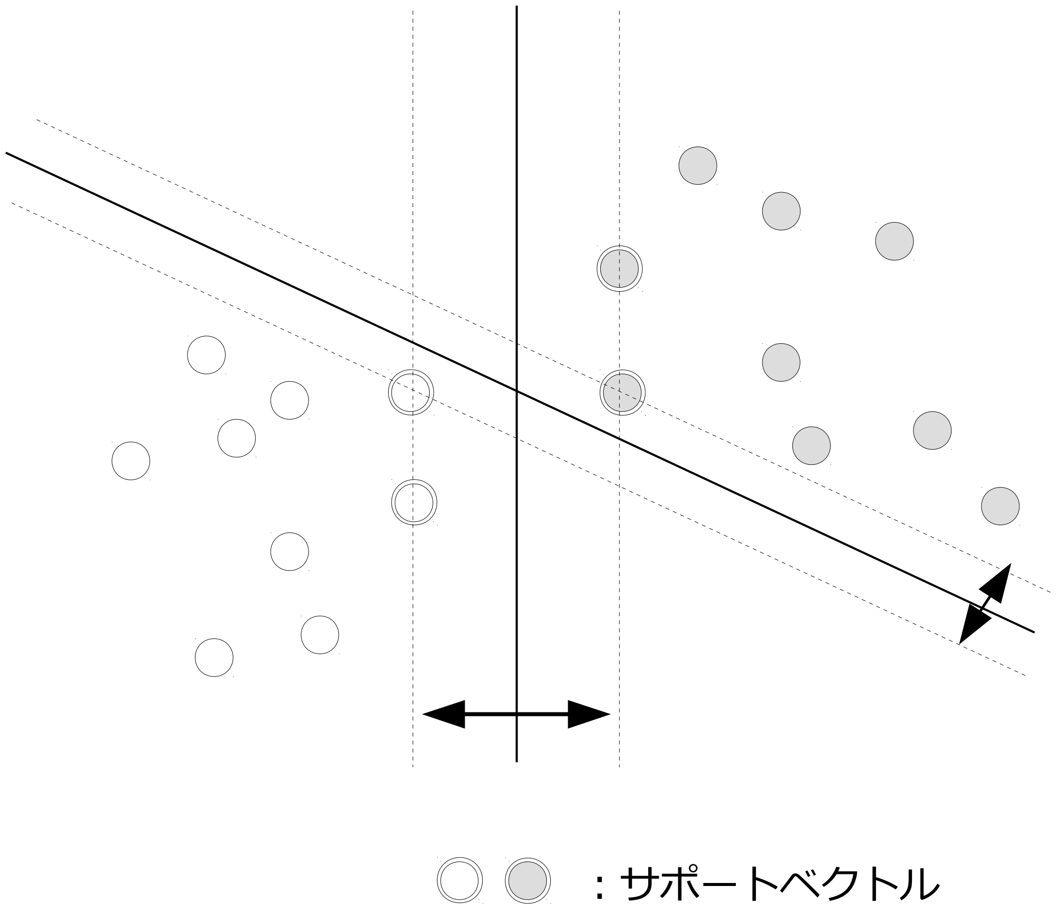
# 7. 識別 - サポートベクトルマシン -

- マージンを最大化する識別面を求める

識別面と、最も近いデータとの距離



# 7.1 問題の定式化

- 学習データ

$$\{(\boldsymbol{x}_i, y_i)\} \quad i = 1, \ldots, N, \quad y_i = 1 \; or \; -1$$

- 識別面の式

$$\boldsymbol{w} \cdot \boldsymbol{x}_i + w_0 = 0$$

- 識別面の制約（係数を定数倍しても平面は不変）

$$\min_{i=1,\ldots,N} |\boldsymbol{w} \cdot \boldsymbol{x}_i + w_0| = 1$$

- 学習パターンと超平面との最小距離

点と直線の距離の公式

$$r = \frac{|ax + by + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

$$\min_{i=1,\ldots,N} Dist(\boldsymbol{x}_i) = \min_{i=1,\ldots,N} \frac{|\boldsymbol{w} \cdot \boldsymbol{x}_i + w_0|}{||\boldsymbol{w}||} = \frac{1}{||\boldsymbol{w}||}$$

