

دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی
دانشکده مهندسی برق - گروه مهندسی کنترل

درس کنترل خطی پاسخ تمرین سری اول

نام و نام خانوادگی	مریم سلطانی
شماره دانشجویی	۴۰۱۱۹۴۳۳
تاریخ	مهرماه ۱۴۰۳



فهرست مطالب

- ۱ نمودار شکل ۱ مربوط به حوزه زمان یک تابع است.، تبدیل لاپلاس این تابع را بیابید ۳
- ۲ در مورد موتور دی سی نشان داده شده در صورت سوال به سوالات زیر پاسخ دهید. ۴
 - ۱.۲ موتور DC داده شده را مدل سازی کنید. ۴
 - ۲.۲ نمودار بلوکی این سیستم را رسم کنید. ۵
 - ۳.۲ اگر ولتاژ ورودی سیستم یک تابع پله باشد و R یک مقاومت متغیر باشد، تابع تبدیل را محاسبه کنید. ۵
- ۳ سیستم با نمودار بلوکی در صورت سوال را در نظر بگیرید و به سوالات مربوطه پاسخ دهید ۶
 - ۱.۳ نمودار جریان سیگنال این سیستم را رسم کنید و با ساده سازی نمودار، بهره $Y(s)$ را بیابید. ۶
 - ۲.۳ با اصلاح مقادیر بهره در سیستم، تاثیر پارامتر اغتشاش را از بین ببرید. ۸
- ۴ مقادیر بهره $1T$ و $2T$ را با استفاده از دستورات نرم افزار MATLAB بیابید و قطب های آن ها را نیز پیدا کنید. ۹



فهرست برنامه‌ها

۹ (MATLAB) part ۱	۱
۱۰ (MATLAB) part ۲	۲



۱ نمودار شکل ۱ مربوط به حوزه زمان یک تابع است.، تبدیل لاپلاس این تابع را بیابید

تبدیل لاپلاس تابع $f(t)$ را به دو قسمت تقسیم می‌کنیم تا بتوانیم به راحتی هر قسمت را جداگانه حل کنیم. این دو قسمت عبارتند از $F_1(s)$ و $F_2(s)$.

ابتدا قسمت اول تابع که در بازه $0 \leq t \leq \frac{a}{2}$ تعریف شده را بررسی می‌کنیم. تبدیل لاپلاس این قسمت به صورت زیر است:

$$F_1(s) = \int_0^{\frac{a}{2}} \frac{24t}{a^3} e^{-st} dt$$

این انتگرال را با استفاده از روش جزء به جزء حل می‌کنیم. ابتدا انتگرال را به صورت زیر بازنویسی می‌کنیم:

$$F_1(s) = \frac{24}{a^3} \int_0^{\frac{a}{2}} t e^{-st} dt$$

حل این انتگرال با استفاده از روش انتگرال‌گیری جزء به جزء به شکل زیر انجام می‌شود:

$$\int t e^{-st} dt = \frac{t e^{-st}}{-s} + \frac{e^{-st}}{s^2}$$

حال با جایگذاری حدود انتگرال، داریم:

$$F_1(s) = \frac{24}{a^3} \left(\frac{\frac{a}{2} e^{-\frac{as}{2}}}{-s} + \frac{1}{s^2} (1 - e^{-\frac{as}{2}}) \right)$$

که می‌توان آن را ساده‌تر به صورت زیر نوشت:

$$F_1(s) = \frac{24}{a^3} \left(-\frac{a}{2s} e^{-\frac{as}{2}} + \frac{1}{s^2} (1 - e^{-\frac{as}{2}}) \right)$$

حالا قسمت دوم تابع که در بازه $\frac{a}{2} \leq t \leq a$ تعریف شده را بررسی می‌کنیم. تبدیل لاپلاس این قسمت به صورت زیر است:

$$F_2(s) = \int_{\frac{a}{2}}^a \left(\frac{24}{a^3} t - \frac{24}{a^2} \right) e^{-st} dt$$

