

Zakoni o silah

Sodpliv teles v okolici na opazovano telo (konkretna teresa)

- ↳ v stiku: npr. podlaga, vrvice... → ko ga prekinemo, sila preneha delovati
- na daljavo: Gravitacija (edina v mehaniki, potem še elisila) Ko gremo izven inercialnih sistemov so tudi druge sile, ki delujejo na podoben način

Obstajajo SAMO te sile. Npr., če vrtimo vedro vode na vrviči:

- Ko je naše opazovano telo voda, deluje nanjo le sila vedra (podlage) in teže
- Če je naše opazovano telo vedro, deluje nanj prav tako sila teže, traven pa še sila vode & vrvice (v stiku)

V primeru klade na klancu: SILA TEŽE (dinamična & statična komponenta) in SILA PODLAGE (sila lepenja, normalna sila) Te dve sili sta posledici teles v okolici (podlaga in Zemlja)

TEŽA - posledica pripadka teles z (veliko) maso, sila teže je sorazmerna z maso - sorazmernostni koeficient je vztrajnostna masa (ni razlike med težnostno maso)

$$\vec{F}_g = m \cdot \vec{g}$$

SILA PODLAGE

Toga = telo ne more ranjo (npr. trampolin)

Komponenta, ki je pravokotna na podlago je sila normale (F_\perp , F_n , N , F_p ...)

Velikost je odvisna od ostalih sil, itniti mora komponente ostalih sil (da se telo ne gibije pospešeno v podlago) To velja če ni pospešenega gibanja - dvigalo, ki se pospešeno dviga: za telo moramo napisati vektorsko vsoto (z newtonov zakon), če npr. naš klanec s klado spustimo da prosto pada, sila podlage ni.

Sila normale uravnoveša statično komponento sile teže, ki je pravokotna na klanc.

$$F_n = m \cdot g \cdot \cos \theta, \quad \theta = \text{naklonski kot klanca}$$

Komponenti, ki sta vzporedni s podlago sta sila lepenja in sila trenja

Podlaga se upira gibunju \rightarrow Lepenje, ke telo mira: $F_L \leq k_L \cdot F_N$
 Smer sile je takšna, da nasprotuje gibanju

Ko se telo premakne \rightarrow Trenje, sila nasprotuje gibanju

$$F_{tr} = k_{tr} \cdot F_N$$

Ko vecamo nagnonski kot klada zdrsne \rightarrow dinamitna komponenta se veta, obmotje lepenja pa manjša

$$k_L \geq k_{tr}$$

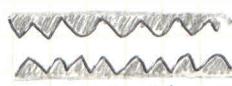
\hookrightarrow Vektorski zapis (nako dozoliti smer): $\vec{F}_{tr} = -k_{tr} \cdot \frac{\vec{v}}{|v|}$

Trenje je bolj ali manj neodvisno od velikosti stične ploskve, velikost lepenja in trenja primarno dolga VRSTA PODLAGE

enotski vektor

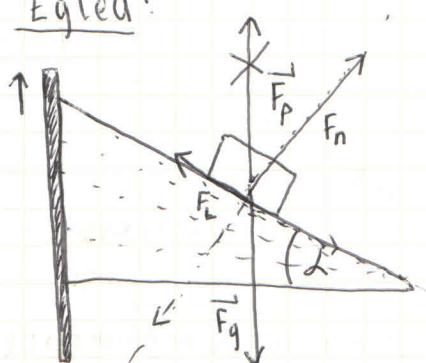


Na stične ploskve podledamo pod mikroskopom:
 Pri lepenju se zobeči ugnezdijo drug v drugega - potrebna je sila, da se premaknejo naravn. Pri trenju pa zadevajo drug v drugega.



Ke stvar preverjamo spoliramo se nam ploskvi na atomskem nivoju lahko sprimeta (silicijev kristal)

Zgled:



