

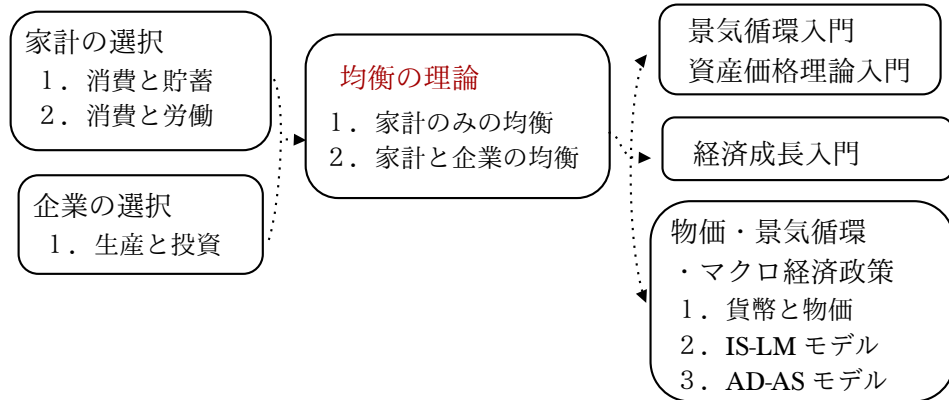
# 基礎マクロ：一般均衡

日野将志

一橋大学

2021

# ロードマップ：それぞれの関係



一般均衡

日野将志

均衡概念：完全競争

動学的な純粋交換  
経済

厚生経済学の基本第  
一定理

生産のある動学的  
一般均衡

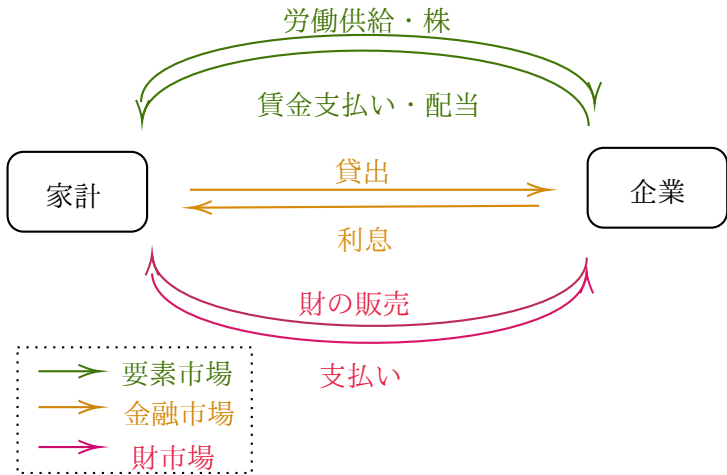
動学的一般均衡モ  
デルの使い方

景気循環理論入門

資産価格理論入門

補足

# 動学的一般均衡入門



一般均衡

日野将志

均衡概念：完全競争

動学的な純粋交換  
経済

厚生経済学の基本第  
一定理

生産のある動学的  
一般均衡

動学的一般均衡モ  
デルの使い方

景気循環理論入門

資産価格理論入門

補足

均衡概念：完全競争

動学的な純粋交換  
経済厚生経済学の基本第  
一定理生産のある動学的一  
般均衡動学的一般均衡モデ  
ルの使い方

景気循環理論入門

資産価格理論入門

補足

先週までに

- ▶ 家計の 2 期間の最適化
  - ▶ 消費と貯蓄の選択
  - ▶ +労働供給
- ▶ 企業の生産や投資の最適化

を学んだ．ここでは，これらが市場を通じて財が交換される場合を考える．

まず，もっと単純化した，企業のいないケースから始めてみる

# 今回扱うこと

均衡概念：完全競争

動学的な純粋交換経済

エッジワースボックス

厚生経済学の基本第一定理

生産のある動学的一般均衡

動学的一般均衡モデルの使い方

景気循環理論入門

資産価格理論入門

補足

社会的計画者の問題の解き方

一般均衡

日野将志

均衡概念：完全競争

動学的な純粋交換  
経済

厚生経済学の基本第  
一定理

生産のある動学的  
一般均衡

動学的一般均衡モデ  
ルの使い方

景気循環理論入門

資産価格理論入門

補足

# (完全) 競争市場

一般均衡

日野将志

均衡概念：完全競争

動学的な純粋交換  
経済

厚生経済学の基本第  
一定理

生産のある動学的  
一般均衡

動学的一般均衡モ  
デルの使い方

景気循環理論入門

資産価格理論入門

補足

価格と配分の決まり方：(完全) 競争市場を仮定

- ▶ 配分とは，消費量や生産量のような数量の総称
- ▶ 完全競争市場では (i) 皆が制約の下で目的 (効用) を最大化する，(ii) 「需要 = 供給」とする．

(完全) 競争市場の基本的な仮定

- ▶ 家計・企業は価格に影響を持たない
  - ▶ 結果：価格は需給の均衡で決まる
  - ▶ 違う例：不完全競争 (独占，寡占，複占，etc)
- ▶ 外部性・公共財が存在しない
  - ▶ 外部性や公共財に関しては深入りしない (ミクロで習うと思います)

