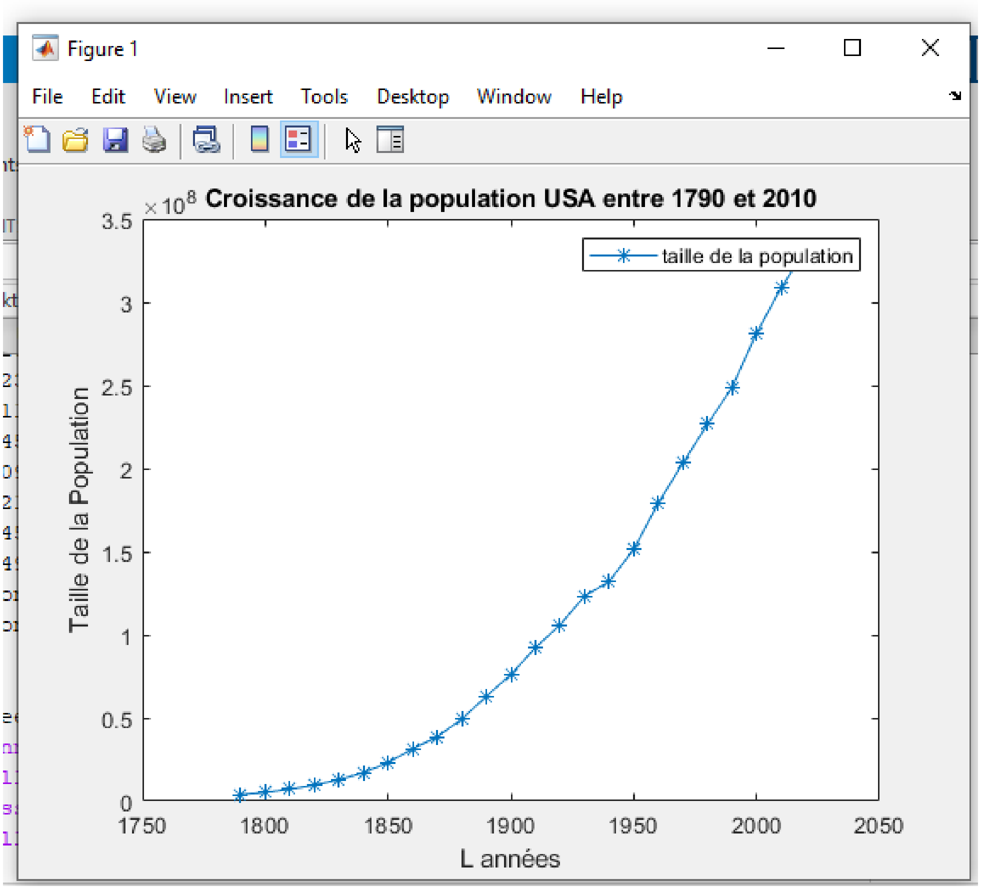
# *Rapport de tp 1 modélisation mathématique et calcule scientifique*

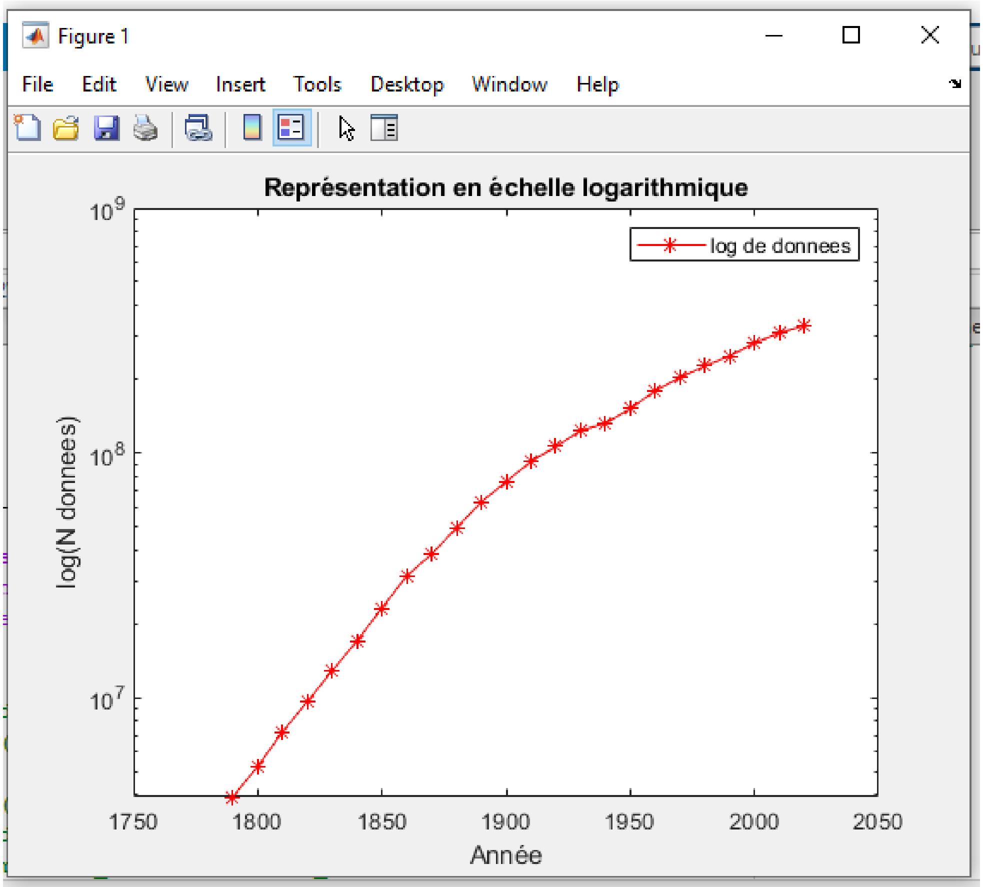
**EXERCICE 1 :** Vibrations d'une membrane circulaire.