Naklon klanca povetujemo, dokler klada ne zdrsne

$$\alpha_{max} = 23,1^\circ (1 \pm 0,01)$$

$$\vec{F}_P + \vec{F}_g = 0$$



Postavimo nov koordinatni sistem:

$$\text{Smer } y: F_N = m \cdot g \cdot \cos \alpha$$

$$F_L \leq k_L \cdot F_N$$

$$\text{Smer } x: F_L = m \cdot g \cdot \sin \alpha$$



$$k_L \cdot F_N \geq \frac{m \cdot g \cdot \sin \alpha}{k_L}$$

$$\tan \alpha_{max} = k_L = 0,426 \pm 0,004$$

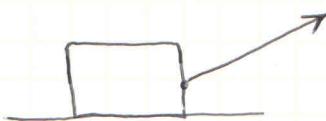
$$m \cdot g \cdot \cos \alpha \geq m \cdot g \cdot \sin \alpha \cdot \frac{1}{k_L}$$

$$\tan \alpha \leq k_L$$

POGOJ, DA KLADE NA KLANCU MIRUJE

SILA VRVICE, ŠKRIPCA, VZMETI

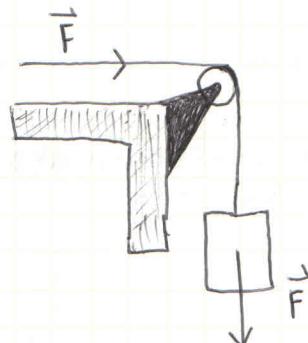
- VRVICA - tanka vrvica, prenese silo med roko in telesom



$$\vec{F}_{\text{vrvice}} = \vec{F}_{\text{roka}}$$

→ Če je masa vrvice zanemarljiva v primerjavi s maso telesa, ki ga vlečemo

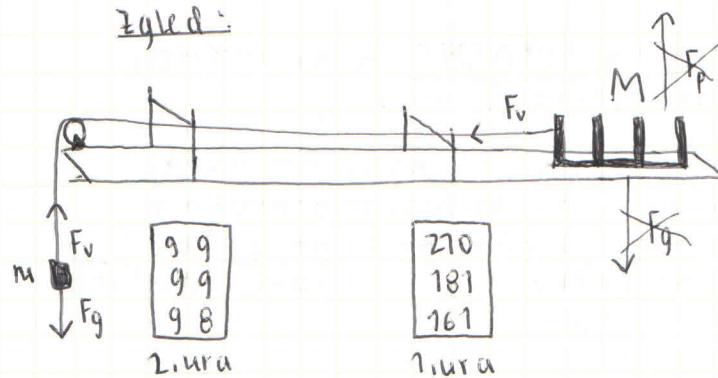
- ŠKRIPEC - tanki Škripel brez trenja prenese silo



$$|\vec{F}| = |\vec{F}_{\text{vrvice}}|$$

Škripel ohrani velikost sile, spremeni pa njen smer

Zgled:



Prva ura kuge vedno kraje intervale med letvicami - gibanje je bilo pospešeno

V drugem primeru je utekče padca na tla - gibanje je bilo enakomerno

$$M = 472 \text{ g}$$

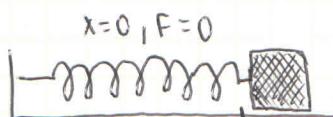
$$m = 20 \text{ g}$$

$$F_g - F_v = m \cdot a$$

$$F_v = M \cdot a$$

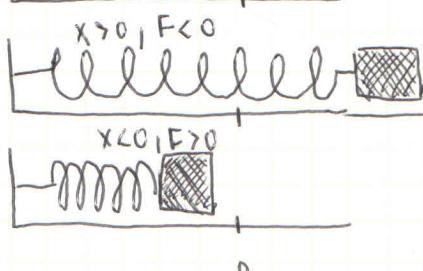
$$m \cdot g - F_g = (m + M) \cdot a \Rightarrow a = g \cdot \frac{m}{m+M} = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \frac{20 \text{g}}{482 \text{g}} = 0,40 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

- VZMETI - sila je nasprotna raztežku, velikost je sorazmerna raztežku



$$\vec{F}_{\text{vzmeti}} = -k \cdot \vec{x}$$

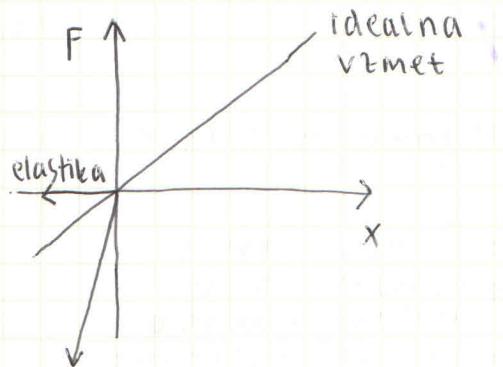
HOOKOV ZAKON



utekče	$\Delta \ddot{x}$
1	3,5
2	7,5
3	11,5
4	15
5	19
6	23,5

$$\bar{k} = \frac{\Delta \ddot{x}}{\text{utekče}} \approx 4$$

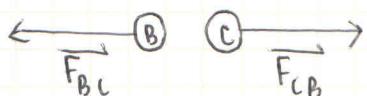
$$\bar{\sigma}_{\Delta \ddot{x}} \approx 0,5$$