# 完全競争均衡の定義：イメージ

競争均衡の定義：言葉によるイメージ

## 1 効用最大化

- ▶ 効用最大化問題 ( $\max$  効用 s.t. 予算)
- ▶ 価格は所与

## 2 利潤最大化

企業が存在する場合,

- ▶ 利潤最大化問題 ( $\max$  効用 s.t. 予算)
- ▶ 価格は所与

(企業が存在する場合) 利潤最大化問題 ( $\max$  利潤)

## 3 市場均衡条件

- ▶ 需要 = 供給
- ▶ 市場の均衡で価格が決まる

# (余談)：その他の均衡概念

一般均衡

日野将志

均衡概念：完全競争

動学的な純粋交換  
経済

厚生経済学の基本第  
一定理

生産のある動学的  
一般均衡

動学的一般均衡モ  
デルの使い方

景気循環理論入門

資産価格理論入門

補足

経済学の応用で良く使われる，完全競争以外の均衡概念：

- ▶ 不完全競争均衡
  - ▶ 企業や家計が価格支配力を持っている
    - ⇔ 企業や家計が価格を決める
- ▶ サーチ・マッチング均衡
  - ▶ 失業が存在する均衡 (労働需要  $\neq$  労働供給)

その他，均衡概念はたくさん...



# 動学的な純粋交換経済

一般均衡

日野将志

均衡概念：完全競争

動学的な純粋交換  
経済

エッジワースボックス

厚生経済学の基本第  
一定理

生産のある動学的  
一般均衡

動学的一般均衡モ  
デルの使い方

景気循環理論入門

資産価格理論入門

補足

## 最も単純な動学的な純粋交換経済のイメージ

- ▶ 2 期間
- ▶ 家計が 2 人いる (A さん, B さん)
  - ▶ 二人は異なる労働所得 ( $y_1^i, y_2^i$ ) を持っている
    - ▶  $y_t^i$  であり,  $i \in \{A, B\}$  は人,  $t$  は時点を意味する



均衡概念：完全競争

動学的な純粋交換  
経済

エッジワースボックス

厚生経済学の基本第  
一定理

生産のある動学的  
一般均衡

動学的一般均衡モ  
デルの使い方

景気循環理論入門

資産価格理論入門

補足

# 純粋交換経済の数値例とイメージ

- ▶ 例えば  $(y_1^A, y_2^A) = (2, 1)$  かつ  $(y_1^B, y_2^B) = (1, 2)$  とする
  - ▶ 意味：Aさんは1期目に裕福，Bさんは2期目に裕福
  - ▶ 考え方：Aさんは1期目の財をBさんに“渡す”ことで，Bさんから2期目の財を“もらえば”，2人とも消費の平準化を出来る
    - ▶ 「2期の財をもらう？」. 2期の財はまだ存在してないのでは？
    - ▶  $\Rightarrow$  時点の概念を使って正確に言い換える：Aさんは1期に財を“貸す”. Bさんは“借りる”.
  - ▶  $\Rightarrow$  交換をするはず
    - ▶ でも今，我慢のコスト  $\beta$  を考えると1期目の財と2期目の財を等価で交換するのはフェアじゃない
    - ▶ どうやって価格って決めればいいの？

一般均衡

日野将志

均衡概念：完全競争

動学的な純粋交換  
経済

エッジワースボックス

厚生経済学の基本第  
一定理

生産のある動学的  
一般均衡

動学的一般均衡モデ  
ルの使い方

景気循環理論入門

資産価格理論入門

補足

(完全) 競争均衡：完全競争市場で決まる価格と配分

(1) 効用最大化の条件：家計 2 人 ( $i = A, B$ ) が効用最大化をするような配分 ( $c_1^i, c_2^i$ )

(2) 市場均衡条件：

$$\underbrace{c_1^A + c_1^B}_{\text{A さんと B さんの 1 財の消費の和}} = y_1^A + y_1^B \quad (1 \text{ 期の財})$$

$$\underbrace{c_2^A + c_2^B}_{\text{A さんと B さんの 2 財の消費の和}} = y_2^A + y_2^B \quad (2 \text{ 期の財})$$

$$\underbrace{s^A + s^B}_{\text{A さんと B さんの貯蓄の和}} = 0$$

市場均衡条件：需要＝供給

均衡概念：完全競争

動学的な純粋交換  
経済

エッジワースボックス

厚生経済学の基本第  
一定理生産のある動学的  
一般均衡動学的な一般均衡モ  
デルの使い方

景気循環理論入門

資産価格理論入門

補足

# 家計の効用最大化の復習

一般均衡

日野将志

均衡概念：完全競争

動学的な純粋交換  
経済

エッジワースボックス

厚生経済学の基本第  
一定理

生産のある動学的  
一般均衡

動学的一般均衡モデ  
ルの使い方

景気循環理論入門

資産価格理論入門

補足

今，労働供給の選択がないとする．このとき家計の最大化の必要十分条件は以下．

$$\underbrace{\frac{u'(c_1^i)}{\beta u'(c_2^i)}}_{\text{無差別曲線の傾き}} = \underbrace{1 + r}_{\text{価格比}}$$

