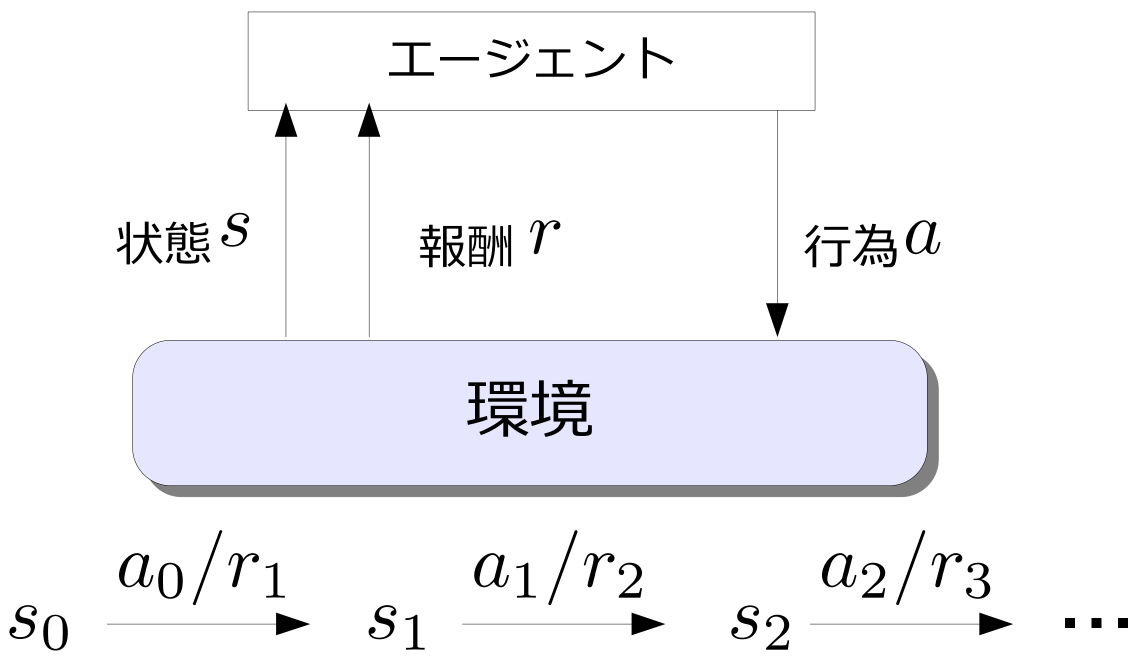
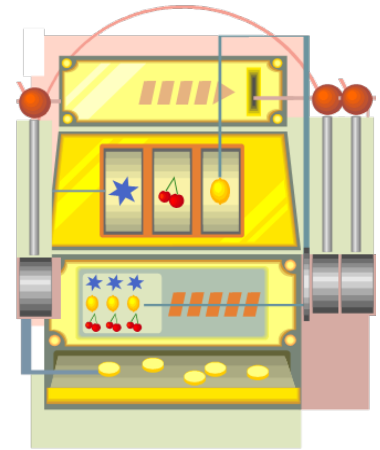
14. 強化学習

14.1 強化学習とは

- 強化学習の設定
  - 教師信号が間接的
  - 報酬が遅れて与えられる
  - 探索が可能
  - 状態が非確定的な場合がある



14.2 1 状態問題の定式化
— K-armed bandit 問題—



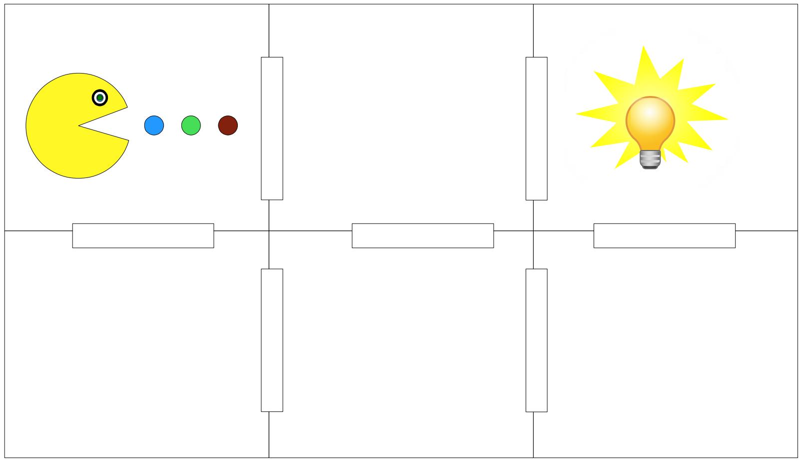
- K-armed bandit の定義
  - K 本の腕を持つスロットマシン
  - i 番目の腕を引く行為：a_i
  - その行為の価値：$Q(a_i)$
    - 報酬が確定的な場合
      - 全ての可能な a_i を試み、 $Q(a_i)=r(a_i)$ が最大となる a_i を探す
    - 報酬が確率的な場合

