基礎マクロ：家計消費と貯蓄

日野将志

一橋大学

2021

ロードマップ：それぞれの関係

家計の選択
1．消費と貯蓄
2．消費と労働

企業の選択
1．生産と投資

均衡の理論
1．家計のみの均衡
2．家計と企業の均衡

景気循環入門
資産価格理論入門

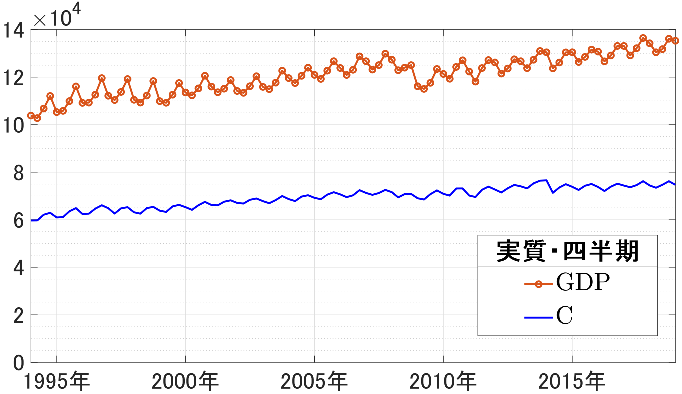
経済成長入門

物価・景気循環
・マクロ経済政策
1．貨幣と物価
2．IS-LM モデル
3．AD-AS モデル

家計消費

- 多くの先進国で家計消費は GDP の約 60% を占める.
- 家計消費が人々の幸福度を大きく決める
  - 企業の利益も結局は家計へ
    - 企業の利益 → 配当等として家計の所得 → 消費
- 教科書該当箇所
  - 二神・堀 2 章
  - Kurlat 6 章 (ただし、ケインズ型消費関数の話は、補足してます)
- このスライドの後半部分は計算が増えるので、紙とペンで計算を確認しながら聞いてもらえると理解が深まると思います

日本の家計消費と GDP



- 多くの先進国で家計消費は GDP の約 60% を占める.
- 特徴：消費の方が，揺れがゆるやか.

このスライドの内容

特に注意してほしいキーワード

- 限界消費性向 (MPC, Marginal Propensity to Consume)
- 乗数効果
- 恒常所得仮説

ケインズ型消費

消費と所得

消費は所得と強い関係がある

- 裕福な人ほど消費は多い
- 最も簡単な関数：一次関数

$$\underbrace{C}_{\text{消費}} = \underbrace{\alpha_1}_{\text{定数}} \underbrace{Y}_{\text{今の所得}} + \underbrace{\alpha_2}_{\text{所得以外で決まる消費}}$$

  - 二つの定数を $\alpha_1 \in (0,1)$ かつ $\alpha_2 \geq 0$ と仮定する
- $C = C(Y)$ という関数を**消費関数**と呼ぶ
- 特に上記のように (天下り的な) 線形の消費関数は，**ケインズ型消費関数**と呼ばれる

消費と所得

消費は所得と強い関係がある

- 裕福な人ほど消費は多い
- 最も簡単な関数：一次関数

$$\underbrace{C}_{\text{消費}} = \underbrace{\alpha_1}_{\text{定数}} \underbrace{Y}_{\text{今の所得}} + \underbrace{\alpha_2}_{\text{所得以外で決まる消費}}$$

  - 二つの定数を $\alpha_1 \in (0, 1)$ かつ $\alpha_2 \geq 0$ と仮定する

- $C = C(Y)$ という関数を**消費関数**と呼ぶ
- 特に上記のように (天下り的な) 線形の消費関数は，**ケインズ型消費関数**と呼ばれる

消費と所得

消費は所得と強い関係がある

- 裕福な人ほど消費は多い
- 最も簡単な関数：一次関数

$$\underbrace{C}_{\text{消費}} = \underbrace{\alpha_1}_{\text{定数}} \underbrace{Y}_{\text{今の所得}} + \underbrace{\alpha_2}_{\text{所得以外で決まる消費}}$$

  - 二つの定数を $\alpha_1 \in (0,1)$ かつ $\alpha_2 \geq 0$ と仮定する
- $C = C(Y)$ という関数を**消費関数**と呼ぶ
- 特に上記のように (天下り的な) 線形の消費関数は，**ケインズ型消費関数**と呼ばれる

