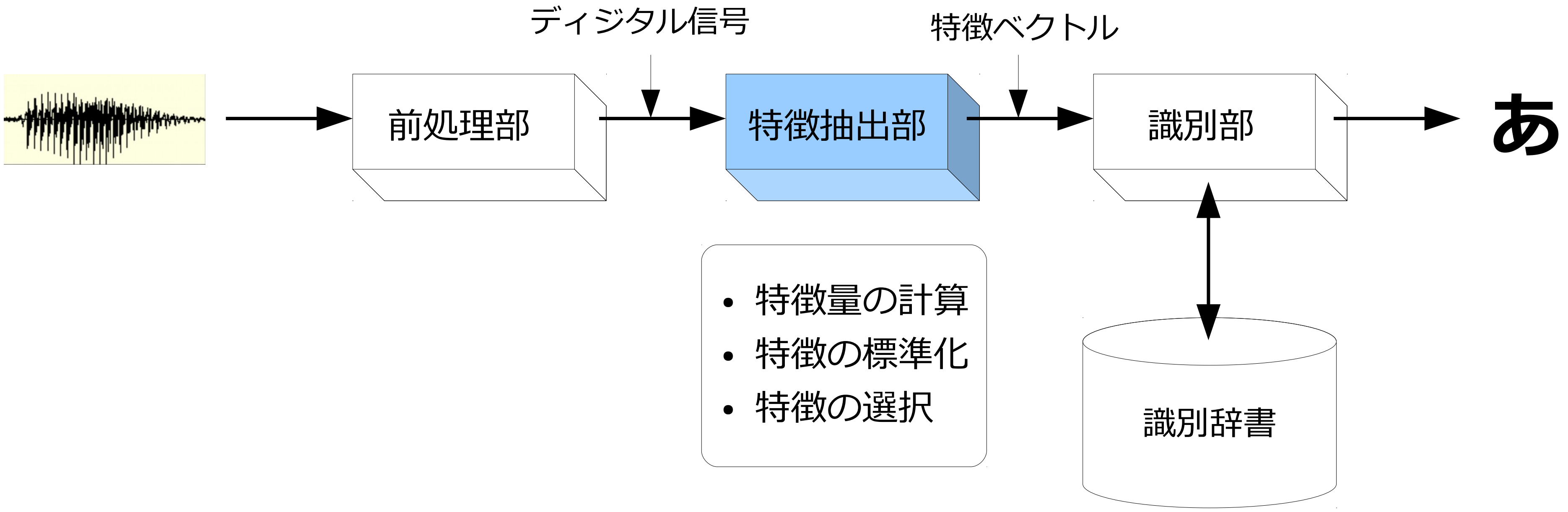
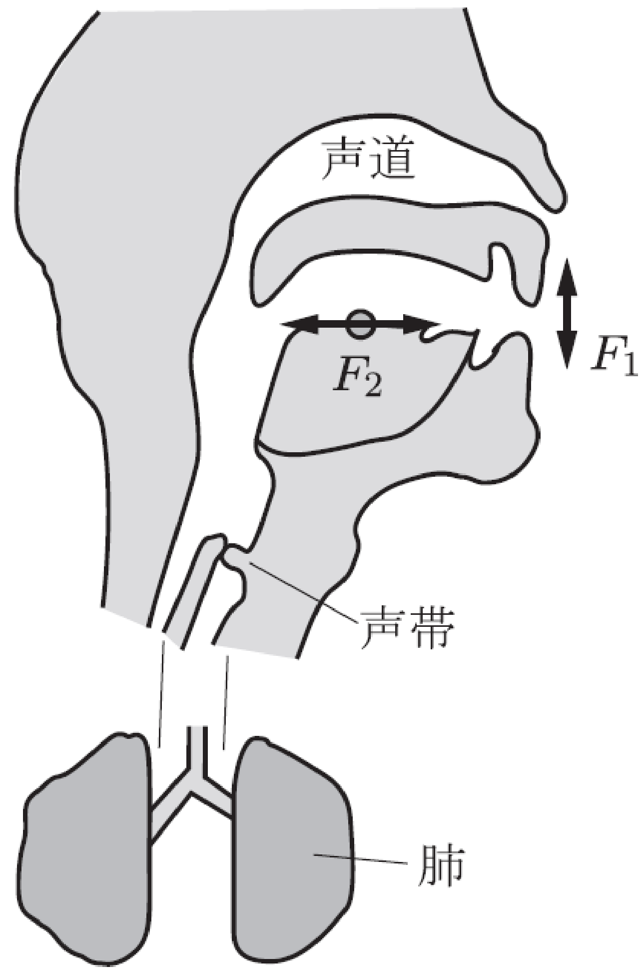
# 3. パターンの特徴を調べよう



