基礎マクロ：IS-LM モデル

日野将志

一橋大学

2021

ケインズ的な考え方

これまでの内容：(新) 古典派的なモデル

- 価格は自由に調整される

ケインズ的なモデル

- 価格は自由に調整できない
  - 価格が調整できないため，数量が大きく動く

ロードマップ：それぞれの関係

家計の選択
1．消費と貯蓄
2．消費と労働

企業の選択
1．生産と投資

均衡の理論
1．家計のみの均衡
2．家計と企業の均衡

景気循環入門
資産価格理論入門

経済成長入門

物価・景気循環・マクロ経済政策
1．貨幣と物価
2．IS-LM モデル
3．AD-AS モデル

- 教科書：
  - 基本的な IS-LM：二神・堀 11 章，宮尾 6 章
  - 動学的な IS-LM：Kurlat 14.4

ケインジアン的なマクロ経済学：概要

これから 2,3 週間はこの内容

実物的な側面
・家計の消費 (需要)
・企業の投資 (需要)
⇒IS 曲線

貨幣的な側面
・貨幣の供給
・貨幣の需要
⇒LM 曲線

IS-LM モデル
「物価 p が所与の下で、
(Y, r) の決定」
⇒AD 曲線へ

AS 曲線

AD-AS モデル
「(p, Y, r) の決定」

このスライドの内容

1. 基本的な IS-LM モデル
   - IS 曲線
   - LM 曲線
   - IS-LM
2. 動学的な IS-LM モデル
   - 動学的な IS-LM モデルを使った分析
3. AD 曲線
4. まとめ
5. 補論：IS-MP モデル
6. 数学補論

基本的な IS-LM モデル：ケインズ型消費関数に基づいたもの

(※いわゆる一般的な IS-LM)

IS-LM モデルの概要

- 物価 $p(=1)$ は固定されている (硬直物価)
  - インフレ率 $\pi = 0 \Rightarrow$ 実質金利 $r =$ 名目金利 i
    - 復習：フィッシャー方程式 $i = r + \pi$
- 2 つの変数 (Y, r) が次の二つの市場で決まる
  - IS 曲線：財市場の均衡条件
  - LM 曲線：貨幣市場の均衡条件

IS 曲線

閉鎖経済を考える．財の市場の均衡条件は

$$C + I + G = Y$$

それぞれの要素は次の特徴を持つとする (要復習)

- ケインズ型消費関数：$C = \alpha_1 Y + \alpha_2$ $(\alpha_1 \in (0,1))$
- 投資関数：$I = I(r)$
  - 投資関数は $I'(r) < 0$ とする
    - 利子率が上がる ⇒ 投資のための機会費用が上がる ⇒ 投資は下がる
- 政府支出：G は外生
  - 政府は政府自身の裁量によって G を決める

結果的に，

IS 曲線：財市場の均衡条件

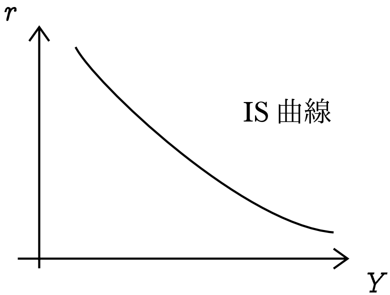
IS 曲線：
$$C(Y) + I(r) + G = Y$$

IS 曲線の図による表現

前述の財の市場均衡条件を Y, r について全微分すると，

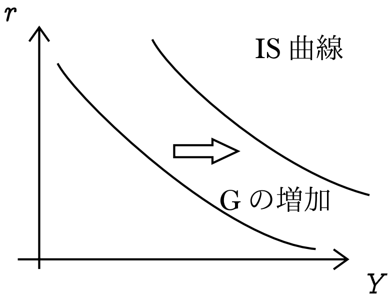
$$
\begin{aligned}
& C'(Y)\mathrm{d}Y + I'(r)\mathrm{d}r = \mathrm{d}Y \\
\Rightarrow\ & \frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}Y} = \frac{1-\alpha_1}{I'(r)} < 0
\end{aligned}
$$

(Y, r) 平面に対して，右下がり



IS 曲線：財政政策

- IS の由来：$I = S$ から．
  - そもそも $C + I + G = Y$ は，(i) 家計の予算 $C + S + G = Y$，(ii) 投資と貯蓄 $I = S$ より来ている
- G が増えたら右にシフト