消費と所得

消費は所得と強い関係がある

- 裕福な人ほど消費は多い
- 最も簡単な関数：一次関数

$$\underbrace{C}_{\text{消費}} = \underbrace{\alpha_1}_{\text{定数}} \underbrace{Y}_{\text{今の所得}} + \underbrace{\alpha_2}_{\text{所得以外で決まる消費}}$$

  - 二つの定数を $\alpha_1 \in (0,1)$ かつ $\alpha_2 \geq 0$ と仮定する
- $C = C(Y)$ という関数を**消費関数**と呼ぶ
- 特に上記のように (天下り的な) 線形の消費関数は，**ケインズ型消費関数**と呼ばれる

限界消費性向

限界消費性向 (MPC, Marginal Propensity to Consume) とは、「所得がほんの少し増えたときにどれだけ消費を増やすか」

- 数学的には、限界消費性向とは消費関数の所得に対する導関数のこと
$$\frac{\mathrm{d}C}{\mathrm{d}Y}$$
- 現実において限界消費性向を計測できるとき

  例：コロナの定額給付金，昇進，ボーナス，失職、ノルウェイのギャンブル
- ケインズ型消費関数の限界消費性向は
$$\frac{\mathrm{d}C}{\mathrm{d}Y} = \alpha_1$$

限界消費性向

限界消費性向 (MPC, Marginal Propensity to Consume) とは、「所得がほんの少し増えたときにどれだけ消費を増やすか」

- 数学的には、限界消費性向とは消費関数の所得に対する導関数のこと

$$\frac{\mathrm{d}C}{\mathrm{d}Y}$$

- 現実において限界消費性向を計測できるとき

  例：コロナの定額給付金，昇進，ボーナス，失職、ノルウェイのギャンブル

- ケインズ型消費関数の限界消費性向は

$$\frac{\mathrm{d}C}{\mathrm{d}Y} = \alpha_1$$

限界消費性向

限界消費性向 (MPC, Marginal Propensity to Consume) とは、「所得がほんの少し増えたときにどれだけ消費を増やすか」

- 数学的には、限界消費性向とは消費関数の所得に対する導関数のこと

$$\frac{\mathrm{d}C}{\mathrm{d}Y}$$

- 現実において限界消費性向を計測できるとき

  例：コロナの定額給付金，昇進，ボーナス，失職、ノルウェイのギャンブル

- ケインズ型消費関数の限界消費性向は

$$\frac{\mathrm{d}C}{\mathrm{d}Y} = \alpha_1$$

限界消費性向

限界消費性向 (MPC, Marginal Propensity to Consume) とは、「所得がほんの少し増えたときにどれだけ消費を増やすか」

- 数学的には、限界消費性向とは消費関数の所得に対する導関数のこと

$$\frac{\mathrm{d}C}{\mathrm{d}Y}$$

- 現実において限界消費性向を計測できるとき

  例：コロナの定額給付金，昇進，ボーナス，失職、ノルウェイのギャンブル

- ケインズ型消費関数の限界消費性向は

$$\frac{\mathrm{d}C}{\mathrm{d}Y} = \alpha_1$$

ケインズ型消費関数の応用：ケインジアン・クロス (別名：45 度線分析)

ケインジアン・クロス (45度線分析)

今，I と G を今固定する

- 国内閉鎖経済の GDP：$C + I + G = Y$
- ケインズ型消費関数：$C = \alpha_1 Y + \alpha_2$

代入すると、

$$\alpha_1 Y + \alpha_2 + I + G = Y$$
$$\Rightarrow Y = \frac{1}{1-\alpha_1}(\alpha_2 + I + G)$$

この分析のメッセージ

- 政府が G を1単位増やすと，Y は $1/(1-\alpha_1) \geq 1$ 単位増える
- 言い換え：「G を例えば1兆円すると，Y は1兆円以上増える」

ケインジアン・クロス (45 度線分析)