$$c_1^i + s^i = y_1^i$$

1 期の予算

$$c_2^i = (1 + r)s^i + y_2^i$$

2 期の予算

均衡では，これが全ての家計 ( $i \in \{A, B\}$ ) に対して成り立つ (労働供給の選択があるときは，労働供給の一階条件をこれに加えれば良い)．

# 数式による競争均衡の定義

(完全) 競争均衡：完全競争市場で決まる価格と配分

(1) 効用最大化の条件：

$$\frac{u'(c_1^i)}{\beta u'(c_2^i)} = 1 + r$$

$$c_1^i + s^i = y_1^i \quad (1 \text{ 期の予算})$$

$$c_2^i = (1 + r)s^i + y_2^i \quad (2 \text{ 期の予算})$$

(2) 市場均衡条件：

$$c_1^A + c_1^B = y_1^A + y_1^B \quad (1 \text{ 期の財})$$

$$c_2^A + c_2^B = y_2^A + y_2^B \quad (2 \text{ 期の財})$$

$$s^A + s^B = 0 \quad (\text{資産})$$

これを図的に表す方法：エッジワースボックス (次頁以降)

# (準備) : エッジワースボックス作り方

一般均衡

日野将志

均衡概念 : 完全競争

動学的な純粋交換  
経済

エッジワースボックス

厚生経済学の基本第  
一定理

生産のある動学的  
一般均衡

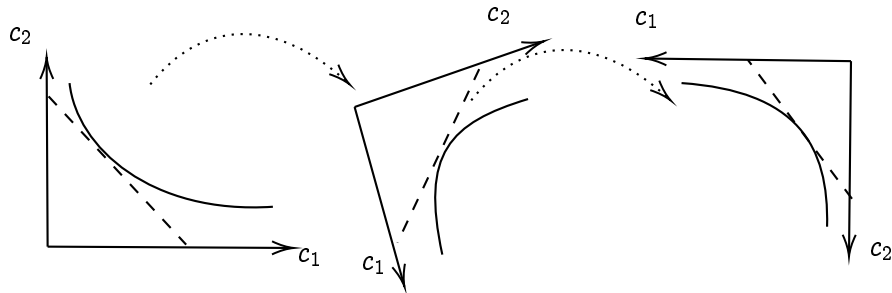
動学的一般均衡モデ  
ルの使い方

景気循環理論入門

資産価格理論入門

補足

Bさんの次元を回転させる



そして A さんの無差別曲線と予算制約の図に重ねると...

均衡概念：完全競争

動学的な純粋交換  
経済

エッジワースボックス

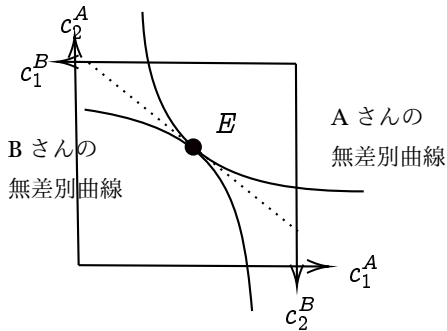
厚生経済学の基本第  
一定理生産のある動学的  
一般均衡動学的一般均衡モデ  
ルの使い方

景気循環理論入門

資産価格理論入門

補足

# エッジワースボックス：競争均衡の図示



- ▶ 二つの曲線はそれぞれ A さんと B さんの無差別曲線
- ▶ 点線は 2 人の予算制約 (均衡では重なる)

E が均衡

- ▶ A さんの無差別曲線の傾き = 価格比 = B さんの無差別曲線の傾き



均衡概念：完全競争

動学的な純粋交換  
経済

エッジワースボックス

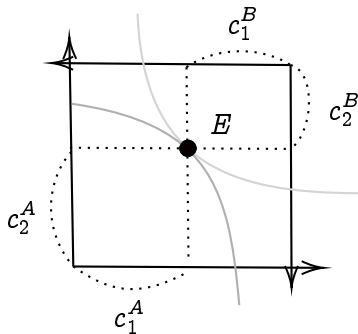
厚生経済学の基本第  
一定理生産のある動学的  
一般均衡動学的一般均衡モ  
デルの使い方

景気循環理論入門

資産価格理論入門

補足

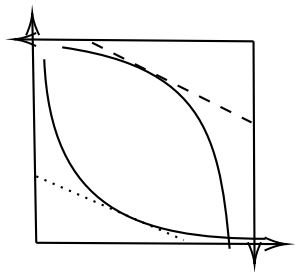
## エッジワースボックス：競争均衡の図示 (続)