# 3.1 変動に強い特徴とは

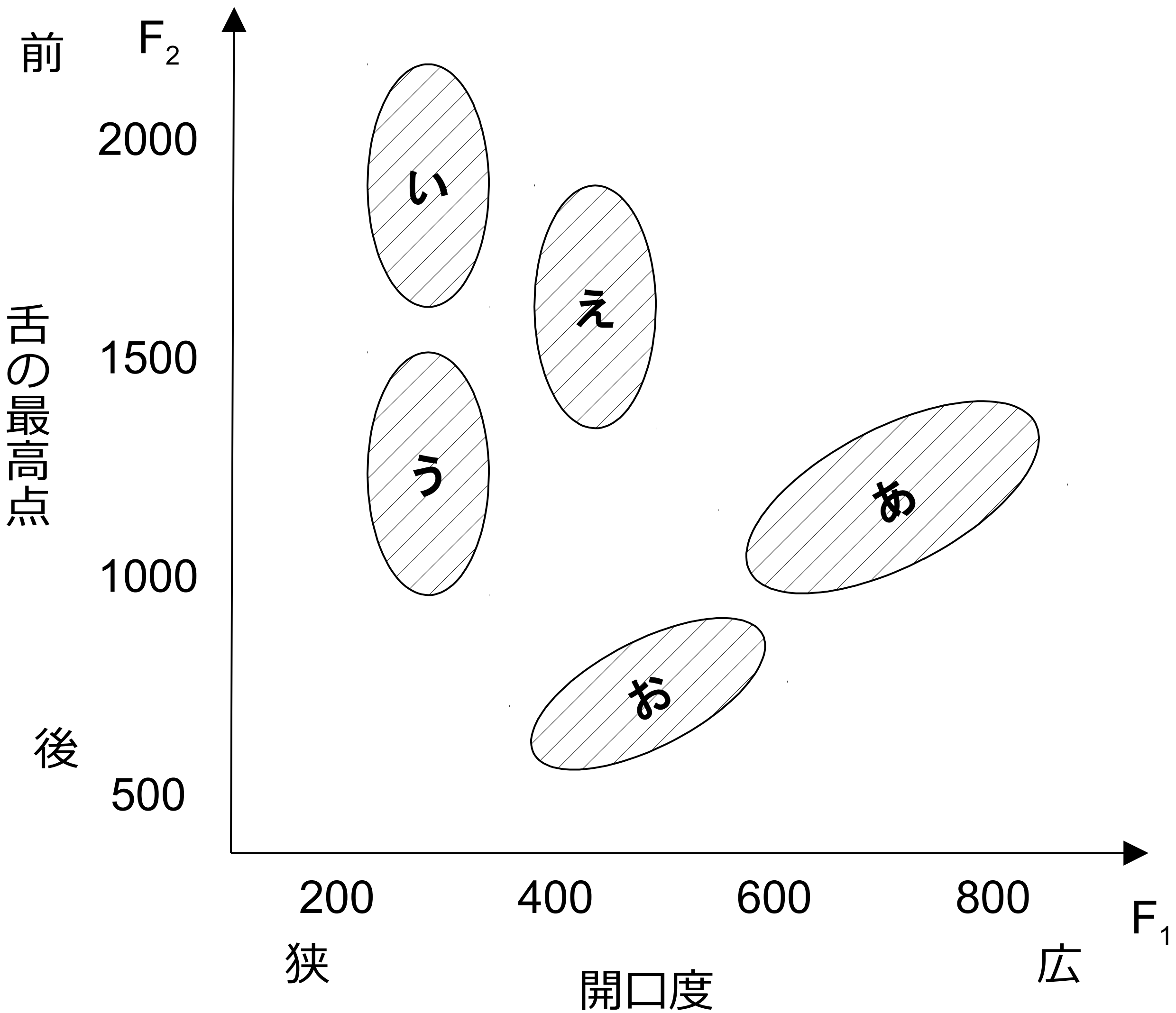
## 3.1.1 音声の場合

- 音素の違いとは
  - 声帯を振動の有無（パルス波か雑音か）
  - 声道（口の開き具合・舌の位置など）の変形
    → 共振周波数の違いが大きな特徴




(a) 発声の仕組みと調音のメカニズム