今，I と G を今固定する

- 国内閉鎖経済の GDP：$C + I + G = Y$
- ケインズ型消費関数：$C = \alpha_1 Y + \alpha_2$

代入すると、

$$\alpha_1 Y + \alpha_2 + I + G = Y$$

$$\Rightarrow Y = \frac{1}{1-\alpha_1}(\alpha_2 + I + G)$$

この分析のメッセージ

- 政府が G を 1 単位増やすと，Y は $1/(1-\alpha_1) \geq 1$ 単位増える
- 言い換え：「G を例えば 1 兆円すると，Y は 1 兆円以上増える」

ケインジアン・クロス (45度線分析)

今，I と G を今固定する

- 国内閉鎖経済の GDP：$C + I + G = Y$
- ケインズ型消費関数：$C = \alpha_1 Y + \alpha_2$

代入すると、

$$\alpha_1 Y + \alpha_2 + I + G = Y$$

$$\Rightarrow Y = \frac{1}{1-\alpha_1}(\alpha_2 + I + G)$$

この分析のメッセージ

- 政府が G を1単位増やすと，Y は $1/(1-\alpha_1) \geq 1$ 単位増える
- 言い換え：「G を例えば1兆円すると，Y は1兆円以上増える」

ケインジアン・クロス１

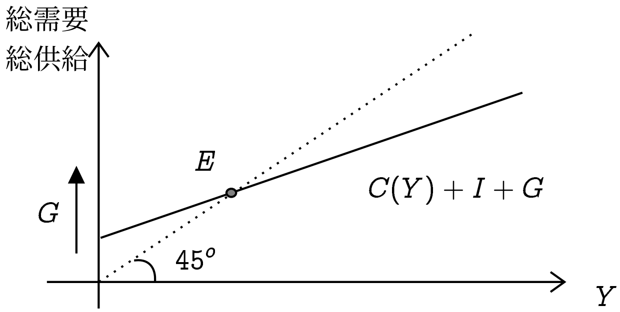


Figure: ケインジアン・クロス

均衡は以下の２本の方程式

$$\alpha_1 Y + \alpha_2 + I + G, \quad Y = \underbrace{Y^S}_{\text{総供給}}$$

ケインジアン・クロス２

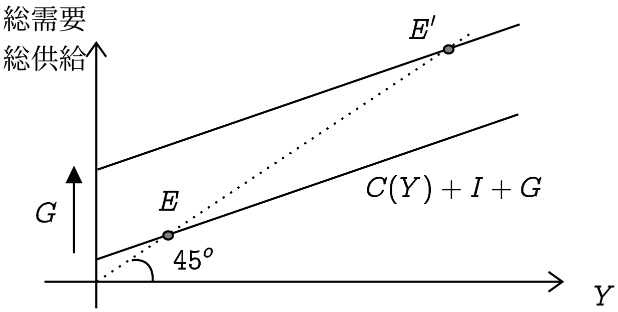


Figure: ケインジアン・クロスによる財政政策の効果

- 均衡は E→E' へ.
- $\frac{dY}{dG} \geq 1$

ケインジアン・クロスの経済学的な意味

$Y = \frac{1}{1-\alpha_1}(\alpha_2 + I + G)$

- G の増加は，それよりも大きな Y の増加をもたらす

$$\frac{\mathrm{d}Y}{\mathrm{d}G} = \frac{1}{1-\alpha_1}$$

- 経済学的な解釈：
  - 政府が G を 1000 円増やす．

    → Y が 1000 円増えるので家計が消費を $1000\alpha_1$ 円増やす

    → これは売買を通じて企業の売り上げとなり、これは労働賃金や配当等になる

    → 別の家計の所得が $1000\alpha_1$ 円増え，$1000\alpha_1^2$ 円消費を増やす
  - 繰り返し．n 回目の繰返しで $1000\alpha_1^n$ ずつ消費を行う
  - **合計の効果**：$1000(1+\alpha_1+\alpha_1^2+\ldots) = 1000\sum_{n=0}^{\infty}\alpha_1^n = \frac{1}{1-\alpha_1}1000$

