「長期投資の理論と実践」勉強会要約資料

2021年2月4日

## Epstein=Zin効用関数のプライシング・カーネル

* 3.1～3.3節まとめ

|  |  |
| --- | --- |
| 効用関数 | 消費と投資比率の決定 |
| 一般的なケース | 独立に決定できない |
| べき型効用 | 投資機会集合が変動しないという条件のもと，独立に決定できる |
| 対数型効用 | 独立に決定でき，1時点将来のリスク資産収益率の確率分布がわかればよい |

⇒ 対数型，もしくは条件付きのべき型期待効用関数を仮定すれば1期間モデルの繰り返しと同一になる

* 3.4節まとめ

多期間モデルにおけるプライシング・カーネル：

べき型効用関数 ⇒

対数型効用関数 ⇒

* 3.5節での目的

**課題**：べき型ないし対数型効用では2種類のリスクを分離して扱えない（2章参照）

**目的**：再帰型効用関数，Epstein＝Zin効用関数を仮定し，消費と投資比率の近似解を導出する

### Epstein＝Zin効用のプライシング・カーネルの導出

**課題** ：Epstein＝Zin効用におけるプライシング・カーネルでは，将来の消費に対する効用が含まれる

（実証分析を考えるとき，は観測が不可能である…）

**解決策** ：Epstein＝Zin効用関数の1次同次性を利用し，将来の効用の代わりに富の投資収益率を用いる

* のケース

下記のEpstein＝Zin効用より，プライシング・カーネルを導出する

|  |  |
| --- | --- |
|  | (3.68a) |

とを地道に計算して，代入すると

|  |  |
| --- | --- |
|  | (3.74) |

が観測できないため，(3.68a)式の一次同次性からオイラーの定理より，

|  |  |
| --- | --- |
|  | (3.70) |

（1次同次性の確認，）

|  |  |
| --- | --- |
|  | (3.69) |

(3.70)式と時点の富をプライシング・カーネルによって求めると，

|  |  |
| --- | --- |
|  | (3.75) |

このとき，(3.75)式と最適ポートフォリオにおける投資収益率の関係から

|  |  |
| --- | --- |
|  | (3.78a) |

となり，最適な投資収益率と最適な消費によって，プライシング・カーネルを導出できる

代表的な経済主体ではとなり，TOPIX等の市場ポートフォリオを代理変数として使用可

* Epstein＝Zin効用におけるプライシング・カーネルまとめ

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 条件 | Epstein=Zin効用の関数形 | プライシング・カーネル |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |

⇒ のケースでは，の値によらずプライシング・カーネルが消費と独立に決定される

⇒ Epstein＝Zin効用を持つ投資家であっても，明確にと主張できるのでなければ投資決定は単に近視眼的に行えばよい（異なる時点間のリスク指標を気にしなくてよい）

# 多期間における資産評価と投資決定のモデル

* 4章の目的

2つのリスクを分離して扱うことが可能なEpstein＝Zin効用を仮定し，2つのリスク回避度が消費と投資にどのような影響を及ぼすか離散時間の枠組みで具体的な解答を得ること

⇒ Campbell and Viceira(2002)の枠組みを取り上げる

## Epstein＝Zin効用を用いた多期間の最適消費と最適投資の考え方

* Campbell and Viceira(2002)の仮定

1. 投資家の効用はEpstein＝Zin型，投資家は無限に生き，生涯効用を最大化する
2. 無リスク利子率は実質ベース（多期間ではインフレの影響があるため，本来は「無リスク」ではない）
3. リスク資産は複数存在し，収益率が対数正規分布に従い，対数分散，対数共分散は一定．リスクプレミアムも一定
4. 消費水準も対数正規分布に従い，対数分散は一定
5. 労働所得は存在しない

### 投資家の意思決定問題

|  |  |
| --- | --- |
|  | (4.1a) |
|  | (4.1b) |
|  | (4.1c) |