$$Q_{t+1}(a_i) = Q_t(a_i) + \eta(r_{t+1}(a_i) - Q_t(a_i))$$

η は t の増加に伴って、減少させる

14.3 マルコフ決定過程による定式化

- マルコフ決定過程
  - 状態遷移を伴う問題の定式化
  - 時刻 t における状態　$s_t \in S$
  - 時刻 t における行為　$a_t \in A(s_t)$
  - 報酬　$r_{t+1} \in \mathbb{R}$
    確率分布　$p(r_{t+1}|s_t, a_t)$
  - 次状態　$s_{t+1} \in S$
    確率分布　$P(s_{t+1}|s_t, a_t)$



14.3 マルコフ決定過程による定式化

- 強化学習の学習目標
  - 最適政策 π^*
    - 状態から行為へのマッピング
    - 累積報酬の期待値が最大となる政策
  - 累積報酬の期待値

$$
\begin{aligned}
V^{\pi}(s_t) &= \mathbb{E}(r_{t+1} + \gamma r_{t+2} + \gamma^2 r_{t+3} + \dots) \\
&= \mathbb{E}(\sum_{i=1}^{\infty} \gamma^{i-1} r_{t+i})
\end{aligned}
$$

γ：割引率　$0 \leqq \gamma < 1$

14.3 マルコフ決定過程による定式化

- 最適政策に対する期待報酬

$$
\begin{aligned}
V^*(s_t) &= \max_{a_t} Q^*(s_t, a_t) \\
&= \max_{a_t} \mathbb{E}\left(\sum_{i=1}^{\infty} \gamma^{i-1} r_{t+i}\right) \\
&= \max_{a_t} \mathbb{E}\left(r_{t+1} + \gamma \sum_{i=1}^{\infty} \gamma^{i-1} r_{t+i+1}\right) \\
&= \max_{a_t} \mathbb{E}\left(r_{t+1} + \gamma V^*(s_{t+1})\right)
\end{aligned}
$$

14.3 マルコフ決定過程による定式化

- 状態遷移確率を明示

$$V^*(s_t) = \max_{a_t}(\mathbb{E}(r_{t+1}) + \gamma \sum_{s_{t+1}} P(s_{t+1}|s_t, a_t) V^*(s_{t+1}))$$

- Q 値による書き換え

$$Q^*(s_t, a_t) = \mathbb{E}(r_{t+1}) + \gamma \sum_{s_{t+1}} P(s_{t+1}|s_t, a_t) \max_{a_{t+1}} Q^*(s_{t+1}, a_{t+1})$$

ベルマン方程式

14.4 モデルベースの手法

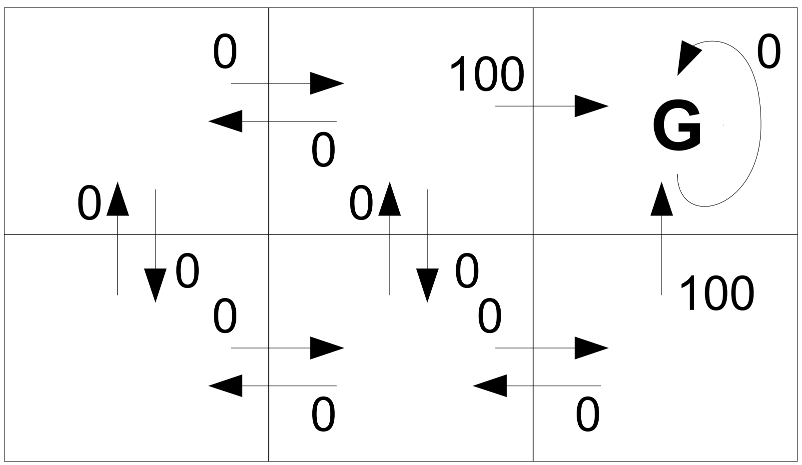
- 環境のモデル（状態遷移確率、報酬の確率分布）が与えられた場合の Q 値の求め方