このような波及効果を乗数効果と呼ぶ．

ケインジアン・クロスの経済学的な意味

$Y = \frac{1}{1-\alpha_1}(\alpha_2 + I + G)$

- G の増加は，それよりも大きな Y の増加をもたらす

$$\frac{\mathrm{d}Y}{\mathrm{d}G} = \frac{1}{1-\alpha_1}$$

- 経済学的な解釈：
  - 政府が G を 1000 円増やす．

  → Y が 1000 円増えるので家計が消費を $1000\alpha_1$ 円増やす

  → これは売買を通じて企業の売り上げとなり、これは労働賃金や配当等になる

  → 別の家計の所得が $1000\alpha_1$ 円増え，$1000\alpha_1^2$ 円消費を増やす
  - 繰り返し．n 回目の繰返しで $1000\alpha_1^n$ ずつ消費を行う
  - **合計の効果**：$1000(1+\alpha_1+\alpha_1^2+\ldots) = 1000\sum_{n=0}^{\infty}\alpha_1^n = \frac{1}{1-\alpha_1}1000$

このような波及効果を**乗数効果**と呼ぶ．

ケインジアン・クロスのまとめ

- 乗数効果は政治でよく財政出動をする根拠の一つ
  - 一例：2010 年 1 月の菅直人財務大臣と林芳正議員の議論
- 乗数効果 $\frac{\mathrm{d}Y}{\mathrm{d}G} \geq 1$
  - 限界消費性向 α_1 が高いほど乗数効果が高い (宿題参照)
- 数多くの仮定
  - ケインズ型消費関数
  - 総供給は総需要によって決まる ($Y = Y^S$)
  - 財源 (宿題参照)

2 期間モデル

ケインズ型消費関数の問題点

ケインズ型消費関数の問題点

- そもそも線形関数である理由は「簡単だから」．そんな理由でいい？
- ケインズ型消費関数の消費は今の所得だけに反応する．
  - 例えば将来の所得の変化には無反応．現実的？
  - 将来のような時間の概念をモデルに導入する必要がある ⇒ 動学的なモデルへ
    (マクロ経済学の主な分析対象は、経済成長と景気循環．どちらも動学的な分析対象)
- ミクロ経済学との整合性は？
  - ミクロ的基礎：基礎ミクロでは、同様に「2 財の効用最大化」を習ってると思うが、そのような最適化をマクロでは考えないのか？
  - ⇐ ルーカス批判

ケインズ型消費関数の問題点

ケインズ型消費関数の問題点

- そもそも線形関数である理由は「簡単だから」．そんな理由でいい？
- ケインズ型消費関数の消費は今の所得だけに反応する．
  - 例えば将来の所得の変化には無反応．現実的？
  - 将来のような時間の概念をモデルに導入する必要がある $\Rightarrow$ 動学的なモデルへ
    (マクロ経済学の主な分析対象は、経済成長と景気循環．どちらも動学的な分析対象)
- ミクロ経済学との整合性は？
  - ミクロ的基礎：基礎ミクロでは、同様に「2 財の効用最大化」を習ってると思うが、そのような最適化をマクロでは考えないのか？
  - $\Leftarrow$ ルーカス批判

ケインズ型消費関数の問題点

ケインズ型消費関数の問題点

- そもそも線形関数である理由は「簡単だから」．そんな理由でいい？
- ケインズ型消費関数の消費は今の所得だけに反応する．
  - 例えば将来の所得の変化には無反応．現実的？
  - 将来のような時間の概念をモデルに導入する必要がある ⇒ 動学的なモデルへ
    (マクロ経済学の主な分析対象は、経済成長と景気循環．どちらも動学的な分析対象)
- ミクロ経済学との整合性は？
  - ミクロ的基礎：基礎ミクロでは、同様に「2 財の効用最大化」を習ってると思うが、そのような最適化をマクロでは考えないのか？
  - ⇐ ルーカス批判

補足：ルーカス批判 (Lucas Critique)

Given that the structure of an econometric model consists of optimal decision rules of economic agents, and that optimal decision rules vary systematically with changes in the structure of series relevant to the decision maker, it follows that *any change in policy will systematically alter the structure of econometric models*

拙訳 (意訳)：定量経済モデル (econometric model) は最適化行動から構成され，その最適化行動は経済構造の変化によってシステマチックに変化することを考慮すると，政策のどんな変化も定量経済モデルの構造をシステマチックに変化させるはずである

補足：ルーカス批判 (Lucas Critique)