LM 曲線

貨幣の需給を考える．貨幣市場の均衡条件は以下のとおり．

LM 曲線：貨幣市場の均衡条件

$$M^S = m^D(Y, r)p$$

- M^S：中央銀行がコントロールする
- m^D：家計の実質貨幣需要
  - $\partial m^D(Y, r)/\partial Y > 0$
    - 取引 Y が増えると貨幣が必要になる
  - $\partial m^D(Y, r)/\partial r < 0$
    - 利息が上がると，資産が優位になる (貨幣の機会費用が上がる)

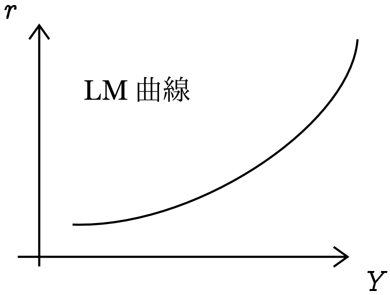
LM 曲線の図解

IS 曲線の時と同様に全微分する.

$$0 = p\frac{\partial m^D(Y,r)}{\partial Y}\mathrm{d}Y + p\frac{\partial m^D(Y,r)}{\partial r}\mathrm{d}r$$

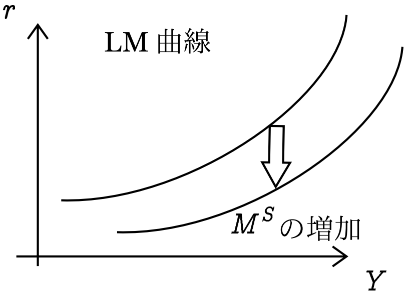
$$\frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}Y} = -\frac{\frac{\partial m^D(Y,r)}{\partial Y}}{\frac{\partial m^D(Y,r)}{\partial r}} > 0$$

(Y, r) 平面上で右上り



LM曲線に関する補足

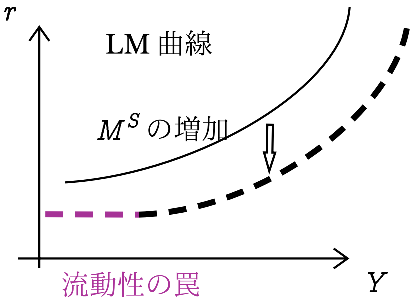
- LMの由来：Liquidity=Money
- M^S が増えたら，下にシフト



貨幣供給と流動性の罠

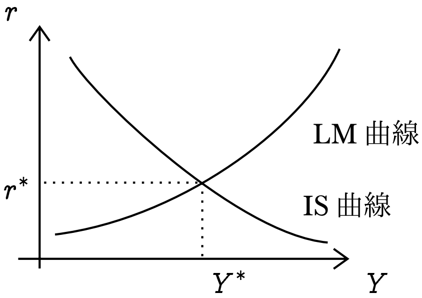
流動性の罠 (Liquidity Trap)：LM 曲線が水平になる

- (原則として) 利子率は 0 未満になれない (Zero Lower Bound)
- (より現実的には，実質的な下限 (Effective Lower Bound) がある：マイナス金利政策)

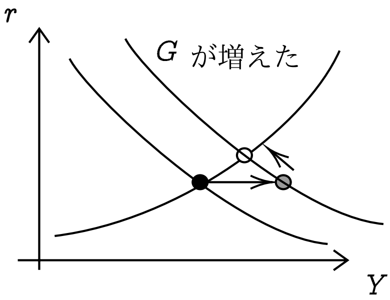


IS-LM モデル

IS 曲線と LM 曲線の交点で均衡の (Y, r) が決まる．



IS-LM モデルによる財政政策：政府支出 G



起きてること

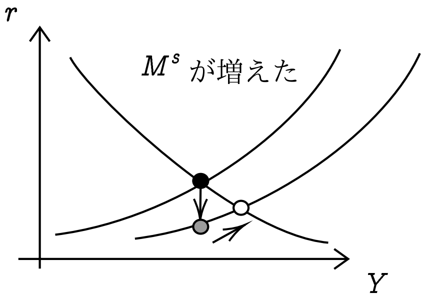
(1) G が増えて，乗数効果より Y が増える

(2) Y が増えたので貨幣需要 $m^D(Y, r)$ が増える

(3) $m^D(Y, r)$ が増えた結果，(資産保有が減り) 金利 r が上がる

(4) r が上がったので，$I(r)$ が減る (クラウディング・アウト)