1 – On a déjà la fonction qui trouve les zéros de $J_0$, alors on l'utilise simplement pour trouver les 6 premiers zéros comme cela « besselzero(6,6,1) » et les résultat était : `9.9361 et 13.5893 et 17.0038 et 20.3208 et 23.5861 et 26.8202.`

**EXERCICE 2 :** Croissance de la population des États–Unis entre 1970 et 2010.

1- On a déclaré les données dans une matrice de 24 lignes et 2 colonnes ; la première colonne contient les années et la deuxième contient la population correspondante, puis on a représenté ces données sous forme de deux courbes ; dans la première courbe on a utilisé la fonction «plot» pour tracer la population en fonction de temps et la deuxième courbe on a utilisé la fonction prédéfinie «semilogy» pour tracer la logarithme de la population en fonction de temps (c'est équivalent à utiliser plot et mettre log(N_donnees) comme deuxième paramètre).






2- $N_{t+1} = RN_t$ ==> $N_t = R^t N_0$ ==> $\ln(N_t) = \ln(R^t) + \ln(N_0)$

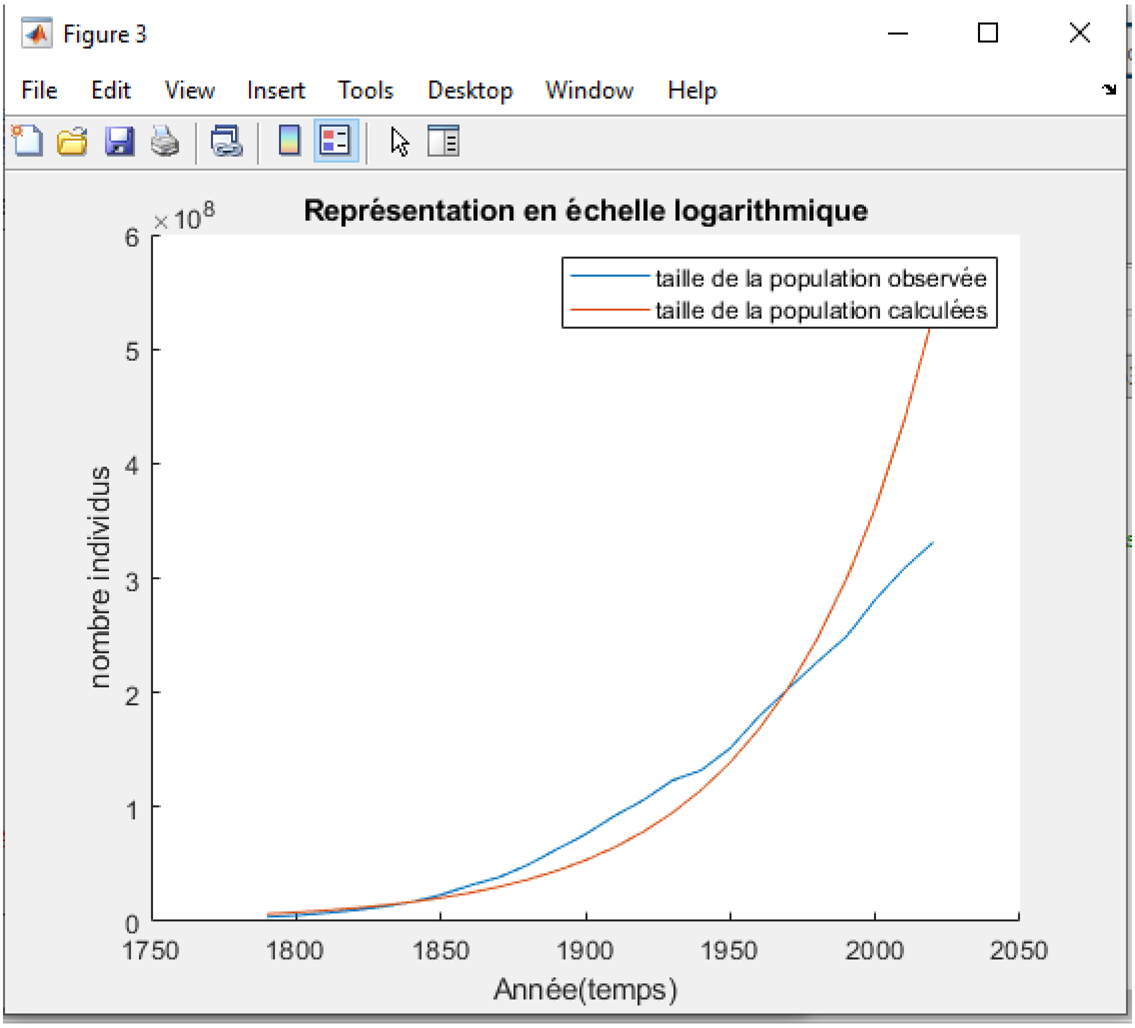
==> $\ln(N_t) = t ln(R) + ln(N_0)$

Comme ça on a transféré l'équation à une équation linéaire pour appliquer la méthode des moindres carrées et trouver ln(R)=a et $ln(N_0)$=b et comme ça on trouve facilement R et $N_0$.

Plus de détails : $K(a,b) = \sum_{t=1}^{24}(lnN_t^* - (tlnR + \ln(N_0)))^2$=$\sum_{t=1}^{24}(lnN_t^* + (ta - b))^2$

Où ln($N_t^*$)est le t-ième élément de la deuxième colonne de la matrice des données (les résultat observés). On obtient facilement a et b en mettant les deux dérivées de K (par rapport à a et b) sont égales à zéro.

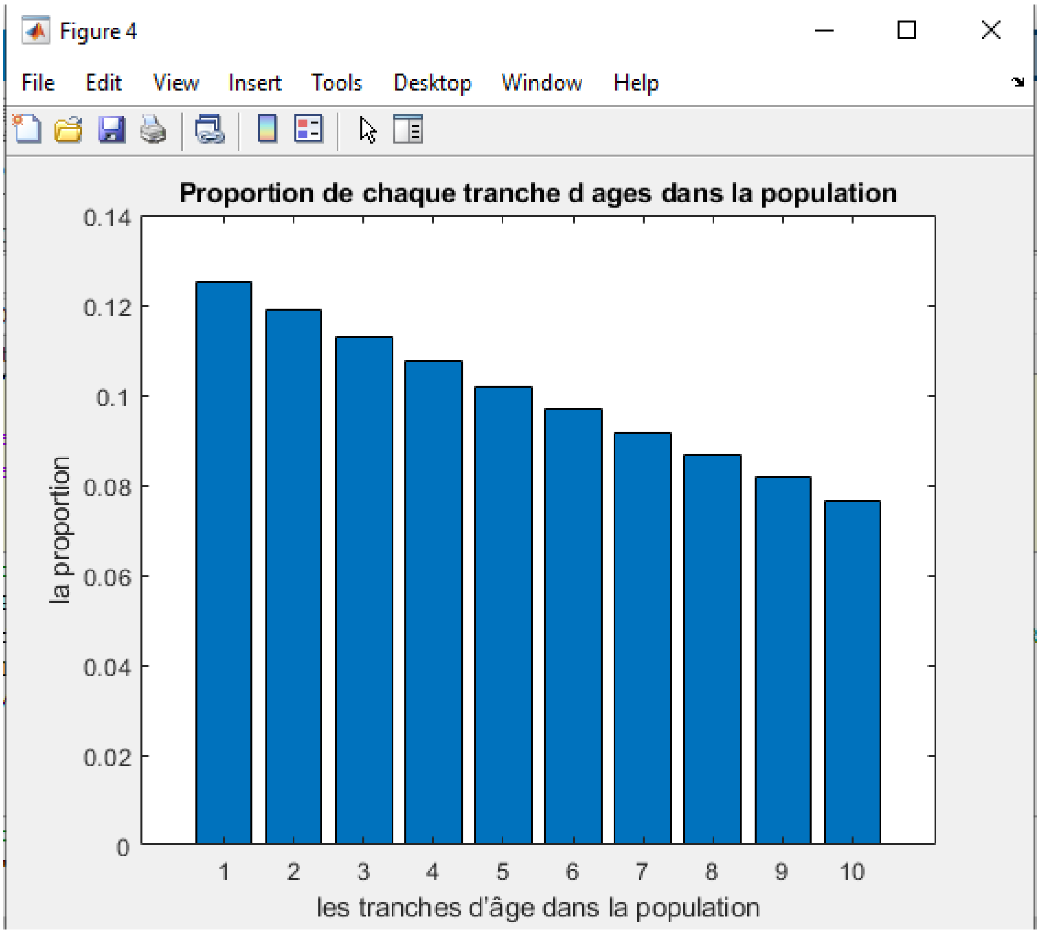
Après on trace dans le même repère les données trouvés (calculées)et les données observées à l'aide de « hold on » pour comparer les résultats et voir la différence.