# 7.1 問題の定式化

- 目的関数： $\min \frac{1}{2}||\boldsymbol{w}||^2$
- 制約条件： $y_i(\boldsymbol{w} \cdot \boldsymbol{x}_i + w_0) \geq 1 \quad i = 1, \ldots, N$
- 解法：ラグランジュの未定乗数法
  - 問題 $\min f(x) \quad s.t. \; g(x) = 0$
  - ラグランジュ関数 $L(x, \alpha) = f(x) + \alpha g(x)$
    - $x, \alpha$ で偏微分して 0 になる値が極値

# 7.1 問題の定式化

- 計算

$$L(\boldsymbol{w}, w_0.\alpha) = \frac{1}{2}||\boldsymbol{w}||^2 - \sum_{i=1}^{N} \alpha_i (y_i(\boldsymbol{w} \cdot \boldsymbol{x} + w_0) - 1)$$

$$\frac{\partial L}{\partial w_0} = 0 \quad \Rightarrow \sum_{i=1}^{N} \alpha_i y_i = 0$$

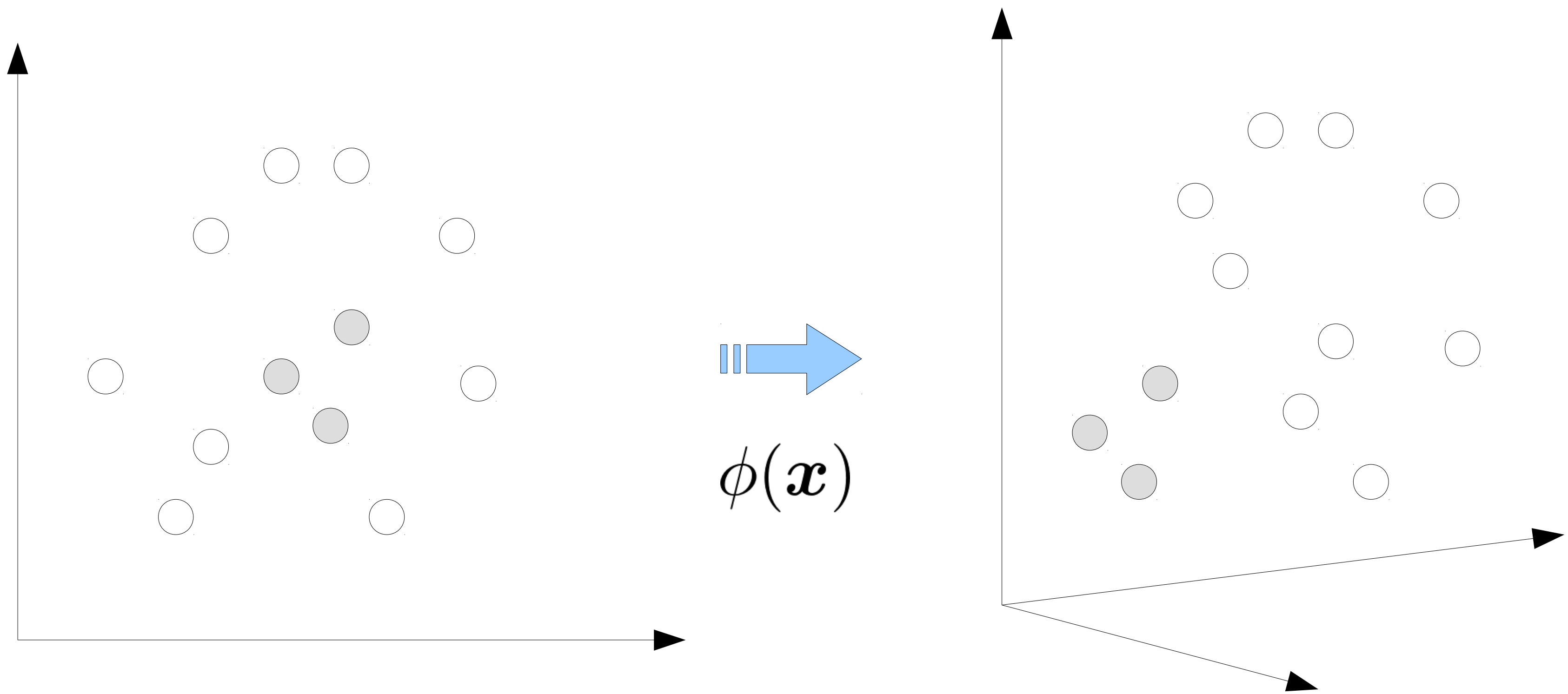
$$\frac{\partial L}{\partial \boldsymbol{w}} = 0 \quad \Rightarrow \boldsymbol{w} = \sum_{i=1}^{N} \alpha_i y_i \boldsymbol{x}_i$$