拙訳 (意訳)：定量経済モデル (econometric model) は最適化行動から構成され，その最適化行動は経済構造の変化によってシステマチックに変化することを考慮すると，政策のどんな変化も定量経済モデルの構造をシステマチックに変化させるはずである

注意：本来はとても深い発言なので，現時点で理解できる必要はない．

- ここでの意味：「ケインズ型消費関数は α_0, α_1 が定数と仮定されているが，これらの α_0, α_1 は政策や制度の変化によって柔軟に変わるはずである」
  - 例：将来の消費税が上がるなら，駆け込み需要によって消費が事前に上がる可能性が高い
- したがって，政策を考える際には，その政策に応じて変化しそうな経済構造をモデルに取り入れるべき

※理解できなくても，多くの経済学者が何度も繰り返し使う言葉なので，「聞いたことはある」状態になっていて欲しい．

2 期間モデルの概要

これから次のような家計の最大化問題を考える.

- 世の中は 2 期間続く
- 家計は消費から得る**効用** ($\approx$ 幸福度) を最大化したい
- 家計は**予算**という制約に直面する
  - 今日 ($t=1$) に労働所得 y_1 を得る
  - 明日 ($t=2$) に労働所得 y_2 を得る
- 貯蓄 s をすると、利息 $1+r$ がつく

$\Rightarrow$ 今日たくさん食べる (c_1) か、明日たくさん食べる (c_2) か、というトレードオフ

- 自然な疑問：今日と明日半分ずつ食べるのが最適？ $\Rightarrow$ そのケースは限られてる

2 期間モデルの概要

これから次のような家計の最大化問題を考える.

- 世の中は 2 期間続く
- 家計は消費から得る**効用** (≈ 幸福度) を最大化したい
- 家計は**予算**という制約に直面する
  - 今日 $(t = 1)$ に労働所得 y_1 を得る
  - 明日 $(t = 2)$ に労働所得 y_2 を得る
- 貯蓄 s をすると、利息 $1 + r$ がつく

⇒ 今日たくさん食べる (c_1) か、明日たくさん食べる (c_2) か、というトレードオフ

- 自然な疑問：今日と明日半分ずつ食べるのが最適？ ⇒ そのケースは限られてる

2期間モデルの概要

これから次のような家計の最大化問題を考える.

- 世の中は2期間続く
- 家計は消費から得る**効用** ($\approx$ 幸福度) を最大化したい
- 家計は**予算**という制約に直面する
  - 今日 $(t = 1)$ に労働所得 y_1 を得る
  - 明日 $(t = 2)$ に労働所得 y_2 を得る
- 貯蓄 s をすると、利息 $1 + r$ がつく

$\Rightarrow$ 今日たくさん食べる (c_1) か、明日たくさん食べる (c_2) か、というトレードオフ

- 自然な疑問：今日と明日半分ずつ食べるのが最適？ $\Rightarrow$ そのケースは限られてる

2期間モデルの概要

これから次のような家計の最大化問題を考える．

- 世の中は2期間続く
- 家計は消費から得る**効用** (≈ 幸福度) を最大化したい
- 家計は**予算**という制約に直面する
  - 今日 ($t = 1$) に労働所得 y_1 を得る
  - 明日 ($t = 2$) に労働所得 y_2 を得る
- 貯蓄 s をすると、利息 $1 + r$ がつく

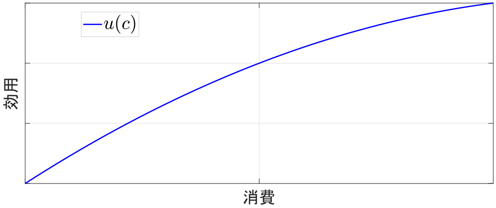
⇒ 今日たくさん食べる (c_1) か、明日たくさん食べる (c_2) か、というトレードオフ

- 自然な疑問：今日と明日半分ずつ食べるのが最適？ ⇒ そのケースは限られてる

効用関数

家計は消費から得る効用 (≈ 幸福度) を最大化したい

- これを数学的に表現できるととても便利　(詳しい背景は基礎・中級ミクロ等で)
- 経済学では**効用関数** (utility function) $u(c)$ を使う
  - (i) 効用関数は「消費 c が多ければ多いほど幸せ」という仮定が一般的
  - (ii) ただし、「たくさん消費しても幸福度はさほど上がらない」という仮定も一般的
    - 上記の二つは数学的には (i) $u'(c) > 0$ と (ii) $u''(c) < 0$