**EXERCICE 3 :** Croissance de la population des USA autour des années 70.

1- On a deux façons pour construire la matrice : soit on l'écrit ligne par ligne en mettant espace ou virgule entre les composants de chaque ligne et point-virgule à la fin de chaque ligne, soit en utilisant la méthode que j'ai fait (voir le code).
2- Le taux d'accroissement asymptotique est la valeur propre strictement supérieure en module a toutes les autres, et la fonction eig(A) renvoie un vecteur colonne contenant les valeurs propres de la matrice carrée A, c'est pour ça le taux d'accroissement fini en MATLAB est max(abs(eig(A))), ça m'a donné 1.049753e+00.
3- La fonction maxk(K,n) donne les n plus grandes éléments de la vecteurs K, alors pour trouver lambda2 (taux2 dans le code) on a pris le deuxième composant de maxk(abs(eig(A)),2)et on l'a divisé sur lambda1 (taux1 sur le code) pour avoir la vitesse de convergence à l'équilibre, ça m'a donné 7.684218e-01.
4- Les valeurs reproductives de chaque classe d'âge sont :

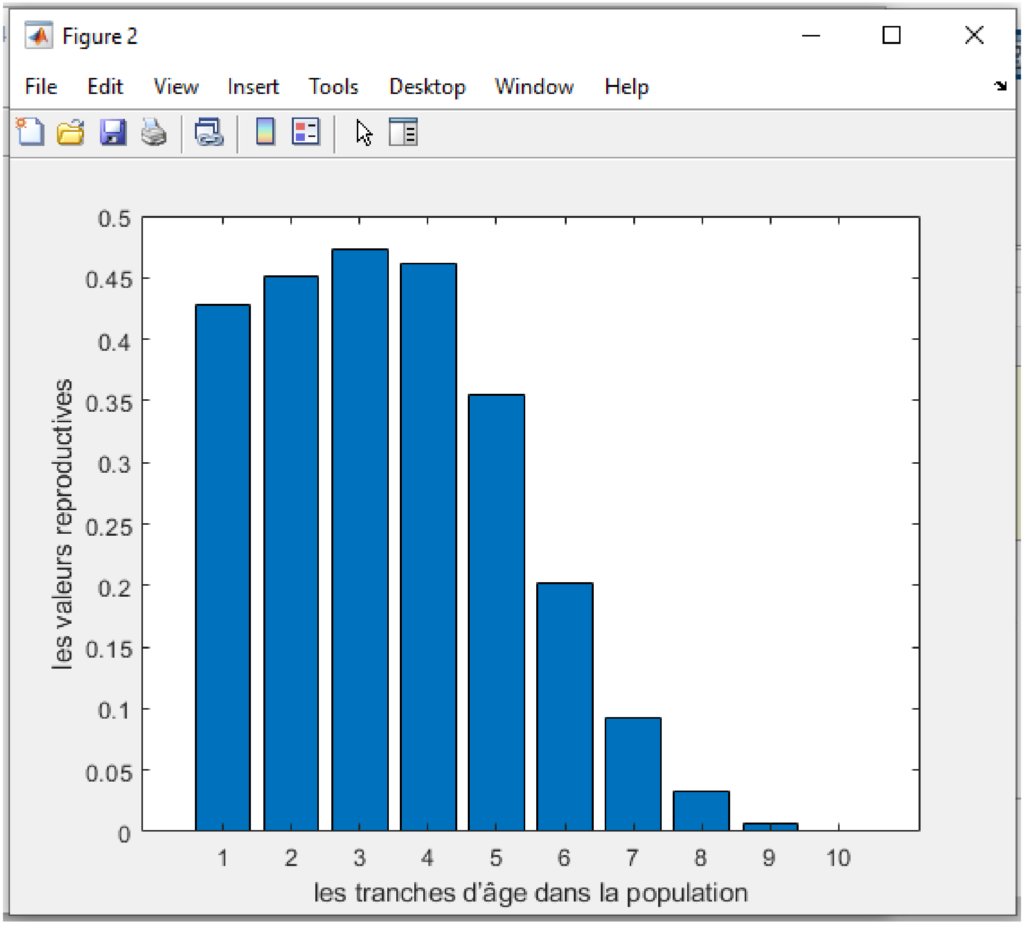
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0,125 196 | 0,118 869 | 0 ,11 305 | 0,107 455 | 0,102 027 | 0 ,0968 092 | 0,091 734 | 0,0867 221 | 0,0816 759 | 0,076 462 |




5 – Les valeurs reproductives de chaque classe d'âge c1 sont :

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0.12 5196 | 0.11 8869 | 0.11 305 | 0.10 7455 | 0.10 2027 | 0.096 8092 | 0.09 1734 | 0.086 7221 | 0.081 6759 | 0.07 6462 |

Voici l'histogramme en fonction des tranches d'âges de la population :




6- En utilisant la formule du cours dans le code, on obtient : $R_0 = 1.2890$ , et T le temps général qui est donné par la formule : $T = \ln R_0 / \ln \lambda_1 = 5.2285$.