$$L(\alpha) = \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^{N} \alpha_i \alpha_j y_i y_j \boldsymbol{x}_i \cdot \boldsymbol{x}_j - \sum_{i=1}^{N} \alpha_i$$

α についての
2 次計画問題

# 7.2 カーネル関数の利用

- 特徴ベクトルの次元を増やす




2 次元で線形分離不可能なデータ

線形分離可能な 3 次元へ

ただし、元の空間でのデータ間の
距離関係は保持するように

# 7.2 カーネル関数の利用

- 非線形変換関数： $\phi(\boldsymbol{x})$
- カーネル関数
  - 元の空間での距離が変換後の空間の内積に対応

$$K(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{x}') = \phi(\boldsymbol{x}) \cdot \phi(\boldsymbol{x}')$$

  - カーネル関数の例
    - 多項式カーネル $K(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{x}') = (\boldsymbol{x} \cdot \boldsymbol{x}' + 1)^p$
    - ガウシアンカーネル $K(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{x}') = \exp -(\frac{||\boldsymbol{x} - \boldsymbol{x}'||^2}{\sigma^2})$

この形であれば、対応する非線形変換が
存在することが数学的に保証されている

# 7.3 カーネル関数を用いた SVM

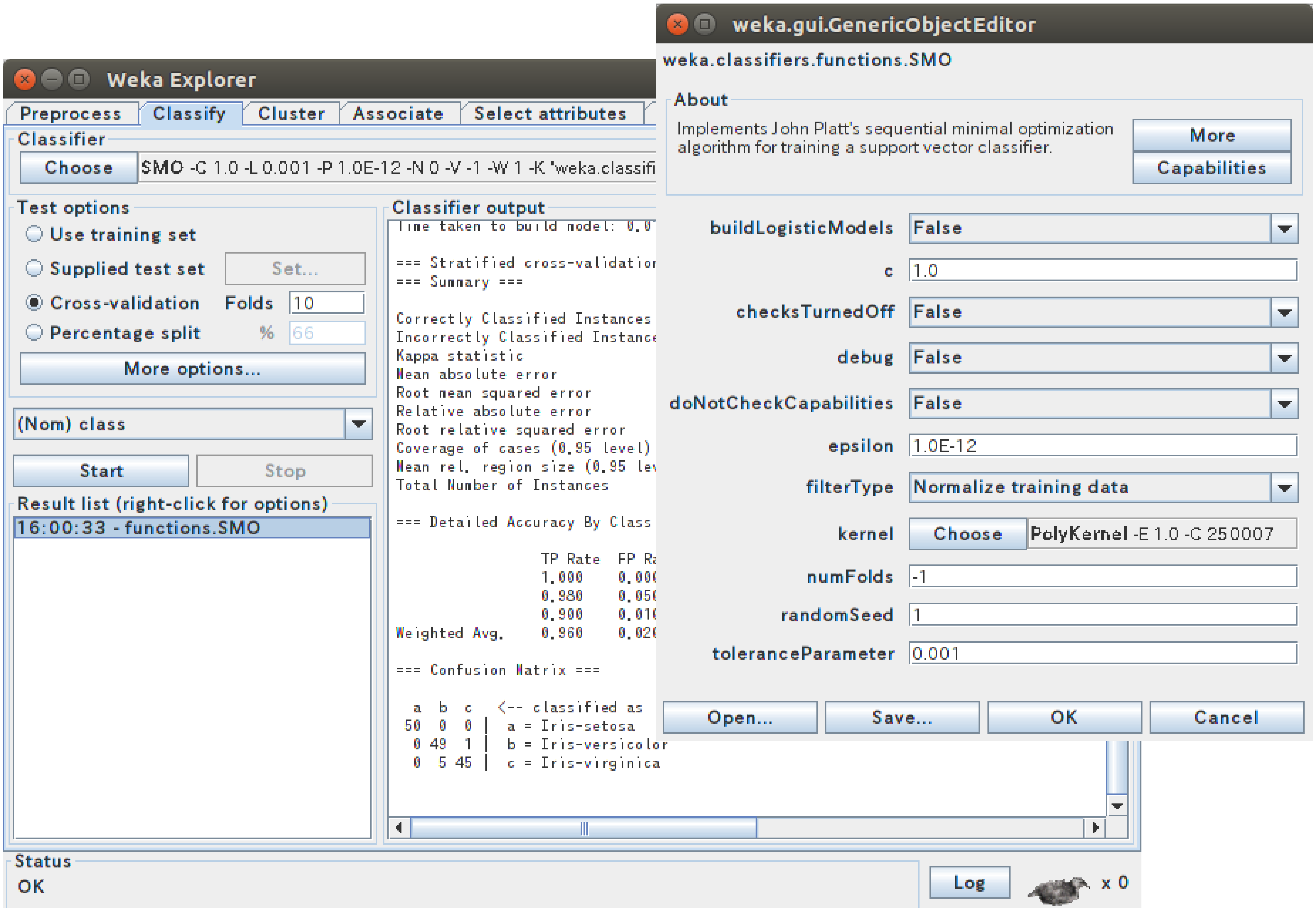
- 変換後の識別関数： $g(\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{w} \cdot \phi(\boldsymbol{x}) + w_0$
- SVM で求めた ***w*** の値を代入

$$
\begin{aligned}
g(\boldsymbol{x}) &= \sum_{i=1}^{N} \alpha_i y_i \phi(\boldsymbol{x}) \cdot \phi(\boldsymbol{x}_i) + w_0 \\
&= \sum_{i=1}^{N} \alpha_i y_i K(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{x}_i) + w_0
\end{aligned}
$$

非線形変換の
式は不要！！！