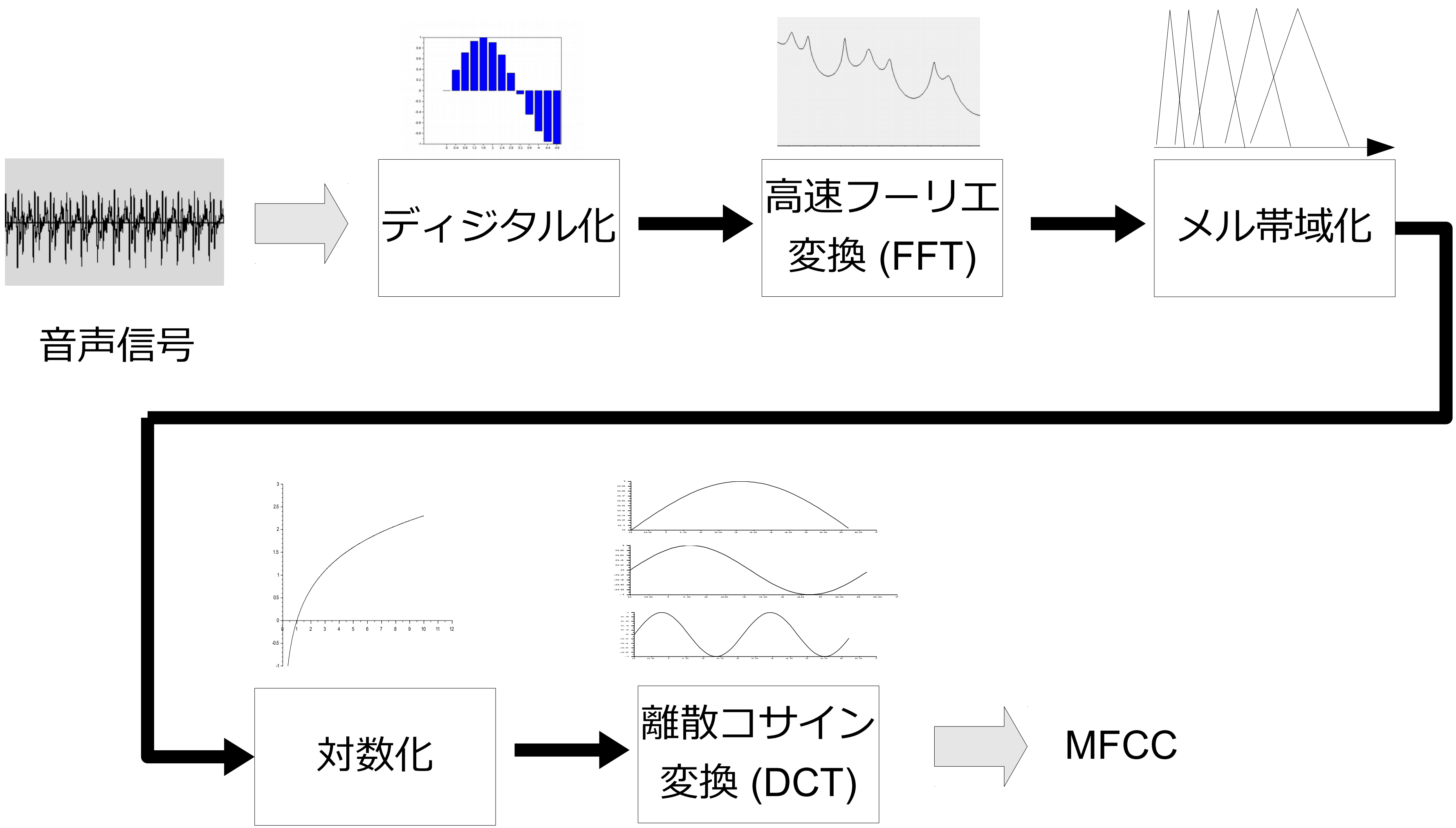
# 3.1.1 音声の場合




(b) 日本語母音識別のための特徴空間（男性）

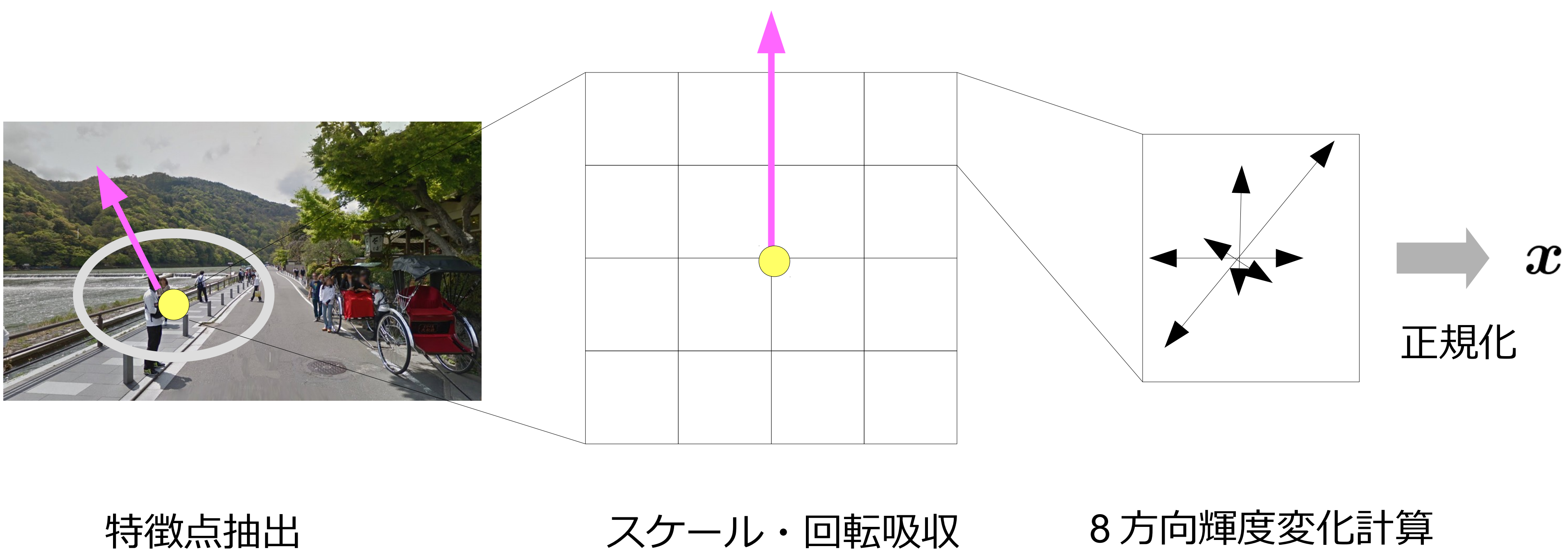
# 3.1.1 音声の場合

- MFCC (Mel Frequency Cepstrum Coefficient)