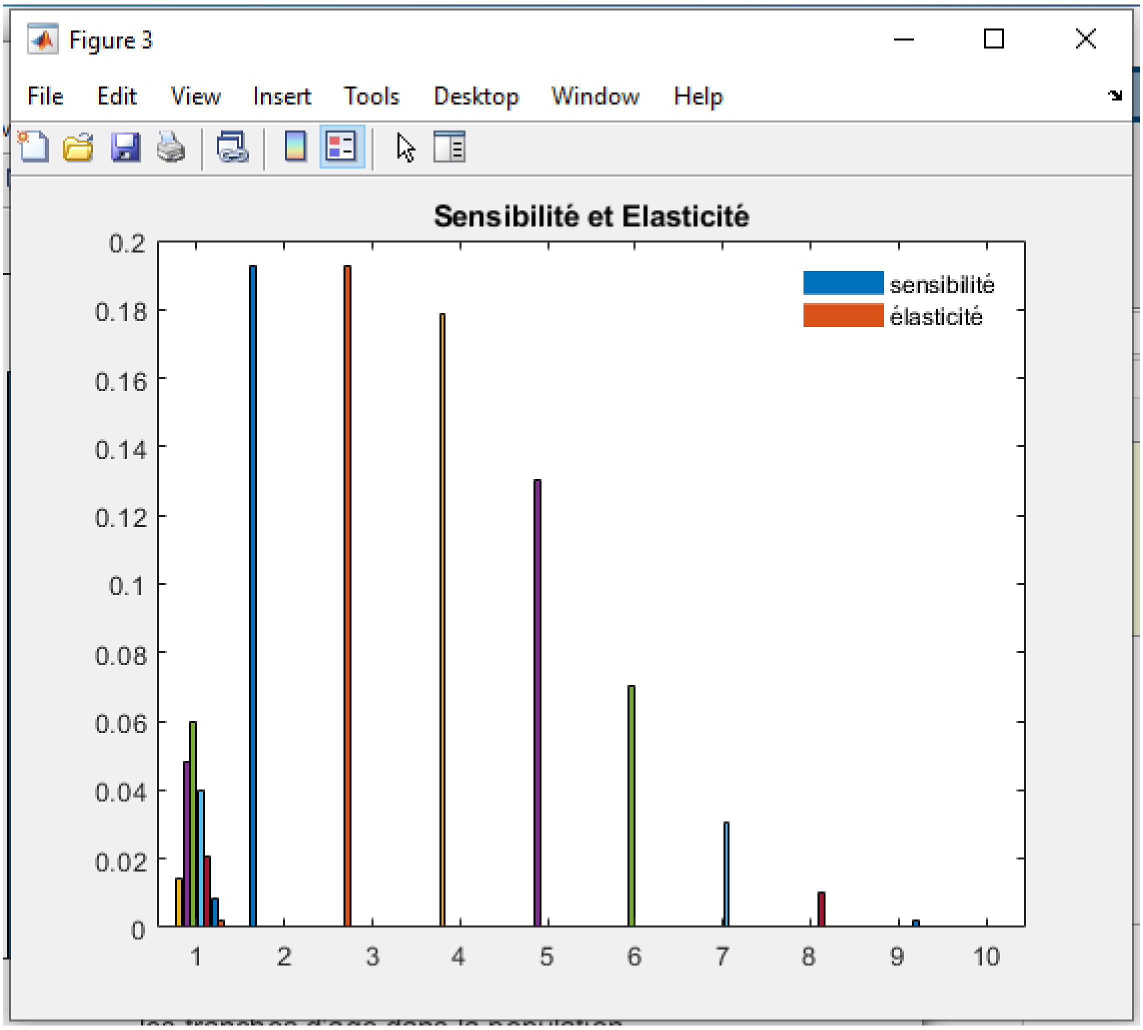
7- La matrice de sensibilité S est donnée par : $\frac{V_1 \times W_1^T}{V_1^T \times W_1}$ où $V_1 et\ W_1$ sont les vecteurs propres respectivement à gauche et à droite associées à λ1 , (pour l'afficher il faut juste écrire S dans command Window).

```
>> S

S =

    0.1928    0.1830    0.1741    0.1655    0.1571    0.1491    0.1413    0.1335    0.1258    0.1177
    0.2031    0.1928    0.1834    0.1743    0.1655    0.1570    0.1488    0.1407    0.1325    0.1240
    0.2133    0.2025    0.1926    0.1831    0.1738    0.1649    0.1563    0.1478    0.1392    0.1303
    0.2080    0.1974    0.1878    0.1785    0.1695    0.1608    0.1524    0.1441    0.1357    0.1270
    0.1599    0.1518    0.1444    0.1372    0.1303    0.1236    0.1172    0.1108    0.1043    0.0976
    0.0911    0.0865    0.0822    0.0782    0.0742    0.0704    0.0667    0.0631    0.0594    0.0556
    0.0417    0.0396    0.0377    0.0358    0.0340    0.0323    0.0306    0.0289    0.0272    0.0255
    0.0145    0.0138    0.0131    0.0124    0.0118    0.0112    0.0106    0.0100    0.0095    0.0089
    0.0029    0.0027    0.0026    0.0025    0.0023    0.0022    0.0021    0.0020    0.0019    0.0018
    0.0002    0.0002    0.0001    0.0001    0.0001    0.0001    0.0001    0.0001    0.0001    0.0001
```