軸や長さにも意味がある

- ▶ 横軸の長さ： $y_1^A + y_1^B$
- ▶ 縦軸の長さ： $y_2^A + y_2^B$

# エッジワースボックス：不均衡の一例



不均衡の特徴：

- ▶ 予算制約が重なっていない
- ▶ 無差別曲線が一点で触れていない

一般均衡

日野将志

均衡概念：完全競争

動学的な純粋交換  
経済

エッジワースボックス

厚生経済学の基本第  
一定理

生産のある動学的  
一般均衡

動学的一般均衡モ  
デルの使い方

景気循環理論入門

資産価格理論入門

補足

# 宿題用：完全競争市場の価格と配分の求め方

一般均衡

日野将志

均衡概念：完全競争

動学的な純粋交換  
経済

エッジワースボックス

厚生経済学の基本第  
一定理

生産のある動学的  
一般均衡

動学的一般均衡モ  
デルの使い方

景気循環理論入門

資産価格理論入門

補足

均衡を求める計算の手順のまとめ

(1) 価格を固定した上で、家計の最大化問題を解く

(2) 上で解いた家計  $i$  の解  $(c_1^i, c_2^i)$  から,

$$c_1^A + c_1^B = y_1^A + y_1^B \quad (1 \text{ 期の財})$$

$$c_2^A + c_2^B = y_2^A + y_2^B \quad (2 \text{ 期の財})$$

を満たすように価格を求める

(3) この価格を (1) で求めた消費関数や貯蓄関数に代入する

計算の練習は練習問題

# 厚生経済学の基本第一定理

一般均衡

日野将志

均衡概念：完全競争

動学的な純粋交換  
経済

厚生経済学の基本第  
一定理

生産のある動学的  
一般均衡

動学的一般均衡モ  
デルの使い方

景気循環理論入門

資産価格理論入門

補足

# 完全競争はなぜ経済学でよく教えられるのか

一般均衡

日野将志

均衡概念：完全競争

動学的な純粋交換  
経済

厚生経済学の基本第  
一定理

生産のある動学的  
一般均衡

動学的一般均衡モデ  
ルの使い方

景気循環理論入門

資産価格理論入門

補足

完全競争は，“非現実的に思えるのに”，経済学の授業では頻繁に教えられる

- ▶ 現実では独占や外部性，情報の非対称等々，様々な要因のせいで完全競争が成り立っているとは思えない！

答え：

- ▶ 仮定のおかげで分析が単純化されている
- ▶ 理論的に美しい結果が出る (次頁)
  - ▶ 単純さと結果の綺麗さ ⇒ 思考の出発点として望ましい
  - ▶ ⇒ 徐々に現実的な要素を足していけばいい
- ▶ マクロ的な回答：それなりに現実を説明できる (36 頁以降)

# 競争均衡の特徴：厚生経済学の基本第一定理

## 定理：厚生経済学の基本第一定理

市場は完全競争的であるとする．このとき競争均衡は (パレート) 効率的である

パレート効率的とは、「誰かが損することなく、誰も得できない状態」



一般均衡

日野将志

均衡概念：完全競争

動学的な純粋交換  
経済

厚生経済学の基本第  
一定理

生産のある動学的  
一般均衡

動学的一般均衡モデ  
ルの使い方

景気循環理論入門

資産価格理論入門

補足

# (パレート) 効率的の詳細

(パレート) 効率的とは、誰かが損しなれば、他の誰も得できない状況

- ▶ ざっくり言うと無駄がない (=効率的な) 状態
  - ▶ 無駄がある例：
    - ▶ 例1：嫌煙家がタバコを保有している.
    - ▶ 例2：未成年がお酒を保有している.
    - ▶ ⇒ どちらも使うより売った方がマシ
- ▶ でも、衡平性から見て、効率的な状態が良いとは限らない
  - ▶ 極端な例：ある一人の個人 (A さん) が経済の全ての財を独占していても、パレート効率的
  - ▶ ⇒ もしかしたら、「この人から少しだけ財を取り上げて、他の人に配る」と、社会的な厚生からは良いかもしれない。でも、それは A さんが損をしている。

# 厚生経済学の基本第一定理 (再訪)

一般均衡

日野将志

均衡概念：完全競争

動学的な純粋交換  
経済

厚生経済学の基本第  
一定理

生産のある動学的  
一般均衡

動学的一般均衡モデ  
ルの使い方

景気循環理論入門

資産価格理論入門

補足

## 定理：厚生経済学の基本第一定理

市場は完全競争的であるとする。このとき競争均衡は (パレート) 効率的である

証明の直観 (背理法)：「もし均衡が効率的でないとする。それならば、一人も損せず誰かが得できるはず。それは効用最大化の条件に反する」

- ▶ 証明の詳細等はミクロ (中級?) で習うと思います
- ▶ マクロ経済学 (つまり動学的かつ生産があっても), 厚生経済学の基本第一定理は成り立つ
- ▶ 厚生経済学の基本第一定理が成り立たない場合
  - ▶ 市場が競争的ではない (独占等)
  - ▶ 市場がうまく機能しない対象がある (公共財, 外部性)
  - ▶ マクロ特有の要素：約束が守られるか (例えば倒産), 借入が自由に可能か



# 社会的計画者と効率性 (家計が二人いるとき)

次のような全知全能かつ慈善的な存在を**社会的計画者**と呼ぶ

- ▶ 慈善的：社会的計画者は、家計の効用を最大化する
- ▶ 全知全能：社会的計画者は、企業の生産技術や家計の初期賦存を完全に理解し、保有している

社会的計画者の最適化問題：

$$\begin{aligned}
 & \max_{c_1^A, c_2^A, c_1^B, c_2^B} u(c_1^A) + \beta u(c_2^A) \\
 & \text{s.t. } \bar{u} = u(c_1^B) + \beta u(c_2^B) \quad (\text{Bさんの効用を止める}) \\
 & \quad c_1^A + c_1^B = y_1^A + y_1^B \quad (1 \text{ 期の財市場均衡条件}) \\
 & \quad c_2^A + c_2^B = y_2^A + y_2^B \quad (2 \text{ 期の財市場均衡条件})
 \end{aligned}$$