**カーネルトリック**

# Weka の SMO


Weka Explorer
Preprocess
Classify
Cluster
Associate
Select attributes
Classifier
Choose
SMO -C 1.0 -L 0.001 -P 1.0E-12 -N 0 -V -1 -W 1 -K "weka.classifi
Test options
Use training set
Supplied test set
Set...
Cross-validation
Folds
10
Percentage split
%
66
More options...
(Nom) class
Start
Stop
Result list (right-click for options)
16:00:33 - functions.SMO
Classifier output
=== Stratified cross-validation
=== Summary ===
Correctly Classified Instances
Kappa statistic
Mean absolute error
Root mean squared error
Relative absolute error
Root relative squared error
Total Number of Instances
=== Detailed Accuracy By Class
TP Rate
1.000
0.980
0.900
Weighted Avg. 0.960
=== Confusion Matrix ===
a b c <-- classified as
50 0 0 | a = Iris-setosa
0 49 1 | b = Iris-versicolor
0 5 45 | c = Iris-virginica
Status
OK
Log
x 0
weka.gui.GenericObjectEditor
weka.classifiers.functions.SMO
About
Implements John Platt's sequential minimal optimization algorithm for training a support vector classifier.
More
Capabilities
buildLogisticModels
False
c
1.0
checksTurnedOff
False
debug
False
doNotCheckCapabilities
False
epsilon
1.0E-12
filterType
Normalize training data
kernel
Choose
PolyKernel -E 1.0 -C 250007
numFolds
-1
randomSeed
1
toleranceParameter
0.001
Open...
Save...
OK
Cancel