Toga - pri stiskanju se obnaša kot cev

3. NEWTONOV ZAKON

- = zakon o vzajemnem učinku: telesi delujeta vzajemno aka.
- = nasprotno enakima silama druga proti drugi



$$-\overrightarrow{F_{Bc}} = \overrightarrow{F_{Cb}}$$

"akcija → reakcija" \Rightarrow sili delujeta sokasnno in ni vate, če zamenjamo B in C.

Sila teže na mito je nasprotno enaka sili mita na mit.

Med skokom v višino atletinja povišati zemljo nasprotno enako silo kot zemlja atletinjo (vendar pa je pospešek atletinje veliko večji kot pospešek zemlje, zato atletinja pada na zemljo in ne obratno).

\rightarrow Paziši moramo biti pri označevanju sil, če gre namreč za pospešen sistem, v katerem je uteha na podlagi $F_g \neq F_n$!

A free body diagram of a mass m represented by a rectangle. It is subject to three forces: a vertical force $\overleftarrow{-F_v}$ pointing down, a vertical force $\overrightarrow{F_v}$ pointing up, and a horizontal force $\overrightarrow{F_r}$ pointing right. Below the diagram, the text "3. NEWTONOV ZAKON" is written. To the right of the diagram is the equation $m \cdot a = F_r - F_v$.

SILE PRI KROŽENJU

Sila, ki je potrebna za kroženje je CENTRIPETALNA SILA, vzrok za kroženje je v okolici telesa (npr. vrvica oz. gravitacija)

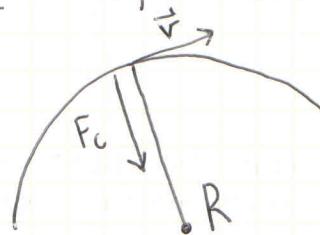
Eč teles v okolici ni, telo NE MORE krožiti (giblje se lahko le PREMO in enakomerno)

$$\vec{F}_c = m \cdot \vec{a}_c$$

... centripetalno silo lahko predstavljajo različne druge sile (npr. gravitacijska, črka jedrska sila, sila vrvice...)
→ druge sile v kontekstu kroženja prevzamejo vlogo centripetalne sile.

= sredotežna sila

Zgled: Vožnja avtomobila skoti ovinek:



$$\vec{F}_c = -m \omega^2 \vec{r}$$

V okolici sta le cesta & zemlja sila podlage nam izhaja sila teže → zaradi nje imamo tudi silo lepenja

$$-\frac{r}{r} k_L \cdot Mg \geq \vec{F}_L = \vec{F}_c \quad \dots \text{sil lepenja v našem primeru predstavlja centripetalno silo}$$

$$k_L \cancel{Mg} = M \omega^2 r$$

$$\omega^2 = \frac{k_L g}{r}$$

$$V = wr \Rightarrow V^2 = k_L gr \Rightarrow V_{\max} = \sqrt{k_L gr}$$

$$V_{\max} = \sqrt{0,8 \cdot 10 \text{ m/s}^2 \cdot 50 \text{ m}} = 20 \text{ m/s}$$

⇒ Tudi v optimalnih pogojih v precej blagih ovinkih s silo lepenja ne moremo prav hitro voziti $\rightarrow V_{\max}$. povečamo tako, da ovinek malo nagnemo (pri formuli 1 pa to opravi aerodinamična oblika avtomobila)

Kaj pa je z astronavti v ISSju?

Največ sile teže lutimo v podplatih - na stiku, v ISSju pa je F_g razporejena po celem telesu, niti ne deluje na nekaj drugega, zato sile teže „ne lutijo“

Pralni stroj - perilo očame „centrifugalna sila“ \Rightarrow pravzaprav romanjenje centripetalne sile v inercialnem sistemu na kapljice vode v perlu, zato grejo te v smere tangente natir

Inercialen sistem je tisti, v katerem deluje 1. Newtonov zakon (S)

$$S \xrightarrow{\vec{a}_S} \vec{s}' \quad \boxed{\begin{array}{l} \text{pospešek neinercialnega sistema} \\ \text{izmenjen v inercialnem sistemu} \end{array}}$$
$$\vec{a} \rightarrow \vec{a}' = \vec{a} - \vec{a}_S$$

II. Newton zakon:

$$\vec{F} = m\vec{a} \rightarrow \cancel{\vec{F} = m\vec{a}}$$

$$\boxed{\vec{F}'} = m\vec{a}' ?$$

? \vec{a}' poznamo ($\vec{a} - \vec{a}_S$)
Kaj pa je s silami?