(コメント：この計算問題は基礎マクロの試験では出しません)

# 社会的計画者の解

(社会的計画者の問題はラグランジュ法でないと解けないので計算手順は補足 53 頁)

社会的計画者の問題の解は

$$\underbrace{\frac{u'(c_1^A)}{\beta u'(c_2^A)}}_{\text{A さんの無差別曲線の傾き}} = \underbrace{\frac{u'(c_1^B)}{\beta u'(c_2^B)}}_{\text{B さんの無差別曲線の傾き}}$$

となる。競争均衡では、

$$\underbrace{\frac{u'(c_1^A)}{\beta u'(c_2^A)}}_{\text{A さんの無差別曲線の傾き}} = \underbrace{\frac{u'(c_1^B)}{\beta u'(c_2^B)}}_{\text{B さんの無差別曲線の傾き}} = 1 + r$$

だった。同じ！

⇒「競争均衡では、配分が効率的になるように価格が調整される」

# 社会的計画者と効率性のまとめ

一般均衡

日野将志

均衡概念：完全競争

動学的な純粋交換  
経済

厚生経済学の基本第  
一定理

生産のある動学的  
一般均衡

動学的一般均衡モ  
デルの使い方

景気循環理論入門

資産価格理論入門

補足

社会的計画者は、(全知全能なので) 無駄なく生産技術を使って、Bさんの効用を一定として、Aさんの効用を最大化する

- ▶ 社会的計画者の問題の解は (パレート) 効率的
- ▶ したがって、競争均衡が社会的計画者の解と一致することが示せば、競争均衡が (パレート) 効率的であることも示せる

閑話休題：ミクロの人はこういう証明方法を取らない：理由

- ▶ 微分可能性等、数学的に不必要な仮定を増やして証明しているから
- ▶ マクロの人間は、微分可能性は当たり前に仮定するので、このアプローチを使うことが割と多い

均衡概念：完全競争

動学的な純粋交換  
経済

厚生経済学の基本第  
一定理

生産のある動学的  
一般均衡

動学的一般均衡モ  
デルの使い方

景気循環理論入門

資産価格理論入門

補足

## 生産のある動学的一般均衡：RBC モデル入門

# 生産のある動学的一般均衡の概要

## 最も単純な生産のある動学的一般均衡のイメージ

- ▶ 2 期間
- ▶ 家計は 1 人
  - ▶ 貯金を企業に資本として渡す
  - ▶ 家計は每期 1 単位確実に労働を供給するとする
  - ▶ 家計は企業の株を保有しており、企業の利潤  $\pi$  を受け取る
- ▶ 企業も 1 社
  - ▶ 2 期間静的に操業
    - ▶ 1 期は  $L$  を使う
    - ▶ 2 期は  $L$  と  $K$  を使う
  - ▶ 家計から借りた資本を使って各期に財を生産
- ▶ 完全競争：どちらも価格へ影響を持たないとする

家計の最大化問題は2週目に学んだ通り：

$$\begin{aligned} \max_{c_1, c_2} \quad & u(c_1) + \beta u(c_2) \\ \text{s.t.} \quad & c_1 + s = w_1 + \pi_1 \\ & c_2 = w_2 + (1 + r)s + \pi_2 \end{aligned}$$

唯一の違い：企業の利潤  $\pi_t$  の受け取り

企業は静学的に利潤最大化を行う

- ▶ 企業の生産技術は  $F(K, H) = zF(K) + zF(H)$  とする
  - ▶  $z$  は生産性 (パラメータ)
- ▶ 1 期目に次の利潤最大化を解く

$$\pi_1 = \max_{H_t} zF(H_t) - w_t H_t$$

- ▶ 2 期目に次の利潤最大化を解く

$$\pi_2 = \max_{K_t, H_t} zF(K_t) + zF(H_t) - w_t H_t - (r + \delta)K_t$$

# 完全競争市場と均衡

価格と配分の決まり方：完全競争市場

競争均衡：完全競争市場で決まる価格と配分

- (1) 効用最大化の条件：家計が効用最大化をするような消費 ( $c_1^i, c_2^i$ )
- (2) 利潤最大化の条件：企業が利潤を最大化するような生産 ( $y_1, y_2$ )
- (3) 市場均衡条件：世の中に存在する総量と家計が消費する総量が釣り合うように価格が決まる

$$\underbrace{c_1}_{\text{家計の } t \text{ 期の財の消費}} + K = \underbrace{F(H)}_{\text{企業の生産}} \quad (1 \text{ 期の財市場})$$

$$\underbrace{c_2}_{\text{家計の } 2 \text{ 期の財の消費}} = \underbrace{F(K, H)}_{\text{企業の生産}} \quad (2 \text{ 期の財市場})$$

$$\underbrace{1}_{\text{家計の労働供給}} = \underbrace{H}_{\text{企業の労働需要}} \quad (t \text{ 期の労働市場})$$

$$\underbrace{s}_{\text{家計の資本供給}} = \underbrace{K}_{\text{企業の資本需要}} \quad (t \text{ 期の資本市場})$$