8- La matrice d'élasticité E est donnée par : $E = \frac{1}{\lambda_1} \times S * L$ où * correspond au produit d'Hadamart (et comme S, pour afficher E il faut écrire E dans command Window).

```
E =

         0    0.0002    0.0141    0.0482    0.0599    0.0398    0.0205    0.0082    0.0018    0.0001
    0.1928         0         0         0         0         0         0         0         0         0
         0    0.1926         0         0         0         0         0         0         0         0
         0         0    0.1785         0         0         0         0         0         0         0
         0         0         0    0.1303         0         0         0         0         0         0
         0         0         0         0    0.0704         0         0         0         0         0
         0         0         0         0         0    0.0306         0         0         0         0
         0         0         0         0         0         0    0.0100         0         0         0
         0         0         0         0         0         0         0    0.0019         0         0
         0         0         0         0         0         0         0         0    0.0001         0
```

Et comme avant on obtient l'histogramme affichant la sensibilité et l'élasticité des paramètres.




**EXERCICE 4 :** Modèle logistique discret et chaos.

1– Vérifions que s=max(0,r-1/r) est un point fixe :

F(s)=s ➔ s=0 ou s=rs(1-s) ➔ s=0 ou 1=r(1-s) ➔ s=0 ou s=r-1/r

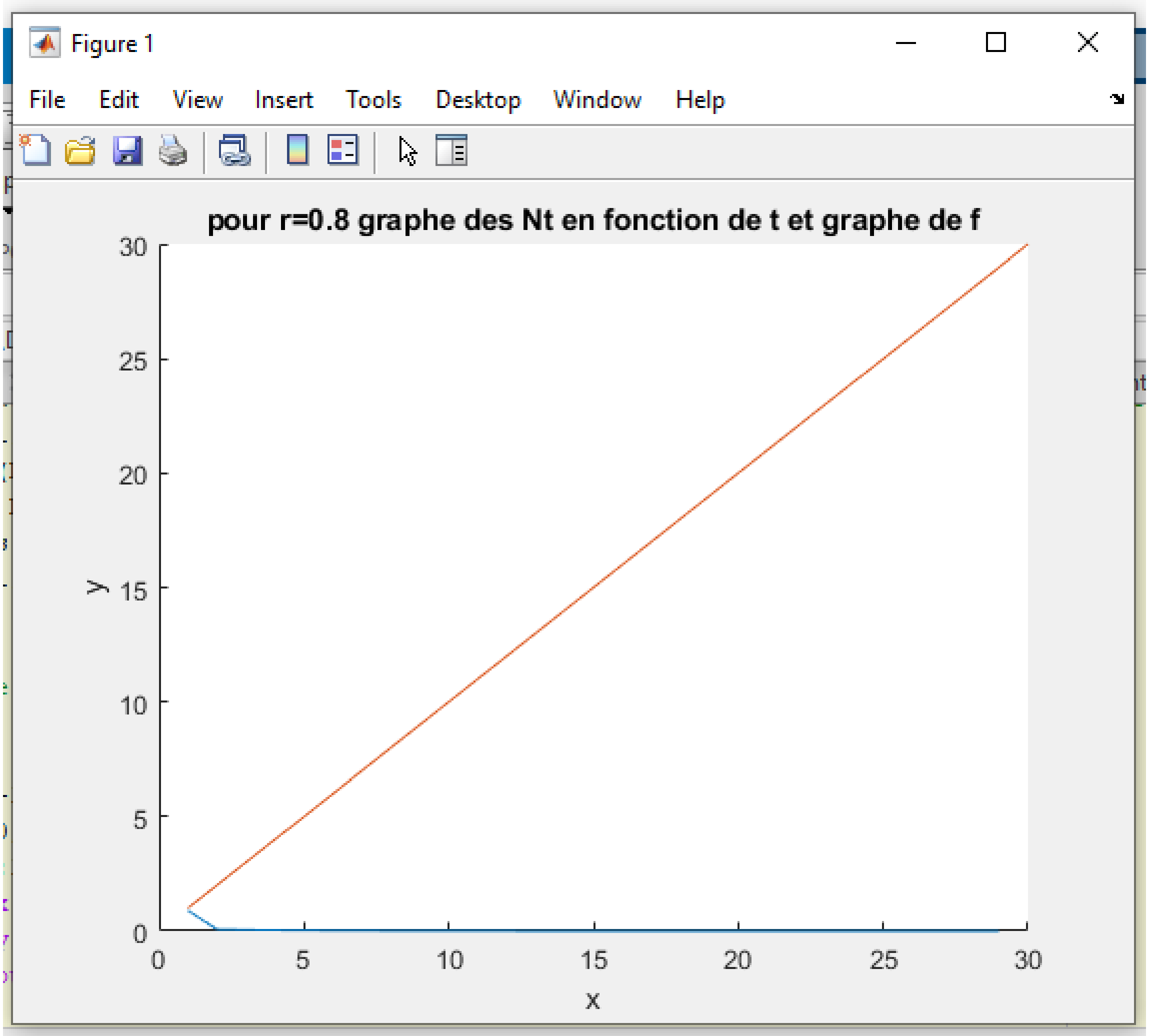
Alors s est un point fixe.