効用関数 (続)

2 期間モデルの場合

- 今日の効用：$u(c_1)$
- 明日の効用：$u(c_2)$

今日と明日の価値は完全には同じではない．一般的に、我慢を要する分、明日の価値は低い．

$$U(c_1, c_2) = u(c_1) + \beta u(c_2)$$

$\beta \in (0, 1)$ は我慢による効用の減少を表すパラメータ．β は (時間) 割引率と呼ばれる

- $u(c_1) + \beta u(c_2)$ は (c_1, c_2) という二変数関数 (3 次元の図)

効用関数 (続)

2 期間モデルの場合

- 今日の効用：$u(c_1)$
- 明日の効用：$u(c_2)$

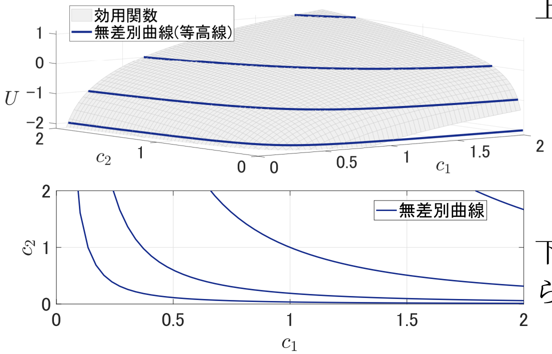
今日と明日の価値は完全には同じではない．一般的に、我慢を要する分、明日の価値は低い．

$$U(c_1, c_2) = u(c_1) + \beta u(c_2)$$

$\beta \in (0, 1)$ は我慢による効用の減少を表すパラメータ．β は (時間) 割引率と呼ばれる

- $u(c_1) + \beta u(c_2)$ は (c_1, c_2) という二変数関数 (3 次元の図)

効用関数の図示

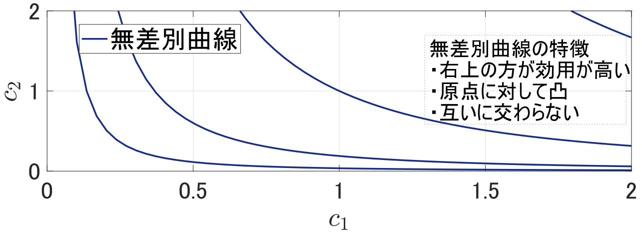


上図：全体像 (3 次元)

- c_i に対して増加
  - $u'(c_i) > 0$
- c_i が増えるほど，伸びが減少
  - $u''(c_i) < 0$

下図：等高線 (※ 3 次元の図を真上から見てるイメージ)

効用関数の図示：無差別曲線 (1)

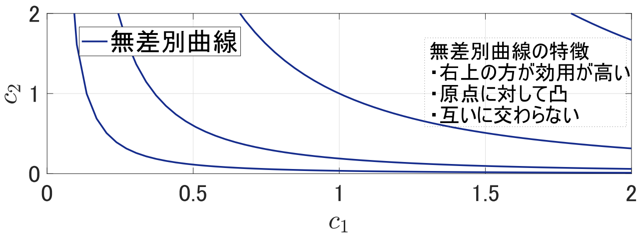


無差別曲線とは

- 効用 $U(c_1, c_2)$ の等高線
- 厳密には：ある $U(c_1, c_2) = \tilde{u}$ を達成できる，c_1, c_2 の組み合わせ

また、マクロ経済学の無差別曲線は、右側に偏っている (現在の財の方が好まれるため)　(※この図は縮尺注意)

効用関数の図示：無差別曲線 (2)



無差別曲線の特徴

(i) 無差別曲線は原点に凸 (右下がり)

(ii) 右上にいけばいくほど、効用 (効用関数の高さ) が高い

(iii) 交わることはない

(iv) 無数にある (等高線は任意の高さに対して取れる)

また、マクロ経済学の無差別曲線は、右側に偏っている (現在の財の方が好まれるため) (※この図は縮尺注意)