Algorithm 14.1 Value iteration アルゴリズム

$V(s)$ を任意の値で初期化
repeat
  for all $s \in S$ **do**
    for all $a \in A$ **do**
      $Q(s,a) \leftarrow \mathbb{E}(r|s,a) + \gamma \sum_{s' \in S} P(s'|s,a)V(s')$
    end for
    $V(s) \leftarrow \max_a Q(s,a)$
  end for
until $V(s)$ が収束

14.5 モデルフリーの手法

- 報酬と遷移が決定的な TD 学習



- ベルマン方程式

$$Q(s_t, a_t) = r_{t+1} + \gamma \max_{a_{t+1}} Q(s_{t+1}, a_{t+1})$$

14.5 モデルフリーの手法

Algorithm 14.2 TD 学習 (報酬と遷移が決定的な場合)

$Q(s,a)$ を 0 に初期化

for all エピソード **do**

  repeat

    探索基準に基づき行為 a を選択

    行為 a を実行し、報酬 r と次状態 s' を観測

    以下の式で Q を更新

$$Q(s,a) \leftarrow r + \gamma \max_{a'} Q(s',a')$$

    $s \leftarrow s'$

  until s が終了状態

end for

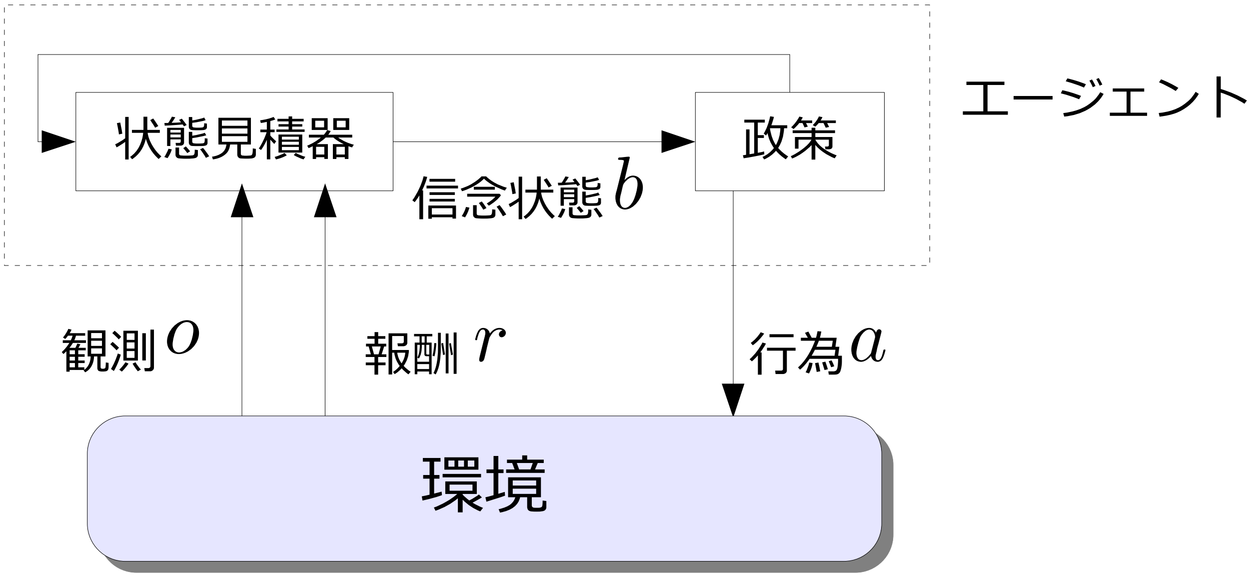
14.5 モデルフリーの手法

- 報酬と遷移が確率的な TD 学習
  - ベルマン方程式

$$Q(s,a) \leftarrow Q(s,a) + \eta(r + \gamma \max_{a'} Q(s',a') - Q(s,a))$$

  - 理論的には、各状態に無限回訪問可能な場合に収束
  - 実用的には、無限回の訪問は不可能なので、状態推定関数等を用いて、複数の状態を同一とみなすなどの工夫が必要

14.6 部分観測マルコフ決定過程による定式化



- 状態 s_t で行為 a_t を行うと観測 o_{t+1} が確率的に得られる
- エージェントは状態の確率分布を信念状態 b_t として持つ
- エージェントは、信念状態 b_t 、行為 a_t 、観測 o_{t+1} から次の信念状態 b_{t+1} を推定する状態見積器 (state estimator) を内部に持つ