این انتگرال را به دو قسمت جداگانه تقسیم می‌کنیم و هر قسمت را حل می‌کنیم:

$$F_2(s) = \frac{24}{a^3} \int_{\frac{a}{2}}^a t e^{-st} dt - \frac{24}{a^2} \int_{\frac{a}{2}}^a e^{-st} dt$$

برای قسمت اول از روش جزء به جزء استفاده می‌کنیم:

$$\int t e^{-st} dt = \frac{t e^{-st}}{-s} + \frac{e^{-st}}{s^2}$$

با جایگذاری حدود:

$$\frac{24}{a^3} \left(\left. \frac{t e^{-st}}{-s} + \frac{e^{-st}}{s^2} \right|_{\frac{a}{2}}^a \right)$$

برای قسمت دوم نیز انتگرال نمایی ساده داریم:



$$\frac{24}{a^2} \left(\frac{e^{-st}}{-s} \Big|_{\frac{a}{2}}^a \right)$$

پس از انجام انتگرال گیری و ساده سازی، به نتیجه زیر می‌رسیم:

$$F_2(s) = \frac{24}{a^3} \left(\frac{\frac{a}{2} e^{-\frac{as}{2}}}{s} + \frac{1}{s^2} (e^{-\frac{as}{2}} - e^{-as}) \right)$$

در نهایت، تبدیل لاپلاس کل تابع $f(t)$ برابر با مجموع $F_1(s)$ و $F_2(s)$ است:

$$F(s) = F_1(s) + F_2(s)$$

که پس از جمع و ساده سازی به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$F(s) = \frac{24}{a^2 s} e^{-as/2} + \frac{24}{a^3 s^2} (1 - e^{-as})$$

۲ در مورد موتور دی سی نشان داده شده در صورت سوال به سوالات زیر پاسخ دهید.

۱.۲ موتور DC داده شده را مدل سازی کنید

الف)

$$\begin{cases} R_1 I(t) + R_{eq} I(t) + V(t) = V_s(t) \\ J \ddot{\theta} + b \dot{\theta} + k \theta = \tau \\ \tau = k I(t) \end{cases}$$

این رابطه را می‌توانیم به صورت زیر بنویسیم:

$$\begin{cases} R_1 I(s) + R_{eq} I(s) + V(s) = V_s(s) \\ J s^2 \theta + b s \theta + k \theta = \tau \\ \tau = k I(s) \end{cases}$$

این رابطه را می‌توانیم به صورت زیر بنویسیم:

$$R_1 I(s) + R_{eq} I(s) + V(s) = V_s(s) \quad , \quad V(s) = k_v \omega(s)$$

$$J s^2 \theta + b s \theta + k \theta = \tau$$

$$\tau = k I(s)$$

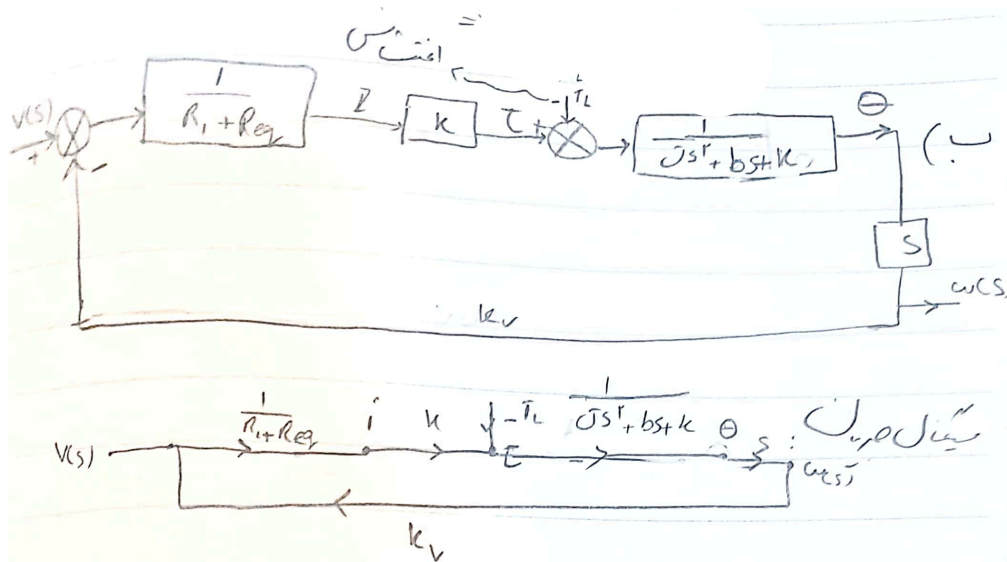
نسبت بین τ و $I(s)$:

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{\frac{1}{s}} + \frac{1}{R}$$

$$R_{eq} = \frac{R_1 s L + L s + R}{s}$$



۲.۲ نمودار بلوکی این سیستم را رسم کنید.



۳.۲ اگر ولتاژ ورودی سیستم یک تابع پله باشد و R یک مقاومت متغیر باشد، تابع تبدیل را محاسبه کنید

$$V_{in} = u(t) \quad R_1 \text{ متغیر} \quad G(s) = \frac{\Theta}{R_1} \quad (ع)$$

$$\Rightarrow V = \frac{1}{s} \quad B(s) = \frac{\Theta}{V(s)} \quad \text{از این سرچین:}$$

$$B_k = \frac{kA}{s} \left(\frac{1}{R_1 + R_{eq}} \right), \quad \Delta = 1 - \left(k_v \times \frac{1}{R_1 + R_{eq}} kAs \right), \quad \Delta k = 1$$

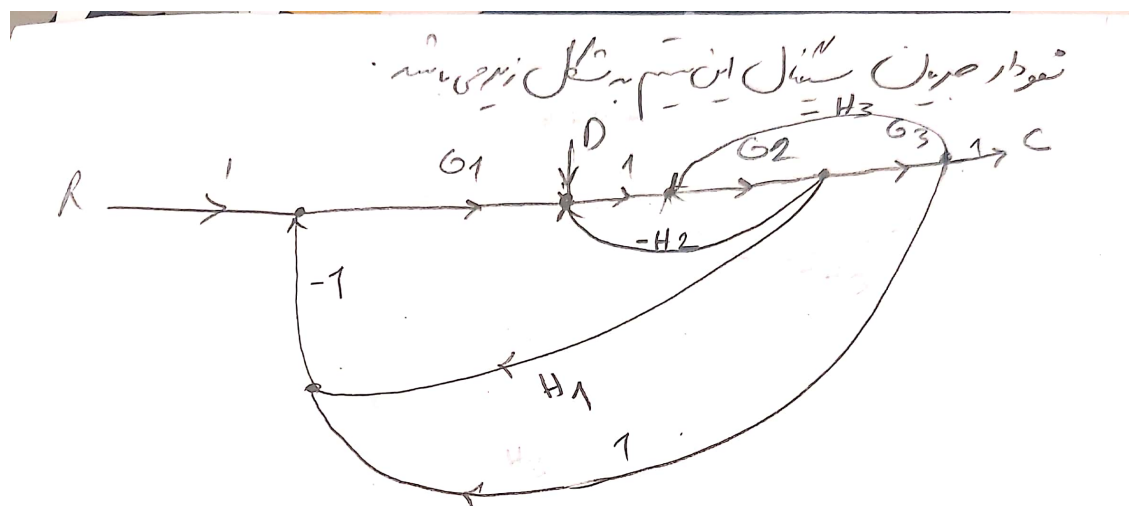
$$B(s) = \frac{\frac{1}{s} \times kA \times \frac{1}{R_1 + R_{eq}}}{1 - \frac{k_v kAs}{R_1 + R_{eq}}} = \frac{\Theta}{\frac{1}{s}} \rightarrow \Theta = \frac{kA}{R_1 + R_{eq} - k_v kAs}$$

$$\frac{\Theta}{R_1} = \frac{kA}{R_1 + R_{eq} - k_v kAs} \times \frac{1}{R_1}$$



۳ سیستم با نمودار بلوکی در صورت سوال را در نظر بگیرید و به سوالات مربوطه پاسخ دهید