Montrons que $|f'(s)| < 1$ pour r<3 :

On a : f'(x)=r-2rx donc |f'(s)|=0 ou |f'(s)|=|-r+2| donc si r< 3 : |f'(s)|<1.

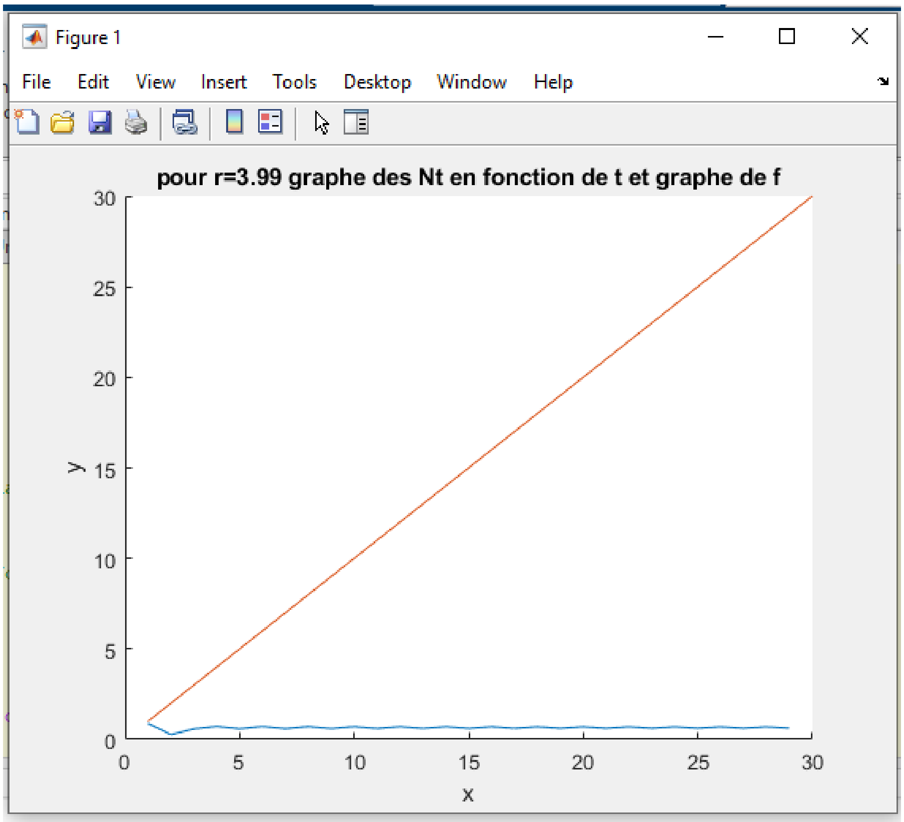
$2-\ N_{t+1} = rN_t(1-N_t)\ \ alors\ N_1 = rN_0(1-N_0)\ \ etc\ ...$

On fait ça à l'aide du boucle while parce qu'on ne sait pas le nombre d'itérations et concernant les graphes on a utilisé « hold on » pour les tracer en même temps.