  - スペクトルの概形情報を抽出



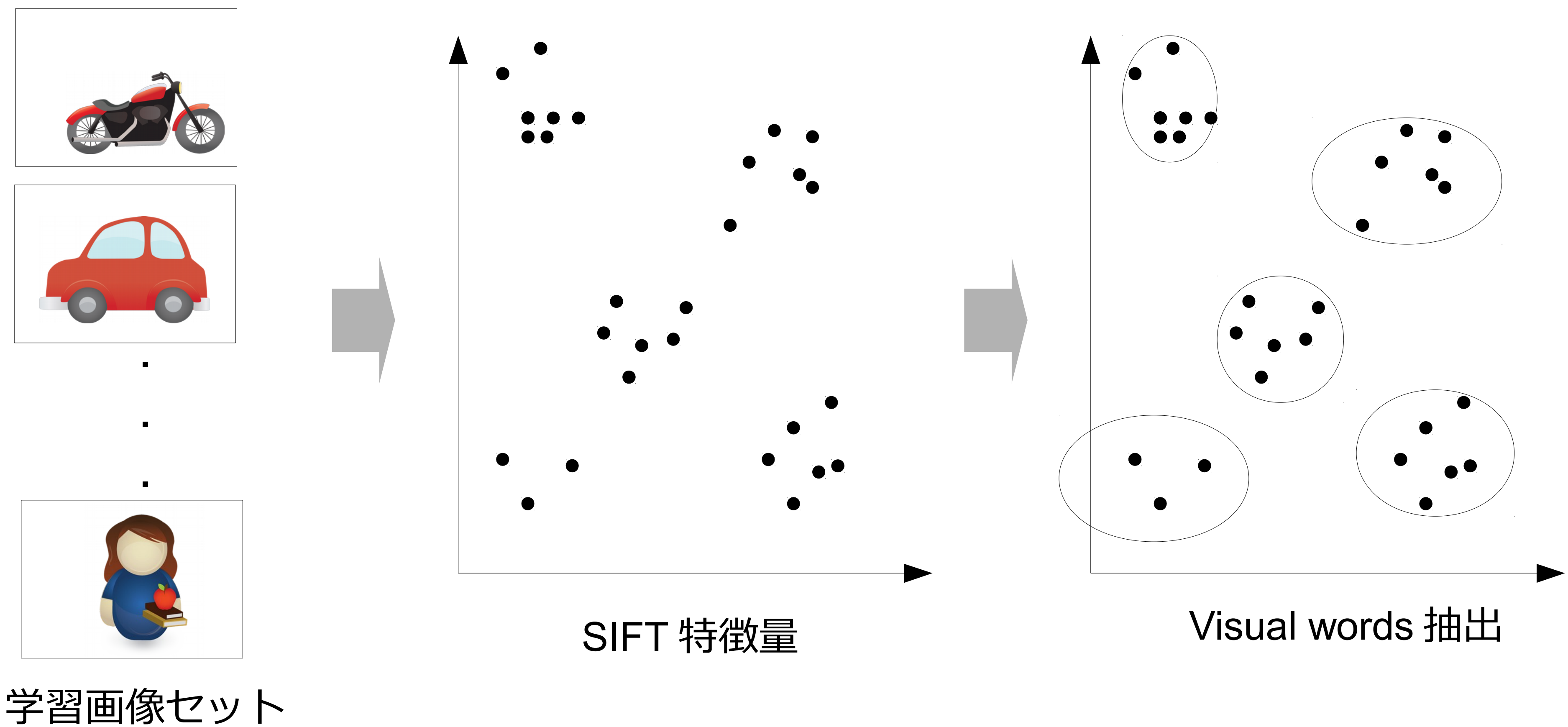
# 3.1.2 画像の場合

- 画像の変動
  - 明るさの変化，拡大・縮小，回転など
- SIFT 特徴量
  - 2 枚の画像の対応抽出などに有効