IS-LM モデルによる金融政策：貨幣供給 M^S



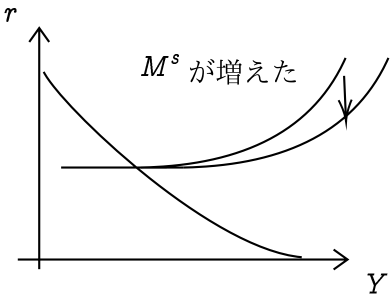
(1) M^S が増えたので貨幣が余る．家計は資産を持つようになる

(2) 資産需要が増えた結果，利子率 r が下がる

(3) 利子率が下がったので，$I(r)$ ひいては Y が増える

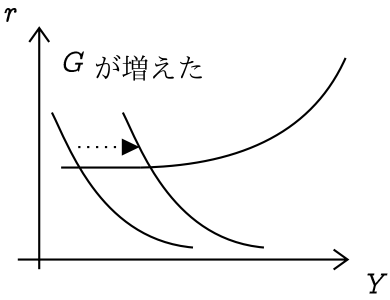
(4) Y が増えると $m^D(Y,r)$ が増えて，r が上がる

IS-LM モデルによる貨幣供給 M^S：流動性の罠



- Y が全く増えない！
- 流動性の罠のとき金融政策 (流動性を増やす政策) は効果が無くなる
  - 近年の先進国はどこも低金利

IS-LM モデルによる財政政策：流動性の罠



- r が全く上がらない！ ⇒ クラウディング・アウトしない
- 流動性の罠のとき財政政策は大きな効果がある
  - 乗数効果をそのまま発揮する
    - 復習：乗数効果 $1/(1-\alpha_1)$

IS-LM モデルの注意点

注意点：政府支出の財源

- 国債で発行
- 家計は今期の所得だけを考慮してる
- 将来増税されるとしても気にしない

課税の場合はどうなる？練習問題 (?)

動学的な IS-LM モデル：2 期間モデルに基づいた IS-LM

Kurlat 14 章 (特に 14.4)

2期間モデルに基づくIS-LMの概要

2期間モデルの良い点

- 2期間モデルの場合，家計は将来の増税も考慮する
- 理論的にも，何が起きているかクリア

2期間モデルの欠点

- 難しくなる

目標：同様にIS曲線を導出する

(※LM曲線は同じ)

2 期間モデル：家計の最大化問題

$$\max_{C_1, C_2, S} \; u(C_1) + \beta u(C_2)$$

$$\text{s.t. } C_1 + S = Y_1 - T_1$$

$$C_2 = Y_2 + (1+r)S - T_2$$

オイラー方程式は

$$u'(C_1) = \beta(1+r)u'(C_2)$$

となる．

2 期間モデル：企業の最大化問題

- 1 期首には資本を持っていない
- 1 期目は労働のみを使って生産する．2 期目の資本のために投資することも出来る
- 2 期目は，1 期目に決めた資本を使って生産を行う

$$
\begin{aligned}
\max_{L,K}\ & \pi_1 + \frac{1}{1+r}\pi_2 \\
\text{s.t. } & \pi_1 = F^L(L) - wL - I \\
& I = K \\
& \pi_2 = F^K(K) + (1-\delta)K
\end{aligned}
$$

$I'(r) < 0$ が導ける (要復習)

オイラー方程式と財市場の均衡条件

財市場の均衡条件は以下のとおり

$$C_1 + I + G_1 = Y_1$$
$$C_2 + G_2 = F^K(K)$$

これをオイラー方程式に代入する．

動学的 IS 曲線

動学的 IS 曲線 $$u'(\underbrace{Y_1 - G_1 - I(r)}_{C_1}) = \beta(1+r)u'(\underbrace{F^K(I(r)) - G_2}_{C_2})$$

次のステップ：$\mathrm{d}Y_1/\mathrm{d}r$ を計算するために全微分する．

計算...

$$\text{Euler} \equiv u'(Y_1 - G_1 - I(r)) - \beta(1+r)u'(F(I(r)) - G_2)$$

全微分のために偏微分をそれぞれ計算する

$$\frac{\partial \text{ Euler}}{\partial Y_1} = u''(c_1) < 0$$

$$\frac{\partial \text{ Euler}}{\partial r} = -\underbrace{u''(c_1)}_{-}\underbrace{I'(r)}_{-} - \beta u'(c_2) - \beta(1+r)\underbrace{u''(c_2)}_{-}\underbrace{F'(I)}_{+}\underbrace{I'(r)}_{-} < 0$$