Sile nam opisujejo delovanje teles enega na drugog, niz pa nam ne povejo o opazovalnih sistemih. Trenutno verjamemo, da je delovanje teles eno na drugo neodvisno od opazovalnega sistema, zato mora veljati:

$$\vec{F} = \vec{F}'$$

$$\vec{F} = m\vec{a}' + m\vec{a}_S \quad \checkmark$$

Tehnike ne znamo izmeniti v neinercialnem sistemu, pospešek sistema moramo dobiti v inercialnem sistemu.

$$\boxed{\vec{F}' - m\vec{a}_S = m\vec{a}'}$$

Ta enačba je posledica pospešenosti sistema (ne pol teles v okolici)
zato zapiskemo:

$$\vec{F}' + \vec{F}_S = m\vec{a}'$$

$$\boxed{\text{SISTEMSKA SILA: } \vec{F}_S = -m\vec{a}_S}$$

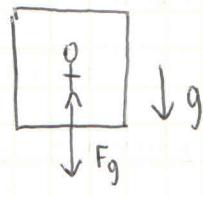
-m telesa v okolici!

Ta sila deluje, kjer je masa \rightarrow po masi, naprej

\Rightarrow Te lastnosti imata sila teže, takšna sila lahko silo teže IZNIKI. V neinercialnih sistemih ni težko dosegiti "breteteknostnega stanja". V padajočem dvigalu sistemsko silo deluje z velikostjo $-mg$, medtem ko teminja deluje s silo $+mg$.

za pojasnilo pojavov v neinercialnih sistemih moramo dodati pravim silam, ki jih povzročajo telesa, dodati še SISTEMSKO SILO

Zgled:



kabina, ki prosto pada

$$\vec{F}_g = m\vec{a}$$

$$\vec{g} = \vec{a}$$

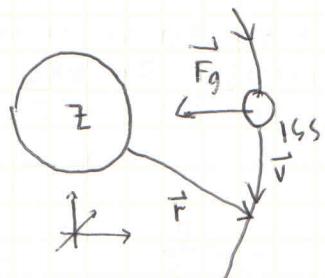
Če pa je naš inercialni sistem kabina:

$$\begin{aligned}\vec{a}' &= 0 \\ \vec{F}_g &= 0?\end{aligned}$$

Kenimamo oken in izmerimo naš pospešek v kabini je ta enak 0

$$\vec{a}_s = \vec{g} \Rightarrow \vec{F}_g - m\vec{a}_s = \vec{F}_g - m\vec{g} = 0 \checkmark$$

V tem primeru je sistemsko sila nasprotno enaka sili teže, razporejena je po celotni masi



$$\vec{F}_g = m\vec{a}$$

Če sam Newtonov zakon nam ne napoveduje gibanja, pove nam le, kaj je to pospešek. Popoln tir nam da tudi zatehno hitrost in lego.

Tu imamo zatehno hitrost, ki je na tir kroženja tangencialna. Če je hitrost kroženja majhna, je tir elipsa, če pa je hitrost velika, je tir hiperbola.

Idealiziramo: telo kroži (Fg povsod predstavlja Fc, v=konst):

$$\vec{F}_g = m\vec{a}$$

$$m\vec{g} = -m\omega^2 \vec{r}$$

$$\omega^2 = \frac{\vec{g}}{r}$$

$$v_0^2 = g \cdot r \dots 1. kozmična hitrost$$

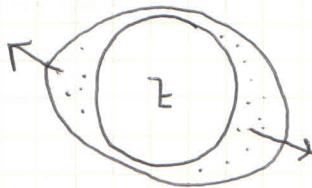
Zdaj pa se premaknemo v ISS (neinercialen sistem):



$$\begin{aligned}\vec{a}' &= 0 = \vec{F}_g - m\vec{a}_s \\ \vec{a}_s &= \vec{g}\end{aligned}$$

$$g(r) \propto \frac{1}{r^2}$$

* Ta pogoj je izpolnjen le pri enem radiju, saj se a_s z radijem veča, g pa z radijem manjša.