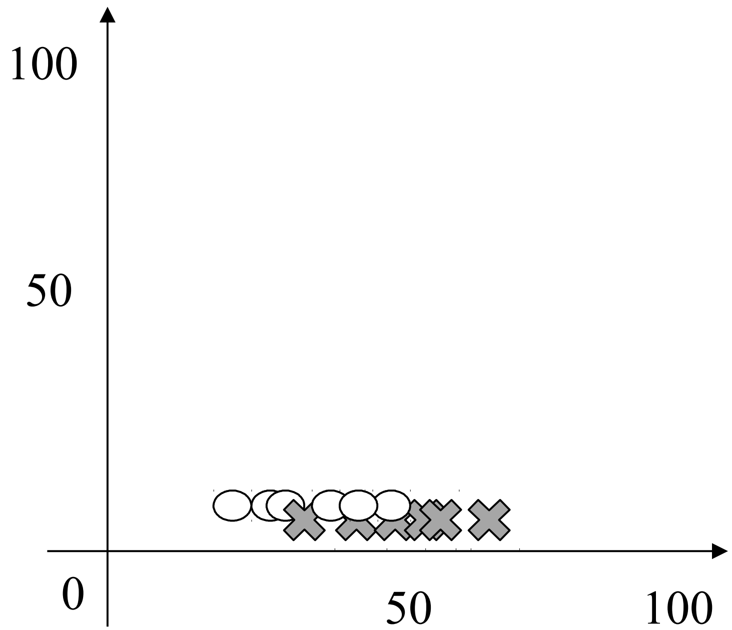
# 3.1.2 画像の場合

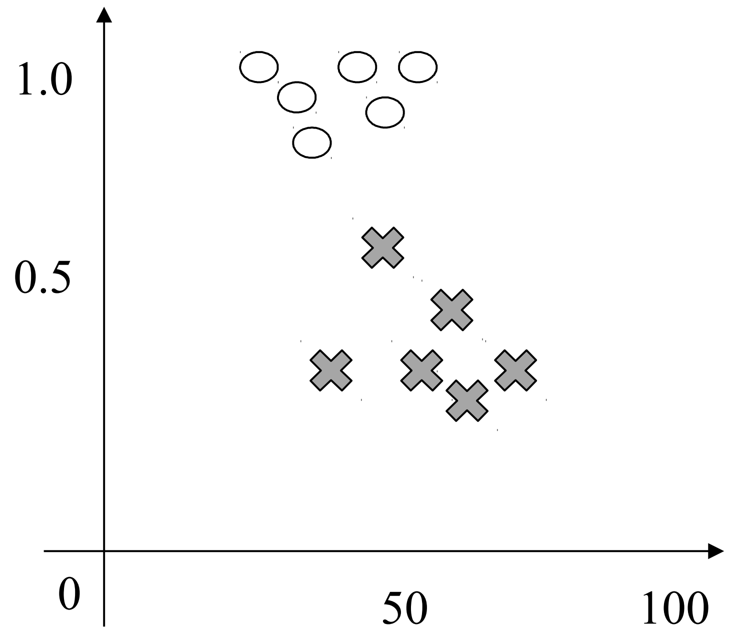
- Bag of Visual Words
  - SIFT 特徴量の似ているベクトルを単語と見なし、その出現頻度を特徴として分類問題に適用