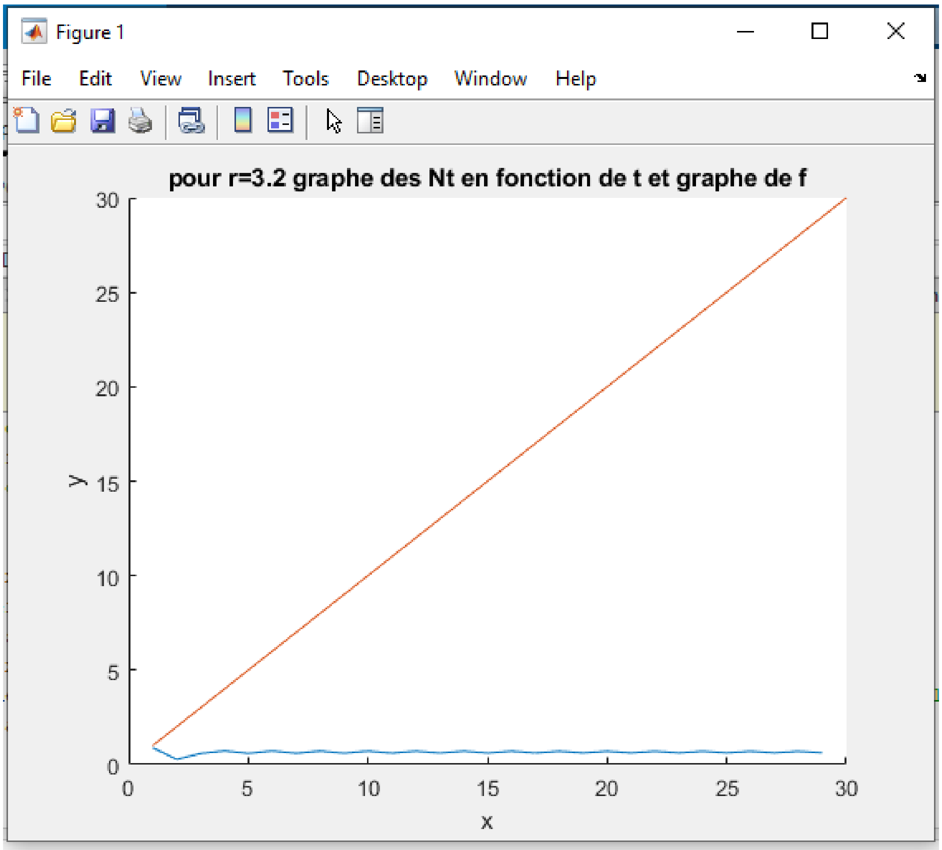



On change seulement la valeur de r dans le code pour tracer les autres courbes.

Pour r=3.99 :




Pour r=3.2 :




Pour r=2.9 :

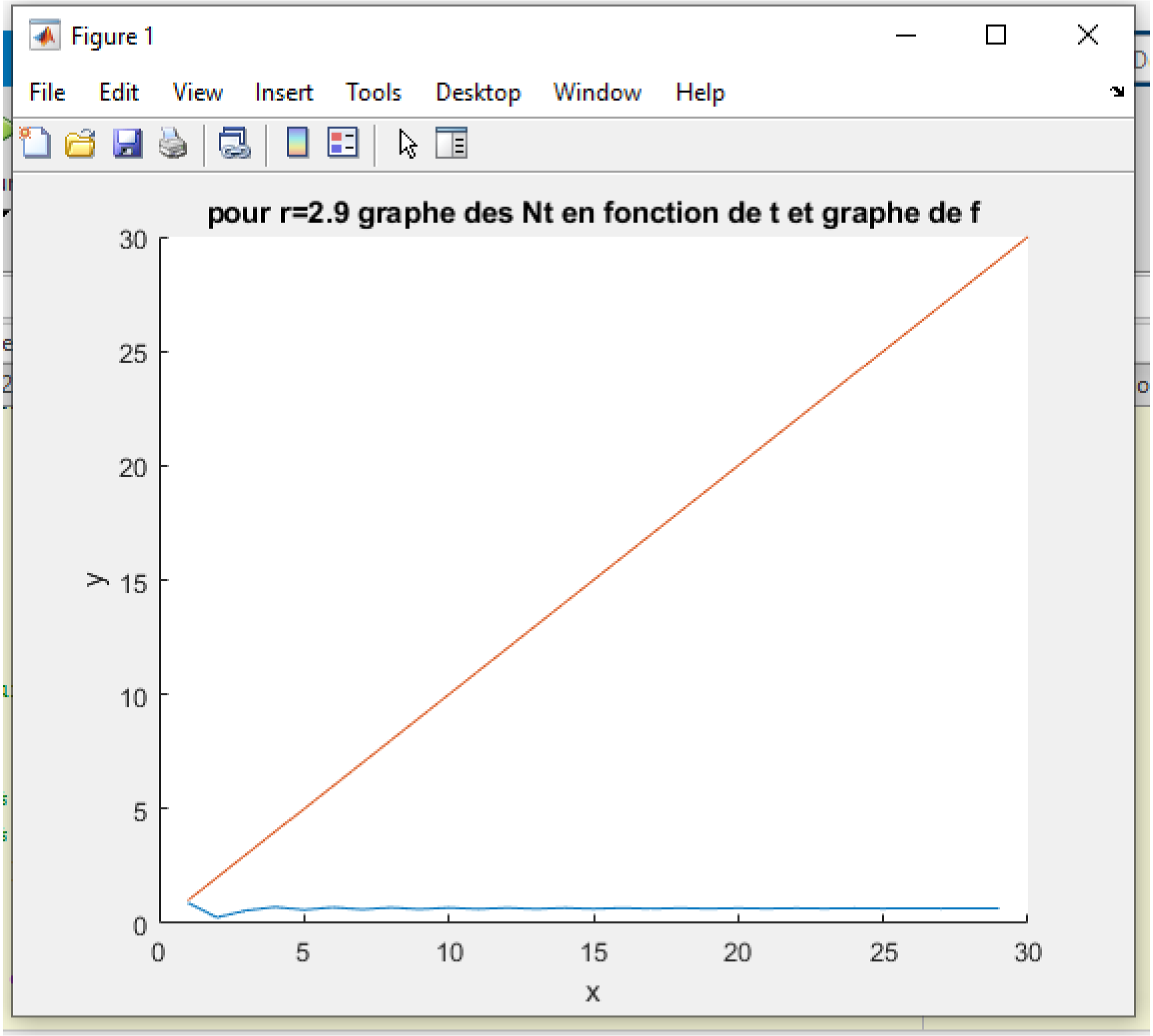


Figure 1
File Edit View Insert Tools Desktop Window Help
pour r=2.9 graphe des Nt en fonction de t et graphe de f
30
25
20
15
10
5
0
y
0 5 10 15 20 25 30
x