Sistemski sile (plimne sile) vratejo ven
→ so znotraj tega zanemarljive (majhen Δr)

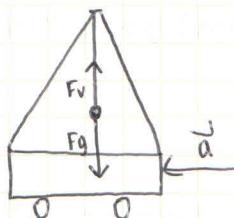
(L)

$$\vec{F}_s = -m\vec{a}_s = -m(-\omega^2 \vec{r}) = m\omega^2 \vec{r} =$$

$= -F_g$... zaradi pospešenosti sistema

$$\vec{F}_g = \vec{F}_c \dots \text{prava sila}$$

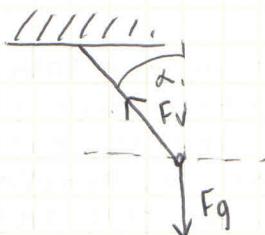
Centrifugalna sila je sila, ki nastopav v sistemu, ki kneti in nam popravi Newtonov zakon v neinercialnem sistemu



Vozitek, na katerem je obeseno nihalo

$$\vec{F}_v + \vec{F}_g = m\vec{a}$$

Ko zatemno premikati vozitek s pospeškom \vec{a} , se mora vrhica odkloniti, saj druge pospeške ne more biti.



Sila vrvice in sila teže sta si nasprotno enaki, ko vozitek miruje. F_g ves čas vrate v isto smer, zato more F_v smer spremeniti.

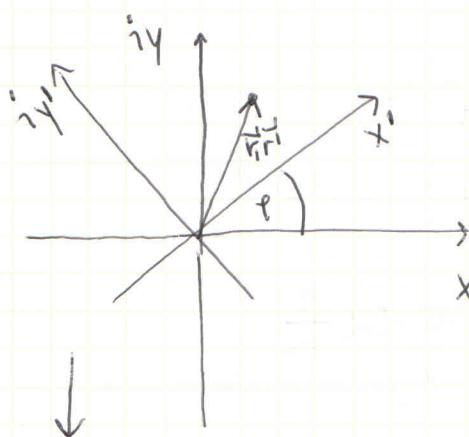
$$\begin{aligned} F_v \cdot \cos \alpha &= mg \\ F_v \cdot \sin \alpha &= ma \end{aligned} \quad \left. \begin{aligned} \tan \alpha &= \frac{a}{g} \end{aligned} \right\}$$

če gledamo vozitek: $\vec{a}' = 0$

$$\vec{F}_s = -m\vec{a}$$

$$\vec{F}_v + \vec{F}_g + \vec{F}_s = 0$$

Vzemimo vrteko se prostor (njeno izhodišče ot center vrtenja postavimo v koordinatno izhodišče)
Njen sistem le bo vrzel okoli našega s kotno hitrostjo ω .



$$\omega = \frac{dp}{dt} = \text{konst.} \quad \varphi = \omega t$$

Isti radijektor na plasti lahko opisemo t obeh sistemov.

$$\vec{r}' = R \cdot \vec{r}$$

↑ rotacijska matrika (transformacija)

Realno ravnilno pretvorimo v kompleksno ravnilo

$$\vec{r} \rightarrow z = Rez + iImz = |z| \cdot e^{i\varphi}$$

$$\vec{r}' \rightarrow z' = e^{-i\omega t} z$$

⇒ Polarne koordinate veliko latje odvajamo po času kot kartezitne.
To potrebujemo, ker nas zanima, kaj se dogaja s pospeškom, ko ima \vec{F} svojo (konstantno) hitrost (ko je pri minu te vemo, kaj se dogaja - astronaut v ISSju)

$$(1) \vec{r} = \text{konst.}, \dot{a}^l = 0$$

$$\vec{a} = \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} = \frac{d^2 \vec{z}}{dt^2} = \frac{d}{dt} \left(\frac{d e^{i\omega t} \cdot \vec{z}^l}{dt} \right) = \frac{d}{dt} \left(i\omega e^{i\omega t} \vec{z}^l + 0 \right) =$$