# 3.2 特徴のスケールを揃える

- 各軸で値のスケールが異なる場合




標準化の必要性

# 3.2 特徴のスケールを揃える

- スケールの揃え方
  - 特徴空間の単位超立方体の体積を軸伸縮の前後で一定に保ち、かつパターン相互の距離を最小化

    $\rightarrow$ 各軸の分散を等しくする
- 平均値を 0 にしておくと分析に便利
- 標準化の式

$$x_i' = \frac{x_i - m_i}{\sigma_i} \qquad m_i,\ \sigma_i$$

：軸 $i$ の平均、分散

# 3.3 特徴は多いほどよいか

## 3.3.1 偶然に見つかってしまってはまずい

### (1) 偶然の傾向とは

- 特徴は多いほどよいか
- 特徴が多くデータ数が少ないと、偶然の傾向が現れるかもしれない

➡ 特徴の次元数が高いほど、偶然の傾向が発見される可能性が高い

## 3.3.1 偶然に見つかってしまってはまずい

### (2) 学習に必要なパターン数

- 超平面の容量 $2(d+1)$
  - $p(n,d)$： $d$ 次元空間上で、適当に配置された $n$ 個のパターンを任意に２クラスに分けたとき、超平面により線形分離できる確率

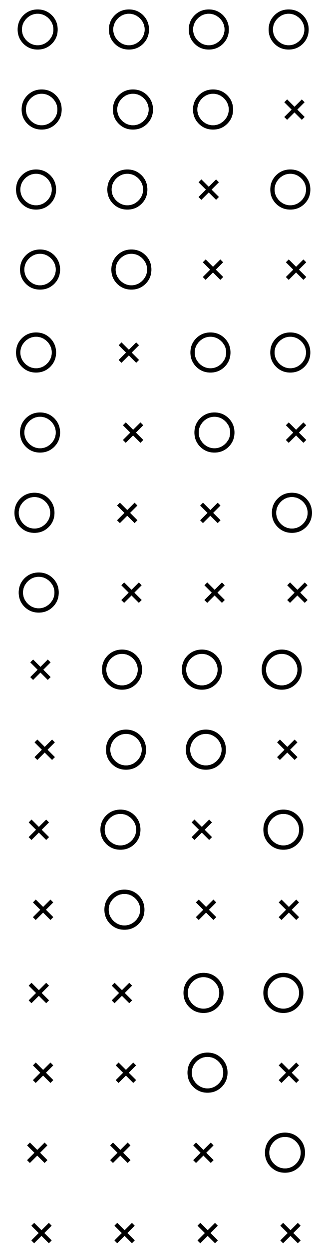
$$n < 2(d+1) \ : \ p(n,d) \sim 1$$

$$n = 2(d+1) \ : \ p(n,d) = 1/2$$

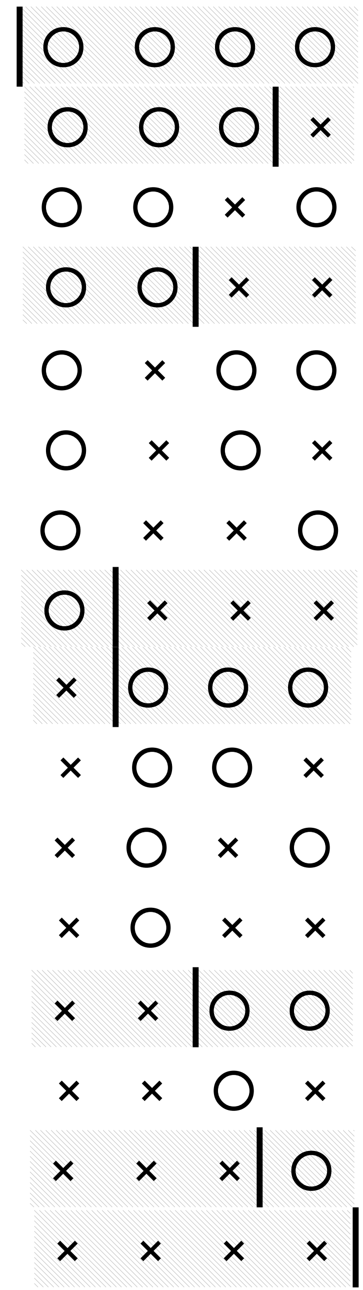
$$n > 2(d+1) \ : \ p(n,d) \sim 0$$

# 例題 3.2

$$p(4,1) = 1/2$$



