

بررسی مکان هندسی سیستم‌های دارای تاخیر

مقدمه

سیستم‌های دینامیکی با تاخیر زمانی (Time-Delay Systems) در بسیاری از حوزه‌های مهندسی، از جمله کنترل فرآیندها، رباتیک، مخابرات و بیومکانیک نقش اساسی دارند. تاخیر زمانی می‌تواند تأثیر قابل توجهی بر پایداری و عملکرد این سیستم‌ها داشته باشد. یکی از روش‌های مهم برای تحلیل این سیستم‌ها، بررسی مکان هندسی قطب‌ها (Root Locus) است. در این تحقیق، چگونگی تغییر مکان هندسی سیستم‌های دارای تاخیر بررسی شده و روش‌های تحلیل آن معرفی می‌شود.

تأثیر تاخیر بر مکان هندسی سیستم

در یک سیستم خطی بدون تاخیر، معادله مشخصه معمولاً به صورت یک چندجمله‌ای در متغیر نوشته می‌شود. اما وقتی یک تاخیر زمانی در سیستم وجود دارد، تابع تبدیل سیستم حاوی عبارات نمایی است.

این تابع تبدیل نشان می‌دهد که تاخیر به صورت یک عبارت نمایی در معادله مشخصه ظاهر می‌شود که باعث ایجاد چالش‌هایی در تحلیل مکان هندسی سیستم می‌شود. تاخیر زمانی معمولاً باعث تغییر شکل مکان هندسی قطب‌ها، افزایش احتمال ناپایداری و حتی تولید نوسانات پدیدار می‌شود.

روش‌های تحلیل مکان هندسی در حضور تاخیر

برای بررسی مکان هندسی سیستم‌های دارای تاخیر، روش‌های مختلفی مورد استفاده قرار می‌گیرند:

1. تقریب سری تیلور برای حذف تاخیر:

- در این روش، عبارت با استفاده از سری تیلور تقریب زده می‌شود تا معادله مشخصه به شکل چندجمله‌ای تبدیل شده و روش‌های استاندارد مکان هندسی قابل استفاده باشند.

2. نمودار نیکولز و نایکوئیست:

- این روش‌ها تحلیل پایداری را بر اساس پاسخ فرکانسی انجام داده و اثر تاخیر را از طریق تغییر فاز بررسی می‌کنند.

3. روش پاداشی: (Pade Approximation)

- این روش از تقریب‌های کسرگونه برای نمایش استفاده می‌کند و موجب می‌شود که بتوان مکان هندسی سیستم را مانند یک سیستم معمولی بررسی کرد.

4. تحلیل عددی مکان هندسی:

- در این روش، مکان هندسی قطب‌های سیستم مستقیماً از معادله مشخصه غیرخطی با استفاده از الگوریتم‌های عددی محاسبه می‌شود.

در عمل به مراحل زیر عمل می‌کنیم:

$$e^{-Ts} = \frac{e^{-\frac{T}{r}s}}{e^{\frac{T}{r}s}} = \frac{1 - \frac{T}{r}s + \frac{T^2}{2} s^2 + \dots}{1 + \frac{T}{r}s + \frac{T^2}{2} s^2 + \dots}$$

برای دقیق‌تر شدن می‌توان مرتبه بالاتری از تقریب را در نظر گرفت. در ادامه مانند روشی که قبلاً یاد گرفته بودیم مرحله به مرحله رسم مکان هندسی را انجام دهیم.

متلب:

- برای مثال، تقریب مرتبه دوم تأخیر به شکل زیر انجام می‌شود:
- $T = 0.5;$
- $[\text{num}, \text{den}] = \text{pade}(T, 2);$

$G = \text{tf}(\text{num}, \text{den});$

این تقریب می‌تواند در ترکیب با تابع تبدیل اصلی سیستم برای تحلیل مکان هندسی به کار رود.

نتیجه‌گیری

مکان هندسی سیستم‌های دارای تأخیر به دلیل حضور عبارت نمایی پیچیدگی‌های خاصی دارد. برای تحلیل این سیستم‌ها، می‌توان از روش‌هایی مانند تقریب سری تیلور، تقریب پاده و روش‌های فرکانسی استفاده کرد. افزایش تأخیر معمولاً موجب کاهش پایداری سیستم و حرکت قطب‌ها به سمت راست صفحه مختلط می‌شود. بنابراین، در طراحی سیستم‌های کنترلی، باید تأثیر تأخیر زمانی به‌دقت تحلیل شده و از روش‌های مناسب برای جبران آن استفاده شود.

مریم سلطانی 40119433