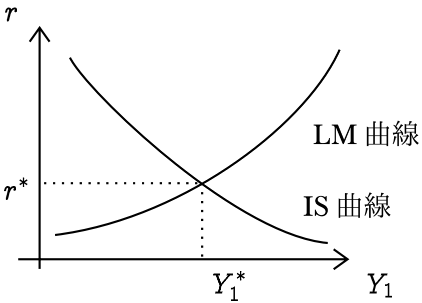
したがって，

$$\frac{\mathrm{d}Y_1}{\mathrm{d}r} = -\frac{\frac{\partial \text{ Euler}}{\partial r}}{\frac{\partial \text{ Euler}}{\partial Y_1}} < 0$$

右下がりの IS 曲線！

2 期間モデルに基づいた IS-LM

LM 曲線は同じ．Y_1 になったのがマイナーチェンジ



2 期間 IS-LM モデルにしかできないこと

自然な疑問：同じように見えるモデルだけど違いはある？

- IS-LM には無いショック
  - 選好のショック (β の変化)
  - 来期の景気の予想 (z_2 の変化，なお $z_2 F^K(K)$ とする)
- 今期徴税する場合 (T_1) と来期徴税する場合 (T_2) の分析

総じて，2 期間モデルの方が，リッチな分析が出来る

観察同値性と反実仮想同値性 (おまけ)

ざっくりした説明：

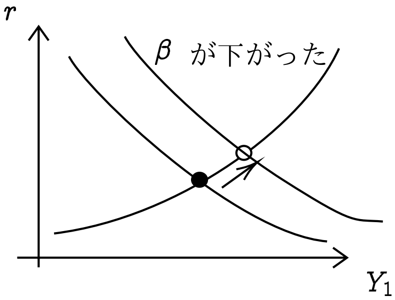
- ある 2 つのモデルが，全く同じようにふるまうとき，2 つのモデルは観察同値と呼ぶ.
  - 観察同値なモデルの問題点：2 つの異なるモデルが 1 つの事実を説明できてしまう．正しいモデルがどちらか分からない
  -
- 観察同値なモデルの中でも，ある実験に対して同じ予想をするものを，その実験に対して反実仮想同値と言う.

二つの IS-LM モデルは (Y, r) に関してほぼ観察同値 (正確には線形化する)．でも，動学的 IS-LM は異なる政策実験にも使える.

動学的な IS-LM モデルを使った分析

選好 β の変化

$\beta\downarrow$:「明日まで我慢できない！」貯蓄を減らして今日消費をする
IS 曲線が右にシフトする



今日の消費が増えるため，Y_1 は増える (ただし，$S\downarrow\Rightarrow I\downarrow\Rightarrow Y_2\downarrow$ と Y_2 は減る)

将来の生産性 z_2 の変化

$I(z_2, r)$ かつ $I_{z_2}(z_2, r) > 0$.
$z_2 \uparrow$:

- 明日の生産性が高い $\Rightarrow$ 投資を増やす $\Rightarrow$ 消費 $C_1 \downarrow$(代替効果)
- 来期の生産量が多い $\Rightarrow$ 恒常所得 $\uparrow \Rightarrow$ 消費 $C_1 \uparrow$(所得効果)

トータルでは C_1 が上がるかどうかは分からないが，I が上がる．仮に I の上がり幅 $> C_1$ の上がり幅とする．そのとき $z_2 \uparrow$ は IS 曲線を右にシフトさせる
$\Rightarrow$ これは C_1 と I を両方とも上げるようなショックの可能性 (現実にもそうなってる)

財源のタイミングについて

練習問題…？

AD 曲線の導出：AD-AS モデルへの準備

AD-AS モデルへの準備

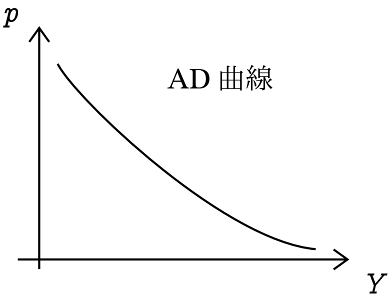
IS-LM モデルでは物価 p は外生的に固定されている

- AD-AS モデルは IS-LM モデルを拡張し，物価 p をモデルの中で求める
  - AD 曲線 (aggregate demand) は IS-LM モデル
  - AS 曲線 (aggregate supply) は次回学ぶ