Odvod vektorja je
njegov razteg
(pomnožimo ga z $1/dt$)

$$(\vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r})) \dots 3D$$

$$= i\omega i\omega e^{i\omega t} \vec{z}^l \leftrightarrow -\omega^2 \vec{r}$$

$$\vec{z} = e^{i\omega t} \cdot \vec{z}^l \leftrightarrow \vec{r} \text{ (radij vektor v inercialnem opazovalnem sistemu)}$$

$$\vec{a} = \frac{d}{dt} (i\omega e^{i\omega t} \vec{z}^l + 0) =$$

$$\boxed{\text{KOMPLEKSNA HITROST}} \rightarrow \frac{dz}{dt} = V_C$$

$$i = e^{i\frac{\pi}{2}} \dots \text{to je v kompleksni ravnini zasnik za } 90^\circ$$

Enačba pravi: v temi radij vektor, podaljšaj ga za ω in zasukaj za 90°
⇒ dobimo v

Potrebujemo obratno transformacijo
 $\vec{z}^l \rightarrow \vec{z}$

CENTRIPETALNI POSPEŠEK

$$(2) GIBANJE S HITROSTJO $\vec{v} = \text{konst.}$$$

$$\vec{z}^l = z_0^l + v_0^l \cdot t \text{ (radij vektor kot funkcija časa)}$$

$$\vec{a} = \frac{d^2 \vec{z}}{dt^2} = \frac{d^2 e^{i\omega t} \cdot (z_0^l + v_0^l \cdot t)}{dt^2} = \frac{d (i\omega e^{i\omega t} \cdot z_0^l + i\omega e^{i\omega t} \cdot v_0^l \cdot t + e^{i\omega t} \cdot \ddot{v}_0^l)}{dt}$$

$$= i\omega i\omega e^{i\omega t} \cdot z_0^l + i\omega \cdot v_0^l \cdot e^{i\omega t} + i\omega i\omega e^{i\omega t} \cdot v_0^l \cdot t + i\omega \cdot e^{i\omega t} \cdot \ddot{v}_0^l =$$

$$= -\omega^2 \cdot \boxed{e^{i\omega t} \cdot \frac{(z_0^l + v_0^l \cdot t)}{z^l}} \rightarrow \vec{z} \rightarrow \vec{r}$$

$$+ \boxed{2i\omega e^{i\omega t} \cdot v_0^l}$$

$$= 2\vec{\omega} \times \vec{v} =$$

$\vec{a}_{\text{cor}} \dots$ CORIOLISOV POSPEŠEK

... CENTRIPETALNI POSPEŠEK

$$\vec{F}_{\text{CF}} = m \cdot \vec{a}_{\text{c}}$$

$$\boxed{\vec{F}_{\text{cor}} = -2m \vec{\omega} \times \vec{v}}$$

sila navidezne teže

Herman Potočnik : vesoljske postaje vrtimo in ljudje nanjej
vrtijo sistemsko silo → toni tako dobra ideja

$$\underbrace{\omega^2 r}_{\downarrow} = a_c = g$$

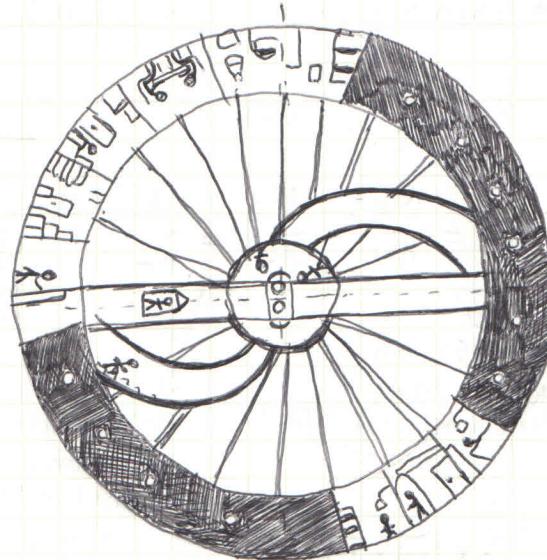
Manjši, kot bo radij (vesoljske postaje), hitreje bomo moralni vrteti postajo, da bomo dosegli g.

$$r=40m \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{g}{r}} = \sqrt{\frac{10m}{s^2 \cdot 40m}} = 0,557$$

Vstanemo iz postelje na vesoljski postaji s hitrostjo $v = 2m/s$

$$a_{cor} = 2m/s^2$$

→ pospešek (neprikovan) nas udari na stran



Coriolisova sila kaže zmeraj pravokotno na smjer gibanja

Na velikih skalah dolota vremenske pojave (tornado, morski tokovi, ...). Zato tudi veter pina z Zahoda in ne v smen S-J (kjer je zaradi vpadnega kuta sonca največja razlika v tlakih).