生産があるときの社会的計画者の最適化問題：

$$\begin{aligned} \max_{c_1, c_2, K_2} \quad & u(c_1) + \beta u(c_2) \\ \text{s.t.} \quad & c_1 + K_2 = zF(1) \\ & c_2 = zF(K_2) + zF(1) \end{aligned}$$

均衡概念：完全競争

動学的な純粋交換  
経済

厚生経済学の基本第  
一定理

生産のある動学的  
一般均衡

動学的一般均衡モ  
デルの使い方

景気循環理論入門

資産価格理論入門

補足

## 動学的一般均衡モデルの使い方：入門

# 動学的一般均衡の使われ方

一般均衡

日野将志

均衡概念：完全競争

動学的な純粋交換  
経済

厚生経済学の基本第  
一定理

生産のある動学的  
一般均衡

動学的一般均衡モデ  
ルの使い方

景気循環理論入門

資産価格理論入門

補足

これから大学院の1年目で学ぶことをテクニカルな部分を排除して結果だけ紹介

## ▶ 数量の検証：RBC モデル

- ▶ 中心的な問い：「基本的な動学的一般均衡のモデルは，現実の  $C, I, Y$  の特徴を捉えられるか？」
- ▶ RBC：実物的景気循環 (Real Business Cycle)

## ▶ 価格の検証 (一例)：(消費に依拠した) 資産価格理論

- ▶ 中心的な問い：「基本的な動学的一般均衡のモデルは，現実の資産価格の特徴を捉えられるか？」
- ▶ CCAPM：(消費に依拠した) 資産価格理論 (Consumption-based Capital Asset Pricing Model)

均衡概念：完全競争

動学的な純粋交換  
経済

厚生経済学の基本第  
一定理

生産のある動学的  
一般均衡

動学的一般均衡モ  
デルの使い方

景気循環理論入門

資産価格理論入門

補足

## 景気循環理論入門：Real Business Cycle Theory (RBC)

# 先進国の景気循環に関する事実：King and Rebelo 1999

一般均衡

日野将志

均衡概念：完全競争

動学的な純粋交換  
経済

厚生経済学の基本第  
一定理

生産のある動学的  
一般均衡

動学的一般均衡モ  
デルの使い方

景気循環理論入門

資産価格理論入門

補足

1. 非耐久財消費  $C$  は、生産  $Y$  よりも分散が小さい
2. 投資  $I$  は、生産  $Y$  よりも 2 倍以上分散が大きい
3. 政府支出  $G$  は、生産よりも分散が小さい
4. 労働時間  $H$  は、生産と同程度の分散をもつ

(元の KR の文章は「投資は (略)\*3\*倍以上分散が大きい」となっているが修正)

Table: 現実の景気循環統計 (Miao (2014) より)

	$\text{std}(x)/\text{std}(Y)$	$Y$ との相関
$Y$	1.0	1.0
$C$	0.63	0.8
$I$	2.38	0.62
$H$	1.05	0.82

均衡概念：完全競争

動学的な純粋交換  
経済

厚生経済学の基本第  
一定理

生産のある動学的  
一般均衡

動学的一般均衡モデ  
ルの使い方

景気循環理論入門

資産価格理論入門

補足

## 表の読み方

- ▶ 2 列目：GDP( $Y$ ) の分散で除した，それぞれの変数の分散

0 以上の値を取る．1 より小さいとき，GDP より分散が小さく，1 より大きいときには GDP より分散が大きいことを意味する．

- ▶ 3 列目：GDP との相関．

−1 から 1 の間を取り，負の時，「景気が悪くなると上がる」ことを意味しており，正の時は，「景気が良くなると上がる」ことを意味している．英語では前者を countercyclical(反循環的)，後者を procyclical(順循環的) と呼ぶ

本スライドで学んだ生産のある動学的一般均衡モデルを次のように変えた

- ▶  $zF(K, H)$  の  $z$  が確率的に動くことで，経済全体が変動する
  - ▶  $z$  が確率的に動くことによる，不確実性がある
- ▶ 無限期間

Table: 景気循環統計 (Miao (2014) より)

	$\text{std}(x)/\text{std}(Y)$	$Y$ との相関
$Y$	1.85 (1.52)	1.0 (1.0)
$C$	0.63 (0.45)	0.8 (0.97)
$I$	2.38 (2.75)	0.62 (0.99)
$H$	1.05 (0.36)	0.82 (0.98)

カッコ内は RBC モデルの結果．ここでは  $Y$  の 2 列目のみ， $\text{std}(Y)$  を表示

基本的な解釈：「乖離もあるが，簡単なモデルでこれだけ説明できるならすごい」

- ▶ 「RBC モデルの非現実的な部分 (完全競争，取引費用，金融の役割) を直せば，RBC モデルは更に良くなるのでは？」⇒ DSGE モデルへ



## ビルトイン・スタビライザー (built-in stabilizer) : 自動景気安定化装置

均衡概念：完全競争

動学的な純粋交換  
経済厚生経済学の基本第  
一定理生産のある動学的  
一般均衡動学的一般均衡モデ  
ルの使い方

景気循環理論入門

資産価格理論入門

補足

### ビルトイン・スタビライザーの具体例と考え方

- ▶ 具体例：累進所得税
  - ▶ 景気が悪くなる  $\Rightarrow$  低収入の人増加  $\Rightarrow$  累進課税によって、税率が下がる  $\Rightarrow$  税負担減少
  - ▶ 景気が良くなる  $\Rightarrow$  高収入の人増加  $\Rightarrow$  累進課税によって、税率が上がる  $\Rightarrow$  税負担増加
- ▶ ビルトイン・スタビライザーの利点
  - ▶ 自動であるため即座 (政策委員会や国会の承認が不要)
  - ▶ 政策に関する不確実性がない
    - ▶ 例えば給付金であれば、不景気時に「給付金が支給されるのか。それはいつ？いくら？」と色々審議して決まるので、事前には未知な部分が多い