(a) データの配置



(b) 二つに分離可能

## 3.3.1 偶然に見つかってしまってはまずい

### (3) 見つかるはずのないものが見つかった？

- $n \gg 2(d+1)$ のとき
  - $p(n, d) \sim 0$
  - もしこの条件で識別面が見つかったとしたら

    $\longrightarrow$ 偶然には存在しえないものが見つかった

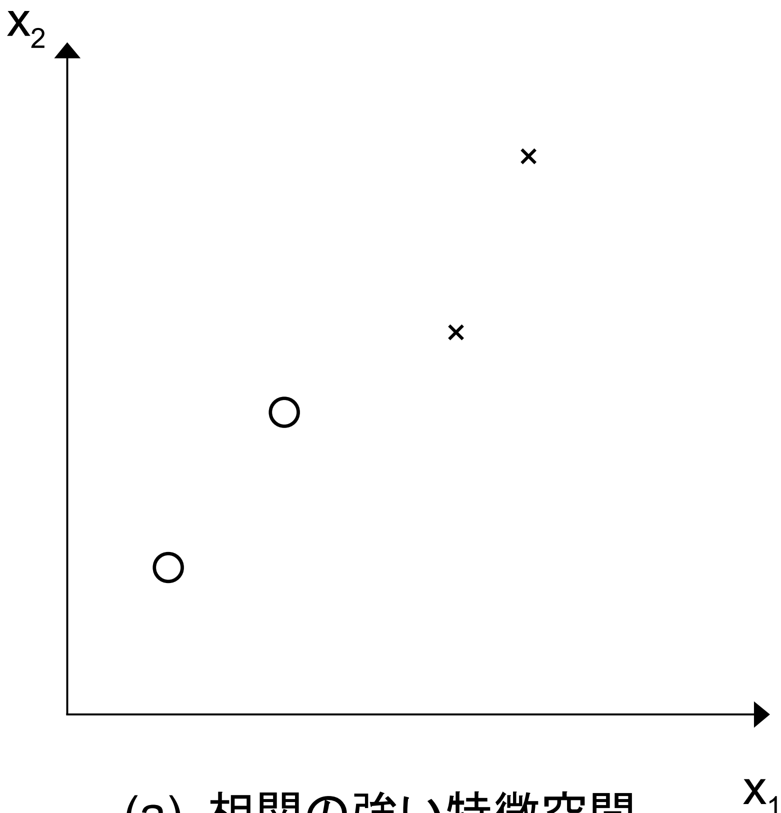
    $\longrightarrow$ その識別面は必然的に存在していた

# 3.2.2 特徴を減らそう

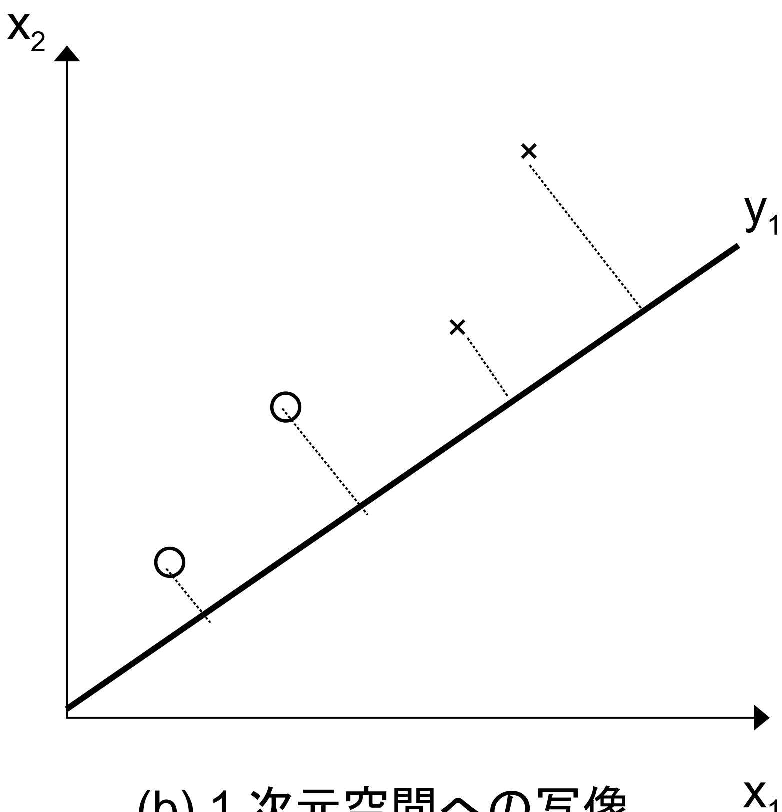
(1) 力業で次元を減らす

→ 全ての組み合わせを評価する

(2) スマートな主成分分析




(a) 相関の強い特徴空間




(b) 1 次元空間への写像

## 3.2.2 特徴を減らそう

- 変換行列
  - 変換前の特徴空間におけるパターンの共分散行列 Σ の上位 $\tilde{d}$ 個の固有値に対応する固有ベクトルを列とする行列

$$
\mathbf{A} = \underbrace{\begin{pmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1\tilde{d}} \\ & \vdots & \\ a_{i1} & \cdots & a_{i\tilde{d}} \\ & \vdots & \\ a_{d1} & \cdots & a_{d\tilde{d}} \end{pmatrix}}_{\tilde{d}} \left.\vphantom{\begin{pmatrix} a \\ \vdots \\ a \\ \vdots \\ a \end{pmatrix}}\right\} d
