

1. **(25pts)** Mateo propone que una forma de saber si un grafo contiene ciclos es tomar la matriz de adyacencia del grafo, remplazar la diagonal por un valor muy alto ∞ y ejecutar el algoritmo de Floyd-Warshall. Ahora bien no es claro que se después de esto. Explique si la propuesta de Mateo es correcta o no y por qué. De ser correcta complete el procedimiento para saber si el grafo contiene ciclos o no. De ser incorrecta de un contraejemplo.
2. **(25pts)** Suponga que, además de capacidades en las aristas, una red de flujo tiene capacidades en los vértices. Es decir, cada vértice v tiene un límite $l(v)$ sobre cuánta cantidad de flujo puede pasar a través de v . Muestra cómo transformar una red de flujo $G = (V, E)$ con capacidades en los vértices en una red de flujo equivalente $G' = (V', E')$ sin capacidades en los vértices, de tal manera que un flujo máximo en G' tenga el mismo valor que un flujo máximo en G . ¿Cuántos vértices y aristas tiene G' ?
3. **(50pts)** Proponga una implementación para la función `airports` que recibe como parámetros el costo de construir un aeropuerto y el grafo (edge list) asociado a un caso de prueba del problema de aeropuertos. La función da solución al caso retornando el costo mínimo y el número de aeropuertos a construir.

```
airports(airport_build_cost: int, graph: list[(int, int, int)])  
    -> [min_cost:int, number_airports: int]
```

Para la implementación puede hacer uso de los algoritmos: DFS, BFS, Kruskal, Floyd-warshall y Edmonds-Karp. Sin embargo, se espera que deje claro cuales son las entradas y salidas de cada algoritmo que decida utilizar.

Si esto no es claro o incorrecto su punto no sera valido. La complejidad de la solución no debe ser mayor a $O(E \log E)$ de lo contrario no sera valido el punto.

Aeropuertos

El gobierno de una nación en desarrollo quiere mejorar el transporte en una de sus áreas más inaccesibles, en un intento de atraer inversión. La región consiste en varios lugares importantes que deben tener acceso a un aeropuerto.

Por supuesto, una opción es construir un aeropuerto en cada uno de estos lugares, pero podría resultar más barato construir menos aeropuertos y conectar el resto de las ubicaciones mediante carreteras. Dado que estas son carreteras de larga distancia que conectan importantes ubicaciones en el país (por ejemplo, ciudades, grandes aldeas, áreas industriales), todas las carreteras son de doble sentido. Además, puede haber más de una carretera directa posible entre dos áreas. Esto se debe a que puede haber varias maneras de conectar dos áreas (por ejemplo, una carretera atraviesa un túnel en una montaña mientras que la otra rodea la montaña, etc.) con costos potencialmente diferentes.

Se considera que una ubicación tiene acceso a un aeropuerto si contiene un aeropuerto o si es posible viajar por carretera desde allí a otra ubicación que tenga un aeropuerto. Se te proporciona el costo de construir un aeropuerto y una lista de posibles carreteras entre pares de ubicaciones y sus costos correspondientes. El gobierno ahora necesita tu ayuda para decidir la forma más económica de garantizar que cada ubicación tenga acceso a un aeropuerto. El objetivo es facilitar el acceso a los aeropuertos lo más posible, por lo que, si existen varias maneras de lograr el costo mínimo, elige la opción que tenga la mayor cantidad de aeropuertos.

Entrada

La primera línea de entrada contiene el número entero T ($T < 25$), el número de casos de prueba. El resto de la entrada consiste en T casos.

Cada caso comienza con tres enteros N , M y A ($0 < N \leq 10,000$, $0 \leq M \leq 100,000$, $0 < A \leq 10,000$) separados por espacios en blanco. N es el número de ubicaciones, M es el número de posibles carreteras que se pueden construir, y A es el costo de construir un aeropuerto.

Las siguientes M líneas contienen cada una tres enteros X , Y y C ($1 \leq X, Y \leq N$, $0 < C \leq 10,000$), separados por espacios en blanco. X y Y son dos ubicaciones, y C es el costo de construir una carretera entre X y Y .

Salida

Tu programa debe generar exactamente T líneas, una por cada caso. Cada línea debe tener la forma ‘Caso #X: Y Z’, donde X es el número del caso, Y es el costo mínimo de construir carreteras y aeropuertos de manera que todas las ubicaciones tengan acceso a al menos un aeropuerto, y Z es el número de aeropuertos que se deben construir. Como se mencionó antes, si hay varias respuestas con costo mínimo, elige aquella que maximice el número de aeropuertos.