均衡概念：完全競争

動学的な純粋交換  
経済

厚生経済学の基本第  
一定理

生産のある動学的  
一般均衡

動学的一般均衡モ  
デルの使い方

景気循環理論入門

資産価格理論入門

補足

資産価格理論のほんの触り部分 (時間に余裕があれば)

# 資産価格に関する事実：Campbell (2003)

一般均衡

日野将志

均衡概念：完全競争

動学的な純粋交換  
経済

厚生経済学の基本第  
一定理

生産のある動学的  
一般均衡

動学的一般均衡モ  
デルの使い方

景気循環理論入門

資産価格理論入門

補足

資産価格に関する事実：アメリカ 1947-1998 年

- ▶ 株式の平均的な実質リターンは年率 8.1%
- ▶ 安全資産 (短期の米国国債) の平均的な実質リターンは年率 0.9%

なぜこんなに株式と安全資産のリターンに差があるのだろうか？ (equity premium puzzle, Mehra and Prescott 1985)

- ▶ 普通の動学的一般均衡モデルで説明できる？
- ▶ 答え：標準的なモデルで、一般的なパラメータを使うと出来なさそう

# 資産のリターン：株と貯蓄

一般均衡

日野将志

均衡概念：完全競争

動学的な純粋交換  
経済

厚生経済学の基本第  
一定理

生産のある動学的  
一般均衡

動学的一般均衡モデ  
ルの使い方

景気循環理論入門

資産価格理論入門

補足

例えば株式のリターンは，配当 (インカムゲイン) と売却利益 (キャピタルゲイン) によって与えられる．

- ▶ 株式：株価を  $p_t$ ，配当を  $d_t$  とすると，今期  $t$  株を 1 つ買って来期  $t+1$  に得られるリターンは次の通り．

$$\frac{p_{t+1} + d_{t+1}}{p_t}$$

- ▶ (既に学んだけれど) 貯蓄は，今期  $t$  に 1 単位貯蓄すると，来期  $t+1$  に次のリターンを得る．

$$(1 + r_{t+1})$$

# 無裁定条件：不確定性がないとき

無裁定条件：市場では以下のようなになるはず

$$\frac{p_{t+1} + d_{t+1}}{p_t} = 1 + r_{t+1}$$

- ▶ もし  $(p_{t+1} + d_{t+1})/p_t > 1 + r_{t+1}$  の場合

貯蓄のリターンの方が低い。なので、皆、貯蓄ではなく株式を買う。すると、株価  $p_t$  が上がって、株のリターンが下がる。その結果、 $(p_{t+1} + d_{t+1})/p_t = 1 + r_{t+1}$  になる

- ▶ もし  $(p_{t+1} + d_{t+1})/p_t < 1 + r_{t+1}$  の場合

貯蓄のリターンの方が高い。なので、皆、株式ではなく貯蓄をする。すると、株価  $p_t$  が下がって、株のリターンが上がる。その結果、 $(p_{t+1} + d_{t+1})/p_t = 1 + r_{t+1}$  になる

「株式のリターンと貯蓄のリターンが等号…？でも、現実には株式の方がリターン高いよね？」

資産のリターンは現実には幅がある (Campbell 2003)

- ▶ 株式のリターンはとても振れ幅が大きい．年率の標準偏差は 15.6%
- ▶ 国債のリターンは振れ幅が小さい．年率の標準偏差は 1.7% 未満

言葉の定義：

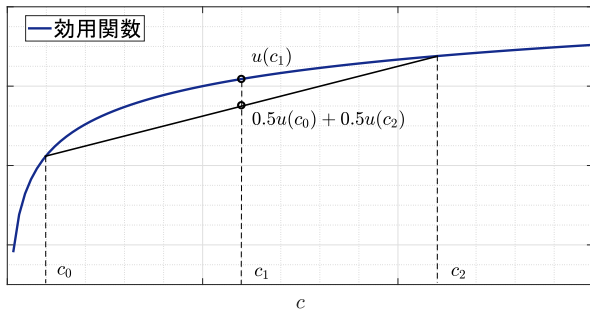
- ▶ **危険資産**：リターンが大きい代わりに，リターンの分散も大きい
- ▶ **安全資産**：リターンは小さい代わりに，リターンの分散も小さい

# 家計と不確実性

二つの選択肢を考えてみる  $c_0 < c_1 < c_2$  という3つの消費を考える.