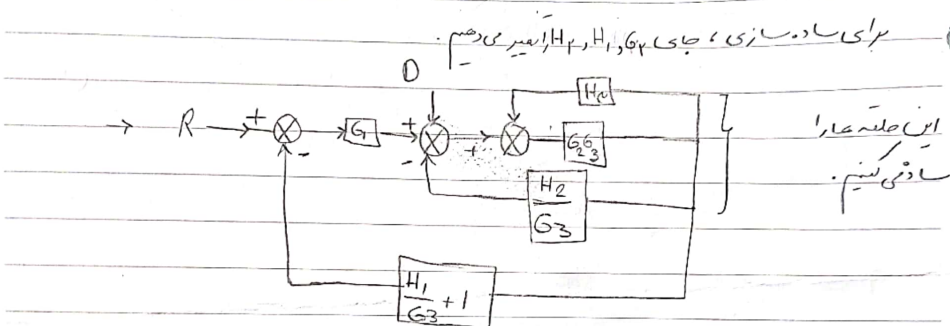
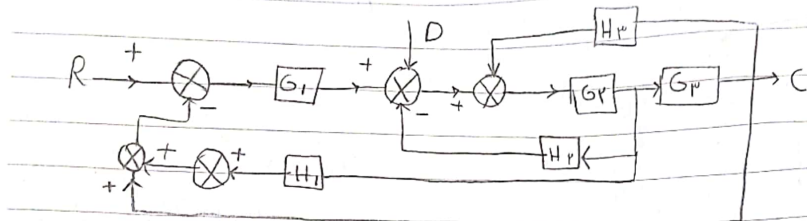
۱.۳ نمودار جریان سیگنال این سیستم را رسم کنید و با ساده سازی نمودار، بهره $Y(s)$ را بیابید



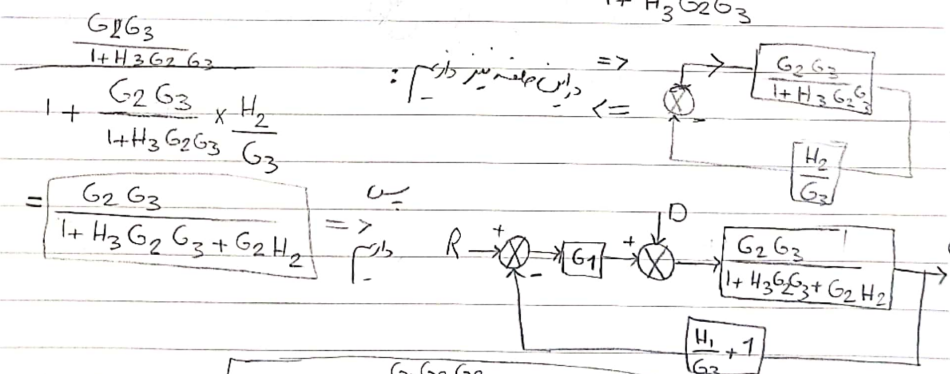


Subject:

Date:



درجته بالایی: $\frac{G_2 G_3}{1 + H_3 G_2 G_3}$



$C = C_R + C_D \rightarrow \frac{C_R}{R} = \frac{G_1 G_2 G_3}{1 + H_3 G_2 G_3 + G_2 H_2} \left(\frac{1 + \frac{H_1}{G_3}}{1 + H_3 G_2 G_3 + G_2 H_2} \right) + 1$