AD 曲線を導出する

AD 曲線

AD 曲線とは：IS-LM モデルから導出される (Y, p) 平面上に右下がりの曲線



まずは単純な IS-LM モデルを元に，AD 曲線が (i) 数式的にどうなっているのか，(ii) 右下がりであることを確認する

AD 曲線

$$\text{IS 曲線：} \quad C(Y) + I(r) + G = Y$$
$$\text{LM 曲線：} \quad M^S = m^D(Y, r)p$$

IS 曲線の逆関数を取る．

$$r = I^{-1}(Y - C(Y) - G)$$

これを r について代入することで，

AD 曲線：財市場と貨幣市場の均衡条件

$$\text{AD 曲線} \qquad M^S = m^D(Y, I^{-1}(Y - G - C(Y)))p$$

と (Y, p) の関数を作ることができる．

AD 曲線の傾き：計算...

これから AD の関数の両辺を Y と p で全微分する.

$$M^S = m^D(Y, I^{-1}(Y - G - C(Y)))p$$
$$\Rightarrow 0 = p\underbrace{m_Y^D(Y,r)}_{+}\,\mathrm{d}Y + p\underbrace{m_r^D(Y,r)}_{-}\underbrace{I^{-1'}(r)}_{-}\underbrace{[1 - C'(Y)]}_{+}\,\mathrm{d}Y + \underbrace{m^D(Y,r)}_{+}\,\mathrm{d}p$$
$$\Rightarrow \frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}Y} = -p\frac{m_Y^D(Y,r) + m_r^D(Y,r)I^{-1'}(r)[1 - C'(Y)]}{m^D(Y,r)} < 0$$

(なお $I'(r) < 0$ なので $I^{-1'}(r) < 0$ となる (逆関数の微分)).
このように AD 曲線の傾きが分かる.
AD 曲線が右下がりの直観的な理由：「$p \uparrow \Rightarrow M^S < m^D(Y,r)p \Rightarrow$ 以下の 2 つの効果」

- $\Rightarrow Y \downarrow$
- $\Rightarrow r \uparrow \Rightarrow I(r) \downarrow Y \downarrow$

まとめ

今回のまとめ

- IS-LM は物価 p を固定した上で，(Y, r) の決定を分析するツール
  - 硬直的な物価 p
  - 部分均衡 (全ての価格が均衡で決まっていない，と言う意味)
- IS-LM において
  - 財政・金融政策ともに効果的 (財政政策は財源に注意)
  - ただし，流動性の罠のときには金融政策は効果を失う
- 2 期間のモデルを元に解いても，同様の IS 曲線が描ける

次回は物価 p の決定へ

LM 曲線の問題点：前回の復習

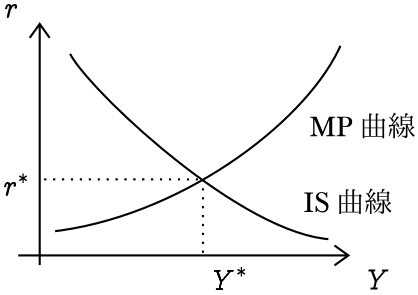
“いわゆる” 伝統的な金融政策

- ✗ 貨幣量の調整
- ○ 政策金利の調整

LM 曲線のように,「中央銀行が貨幣量を調整すると考えるモデルは，金融政策を考えるために良いモデルなのか？」

$\Rightarrow$ 貨幣量を調整するモデル (LM 曲線) ではなく，金利を調整するモデル (MP 曲線) を考えよう．

IS-MP モデル



結局，IS-LM モデルと同じ！

数学補論：曲線のシフト，2 次元の図，3 次元の関数

曲線のシフト：2次元の図と3次元関数のグラフ

- $F(x,y,z)=0$ という関数を考える．
- 仮定：この偏導関数は全て正とする，$(F_x,F_y,F_z)>0$
- 傾き：このとき

$$\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}=-\frac{F_y}{F_x}<0$$

なので，F は (x,y) 平面上で右下がりになる．
- シフト：$F_z>0$ なので，z が上がったとき，F は左にシフトする
  - z が高くなったとき，(x,y) が小さくても $F=0$ を維持できる