- 1 安全な選択肢：確実に  $c_1$  がもらえる
- 2 危険な選択肢：確率 0.5 で  $c_0$ , 0.5 で  $c_2$  がもらえる

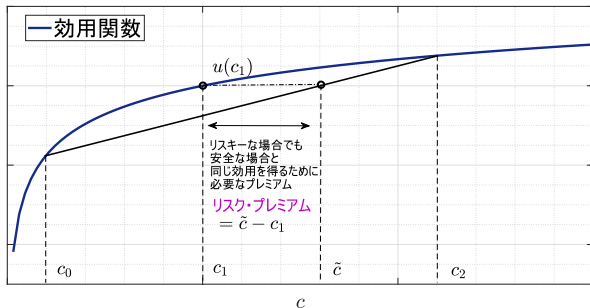
Figure:  $c_1 = 0.5c_0 + 0.5c_2$  という場合



# 危険回避

上に凸な効用関数は，リターンの期待値が同じ ( $c_1 = 0.5c_0 + 0.5c_2$ ) であれば，安全な選択肢を選ぶ ( $u(c_1) > 0.5u(c_0) + 0.5u(c_2)$ ).

- ▶ 危険回避的な家計：上に凸な効用関数
- ▶ 危険中立的な家計：線形な効用関数
- ▶ 危険愛好的な家計：下に凸な効用関数





危険回避的な家計であれば，以下の時に二つの選択肢は無差別になる．

- 1 安全な選択肢：確実に  $c_1$  がもらえる
- 2 危険な選択肢：確率 0.5 で  $c_0$ ，0.5 で  $c_2$  がもらえる．また **リスク・プレミアム** ももらえる

このように，危険な資産にはリスク・プレミアム分だけ，リターンが高くなる．つまり，

$$\mathbb{E} \left[ \frac{p_{t+1} + d_{t+1}}{p_t} \right] > \mathbb{E} [1 + r_{t+1}]$$

となるのは，不確実性を考えると自然．

資産価格に関する事実 (再掲) : アメリカ 1947-1998 年

- ▶ 株式の平均的な実質リターンは年率 8.1%
- ▶ 安全資産 (短期の米国国債) の平均的な実質リターンは年率 0.9%

基本的な結果 (Mehra and Prescott 1985) : 標準的なモデルのプレミアムはもっと小さい. これほど大きな現実のエクイティ・プレミアムを標準的なモデルは説明できない.

ものすごく大雑把に言うと

- ▶ 景気循環論の結論：標準的なモデルは，数量を説明するのは割と得意
- ▶ 資産価格理論の結論：標準的なモデルは，価格を説明するのはとても苦手

なお，これらは 1980 年代の結論

## 補足

一般均衡

日野将志

均衡概念：完全競争

動学的な純粋交換  
経済

厚生経済学の基本第  
一定理

生産のある動学的  
一般均衡

動学的一般均衡モ  
デルの使い方

景気循環理論入門

資産価格理論入門

補足

社会的計画者の問題の解き方

## 25 頁の社会的計画者の問題 (再掲)

$$\begin{aligned} & \max_{c_1^A, c_2^A, c_1^B, c_2^B} u(c_1^A) + \beta u(c_2^A) \\ & \text{s.t. } \bar{u} = u(c_1^B) + \beta u(c_2^B) \quad (\text{B さんの効用を止める}) \\ & \quad c_1^A + c_1^B = y_1^A + y_1^B \quad (1 \text{ 期の財市場均衡条件}) \\ & \quad c_2^A + c_2^B = y_2^A + y_2^B \quad (2 \text{ 期の財市場均衡条件}) \end{aligned}$$

# ラグランジュ関数と一階の条件

一般均衡

日野将志

ラグランジュ関数は以下のとおり

$$\begin{aligned}\mathcal{L} = & u(c_1^A) + \beta u(c_2^A) + \lambda_1[u(c_1^B) + \beta u(c_2^B) - \bar{u}] \\ & + \lambda_2[y_1^A + y_1^B - c_1^A - c_1^B] + \lambda_3[y_2^A + y_2^B - c_2^A - c_2^B]\end{aligned}$$

この一階の条件は以下のとおり

$$c_1^A : u'(c_1^A) = \lambda_2 \quad (1)$$

$$c_2^A : \beta u'(c_2^A) = \lambda_3 \quad (2)$$

$$c_1^B : \lambda_1 u'(c_1^B) = \lambda_2 \quad (3)$$

$$c_2^B : \lambda_1 \beta u'(c_2^B) = \lambda_3 \quad (4)$$

均衡概念：完全競争

動学的な純粋交換  
経済

厚生経済学の基本第  
一定理

生産のある動学的  
一般均衡

動学的一般均衡モデ  
ルの使い方

景気循環理論入門

資産価格理論入門

補足

社会的計画者の問題の解き方

# 一階の条件のまとめ

一般均衡

日野将志

均衡概念：完全競争

動学的な純粋交換  
経済

厚生経済学の基本第  
一定理

生産のある動学的  
一般均衡

動学的一般均衡モ  
デルの使い方

景気循環理論入門

資産価格理論入門

補足

社会的計画者の問題の解き方

4本の式からうまく  $\lambda_i$  を排除するように整理すると

$$\underbrace{\frac{u'(c_1^A)}{\beta u'(c_2^A)}}_{\text{A さんの無差別曲線の傾き}} = \underbrace{\frac{u'(c_1^B)}{\beta u'(c_2^B)}}_{\text{B さんの無差別曲線の傾き}}$$

を得る.