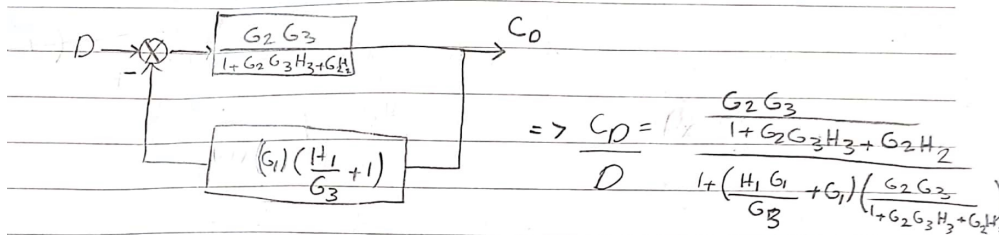
DAT



Subject:

Date:

صلا برای به دست آوردن C_D باید ورودی R را حذف کنیم.

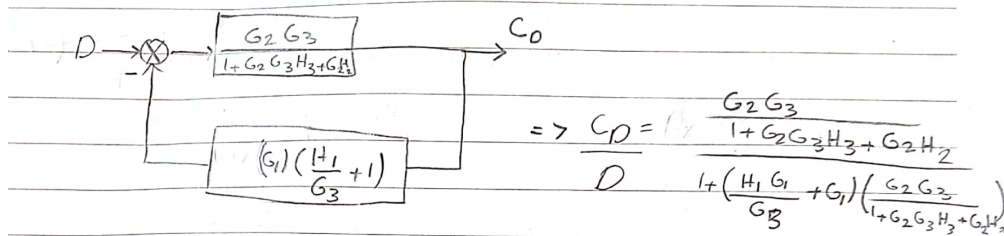


۲.۳ با اصلاح مقادیر بهره در سیستم، تاثیر پارامتر اغتشاش را از بین ببرید

Subject:

Date:

صلا برای به دست آوردن C_D باید ورودی R را حذف کنیم.



(ب) برای از بین بردن اثر اغتشاش، باید $\frac{C_D}{D}$ به صفر میل کند.

$$\frac{G_2 G_3}{1 + G_2 G_3 H_3 + G_2 H_2} \approx 0$$

$$1 + \left(\frac{H_1 G_1}{G_3} + G_1 \right) \left(\frac{G_2 G_3}{1 + G_2 G_3 H_3 + G_2 H_2} \right)$$



۴ مقادیر بهره T_1 و T_2 را با استفاده از دستورات نرم افزار MATLAB بیابید و قطب های آن ها را نیز پیدا کنید.

```
1 clc
2 clear all
3 s = zpk('s');
4 G1 = (1/s);
5 G2 = 2*s + 1 ;
6 G3 = 1/(s^2 + 1);
7 G4 = s/(s+ 1);
8 H1 = 3/s ;
9 H2 = (s-1)/(s+3);
10 H3 = s/(s^2 + 3*s +1);
11 H4 = 1/(s +2);
12
13 systemnames = 'G1 G2 G3 G4 H1 H2 H3 H4';
14 inputvar = '[y1]';
15 outputvar = '[H4]';
16 input_to_G1 = '[y1 - H3 - H1]';
17 input_to_G2 = '[G1]';
18 input_to_G3 = '[G4 + G2 - H2]';
19 input_to_G4 = '[y1 - H1 - H3]';
20 input_to_H1 = '[G1]';
21 input_to_H2 = '[G3 - H4]';
22 input_to_H3 = '[G1 - H4]';
23 input_to_H4 = '[G3]';
24 sysoutname = 'output';
25 cleanupsysic = 'yes';
26 sysic
27 output.InputName = {'y1'};
28 output.OutputName = {'y5'};
29 output = minreal(output)
30 pole(output)
```

