازی می کند. این کلاس شامل توابع زیر است:

- ◆ `__init__(self, input_size, learning_rate=0.1)`: این تابع سازنده کلاس است که ورودی های زیر را می گیرد:
  - ◆ `input_size`: تعداد ورودی های پرسپترون، که در اینجا دو است.
  - ◆ `learning_rate`: نرخ یادگیری پرسپترون، که به صورت پیش فرض 0.1 مقدار دادیم.

این تابع وزن ها و بایاس شبکه را به صورت رندوم مقداردهی می کند و آن ها را به عنوان خصوصیات کلاس ذخیره می کند.

- ◆ `activation(self, x)`: این تابع فعال سازی است که تابع **step function** را پیاده سازی می کند. این تابع یک عدد `x` را دریافت می کند و اگر `x` بزرگتر یا مساوی صفر باشد، 1 را برمیگرداند و در غیر این صورت، 0 را برمی گرداند.

- ◆ `predict(self, inputs)`: این تابع خروجی پیش بینی شده پرسپترون را برای یک ورودی داده شده محاسبه می کند. این تابع آرایه ای از ورودی های شبکه را دریافت می کند و با ضرب داخلی آن در وزن ها و اضافه کردن بایاس، یک عدد `z` را به دست می آورد. سپس، با استفاده از تابع فعال سازی، 1 یا 0 را به عنوان خروجی برمی گرداند.

- ◆ `train(self, training_inputs, labels, epochs)`: این تابع پرسپترون را با استفاده از الگوریتم پرسپترون آموزش می دهد. این تابع ورودی های زیر را می گیرد:

- ◆ `training_inputs`: لیست آرایه های ورودی های شبکه برای مجموعه آموزش.

- ◆ `labels`: لیست خروجی های صحیح (برچسب ها) برای مجموعه آموزش.

- ◆ `epochs`: تعداد دوره های (epoch) آموزش.

این تابع برای هر دوره، برای هر جفت ورودی و خروجی، خروجی پیش بینی شده شبکه را محاسبه می‌کند و با مقایسه آن با خروجی واقعی، خطای پیش بینی را به دست می‌آورد. سپس، با استفاده از قانون یادگیری پرسپترون، وزن‌ها و بایاس شبکه را به مقدار کوچکی که با نرخ یادگیری و خطا ضرب شده است، تغییر می‌دهد.

**نتیجه:** این تغییرات باعث می‌شوند که شبکه در دفعات بعدی به سمت پاسخ واقعی نزدیک‌تر شود. این تابع همچنین خطا و وزن‌ها و بایاس شبکه را در هر مرحله چاپ می‌کند.