$$

- 次元数の削減　$\mathbf{y} = \mathbf{A}^t \mathbf{x}$　d次元から$\tilde{\mathrm{d}}$次元への削減

# 共分散行列とは

- データの広がりを調べる→共分散行列
- １次元の場合

平均

$$m = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$$

分散

$$\sigma^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} (m - x_i)^2$$

- 多次元の場合

平均ベクトル

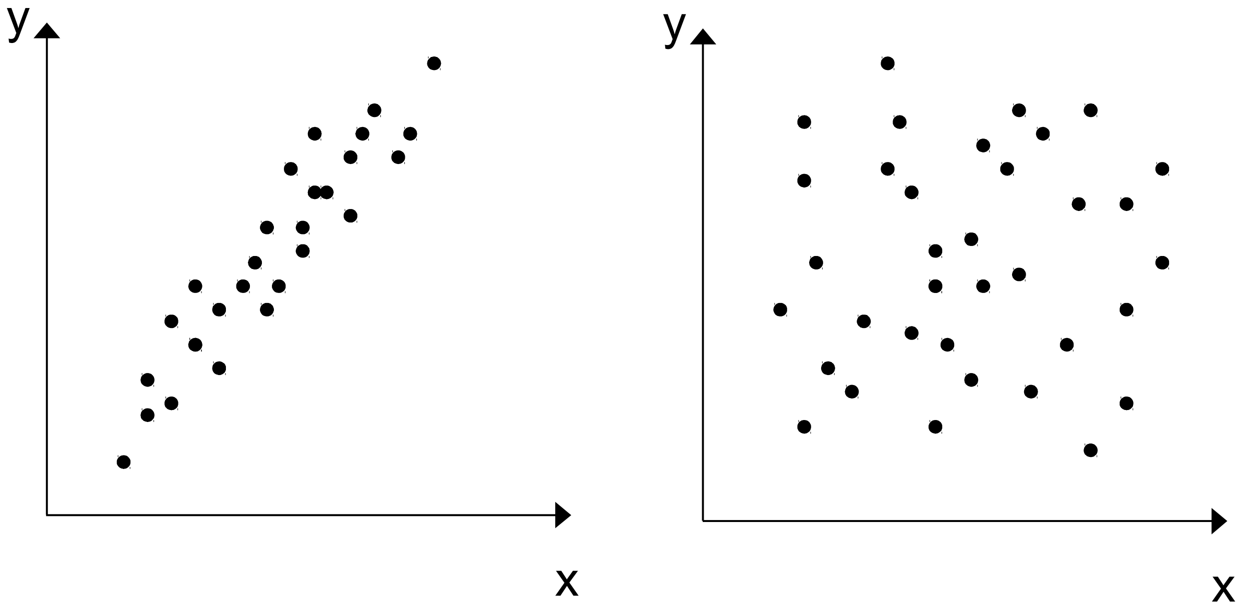
$$m = \frac{1}{n}\sum_{\mathbf{x}\in\chi} \mathbf{x}$$

共分散行列

$$\Sigma = \frac{1}{n}\sum_{\mathbf{x}\in\chi} (\mathbf{x} - \mathbf{m})(\mathbf{x} - \mathbf{m})^t$$

# 共分散行列とは

平均・各軸の分散が等しいデータ




$$\text{共分散行列}\quad \Sigma = \begin{pmatrix} x\text{の分散} & x\text{と}y\text{の相関} \\ x\text{と}y\text{の相関} & y\text{の分散} \end{pmatrix}$$