Code 1: part1 (MATLAB)



```
output =  
  
From input "y1" to output "y5":  
  
          3 s (s+2.618) (s+3) (s+0.382) (s^2 + s + 0.3333)  
  
-----  
  
(s+0.3976) (s^2 + 2.591s + 1.759) (s^2 + 5.296s + 7.324) (s^2 + 0.08228s + 0.9292)  
  
                                     (s^2 + 0.6334s + 3.151)  
  
Continuous-time zero/pole/gain model.  
  
ans =  
  
-0.3976 + 0.0000i  
-2.6480 + 0.5582i  
-2.6480 - 0.5582i  
-0.3167 + 1.7465i  
-0.3167 - 1.7465i  
-0.0411 + 0.9631i  
-0.0411 - 0.9631i  
-1.2953 + 0.2857i  
-1.2953 - 0.2857i
```

```
1 clc  
2 clear all  
3 s = zpk('s');  
4 G1 = (1/s);  
5 G2 = 2*s + 1 ;  
6 G3 = 1/(s^2 + 1);  
7 G4 = s/(s+ 1);  
8 H1 = 3/s ;  
9 H2 = (s-1)/(s+3);  
10 H3 = s/(s^2 + 3*s +1);  
11 H4 = 1/(s +2);  
12  
13 systemnames = 'G1 G2 G3 G4 H1 H2 H3 H4';  
14 inputvar = '[r]';  
15 outputvar = '[G3 - H4]';  
16 input_to_G1 = '[r - H1 - H3]';  
17 input_to_G2 = '[G1]';  
18 input_to_G3 = '[G2 +G4 - H2]';  
19 input_to_G4 = '[r - H1 - H3]';  
20 input_to_H1 = '[G1]';
```



```
21 input_to_H2 = '[G3 - H4]';
22 input_to_H3 = '[G3 - H4]';
23 input_to_H4 = '[G3 - H4]';
24 sysoutname = 'plant_ic';
25 cleanupsysic = 'yes';
26 sysic
27
28 plant_ic.InputName = {'y1'};
29 plant_ic.OutputName = {'y5'};
30 T2 = minreal(plant_ic);
31 systemnames = 'G1 G2 G3 G4 H1 H2 H3 H4';
32 inputvar = '[r]';
33 outputvar = '[r - H1 - H3]';
34 input_to_G1 = '[r - H1 - H3]';
35 input_to_G2 = '[G1]';
36 input_to_G3 = '[G2 +G4 - H2]';
37 input_to_G4 = '[r - H1 - H3]';
38 input_to_H1 = '[G1]';
39 input_to_H2 = '[G3 - H4]';
40 input_to_H3 = '[G3 - H4]';
41 input_to_H4 = '[G3 - H4]';
42 sysoutname = 'plant_ic2';
43 cleanupsysic = 'yes';
44 sysic
45 plant_ic2.InputName = {'y1'};
46 plant_ic2.OutputName = {'y2'};
47 plant_ic2 = minreal(plant_ic2);
48 T1 = minreal(plant_ic/plant_ic2);
49
50 T2
51 T1
52 pole(T2)
```

Code 2: part2 (MATLAB)



```
T2 =  
  
From input "y1" to output "y5":  
  
      3 s (s+3) (s+2.618) (s+2) (s+0.382) (s^2 + s + 0.3333)  
-----  
(s+2.444) (s+0.9276) (s+0.3896) (s^2 + 6.083s + 9.52) (s^2 + 0.2081s + 0.6491)  
  
                                     (s^2 - 0.05238s + 3.847)  
  
Continuous-time zero/pole/gain model.  
  
T1 =  
  
From input "y2" to output "y5":  
      3 (s+3) (s+2) (s^2 + s + 0.3333)  
-----  
s (s+1) (s^2 + 5.727s + 8.627) (s^2 + 0.2727s + 0.8114)
```

```
ans =  
  
-2.4444 + 0.0000i  
-0.9276 + 0.0000i  
-0.3896 + 0.0000i  
0.0262 + 1.9612i  
0.0262 - 1.9612i  
-3.0414 + 0.5200i  
-3.0414 - 0.5200i  
-0.1041 + 0.7989i  
-0.1041 - 0.7989i
```