予算制約

- **今期の選択肢**：所得 y_1 を消費する c_1 か、貯蓄する s か
$$c_1 + s = y_1$$
- **来期の選択肢**：所得 y_2 と前期の貯蓄に利息を加えたもの $(1+r)s$ を消費する c_2
$$c_2 = y_2 + (1+r)s$$
- 今期にたくさん貯蓄すると、来期たくさん消費ができる：今期と来期のトレードオフ

割引現在価値

- y_1 を今日 $(t=1)$ 受け取り，明日 $(t=2)$ まで貯金した価値

$$y_1 \text{の } t=2 \text{ における価値：} (1+r)y_1$$

- y_2 をもし仮に明日ではなく今日受け取れるときの価値

$$y_2 \text{の } t=1 \text{ における価値：} \frac{y_2}{1+r}$$

  - なぜなら、$y_2/(1+r)$ を貯蓄したら、利息を込みで $[y_2/(1+r)](1+r)=y_2$ になるから
  - $y_2/(1+r)$ のように、将来の価値を現在で評価することを割引現在価値と言う

Table: 価値のまとめ

	今日	明日
y_1 の価値	y_1	$(1+r)y_1$
y_2 の価値	$\frac{y_2}{1+r}$	y_2

割引現在価値

- y_1 を今日 $(t=1)$ 受け取り，明日 $(t=2)$ まで貯金した価値

$$y_1 \text{の } t = 2 \text{ における価値：} (1+r)y_1$$

- y_2 をもし仮に明日ではなく今日受け取れるときの価値

$$y_2 \text{の } t = 1 \text{ における価値：} \frac{y_2}{1+r}$$

  - なぜなら、$y_2/(1+r)$ を貯蓄したら、利息を込みで $[y_2/(1+r)](1+r) = y_2$ になるから
  - $y_2/(1+r)$ のように、将来の価値を現在で評価することを割引現在価値と言う

Table: 価値のまとめ

	今日	明日
y_1 の価値	y_1	$(1+r)y_1$
y_2 の価値	$\frac{y_2}{1+r}$	y_2

生涯予算制約と恒常所得

今日と明日の予算制約は，それぞれ，

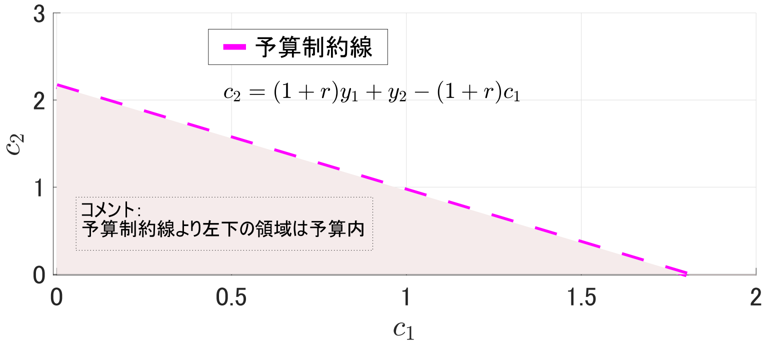
$$c_1 + s = y_1$$
$$c_2 = y_2 + (1 + r)s$$

これを s について代入して，s を消すと，

$$c_1 + \frac{c_2}{1+r} = \underbrace{y_1 + \frac{y_2}{1+r}}_{\text{恒常所得 (permanent income, lifetime income)}}$$

と書くことが出来る．これは c_2, y_2 を現在価値で評価している．
このように，現在価値で全ての将来の所得を評価し，一本の方程式にした予算制約を，生涯予算制約 (lifetime budget constraint) と呼ぶ．

予算制約：図示



予算制約の特徴

- 直線．傾きの絶対値は $1+r$
- 直線より左下は予算の範囲内．直線上は予算ちょうど

2 期間の問題

これまで説明した内容をモデル化すると、次のようになる

$$\max_{c_1, c_2, s} u(c_1) + \beta u(c_2)$$

$$\text{s.t. } c_1 + s = y_1$$

$$c_2 = y_2 + (1+r)s$$

- c_1 と c_2 は今期と来期の消費、s は貯蓄、y_1 と y_2 は今期と来期の所得、r は利子率
- max は最大化をするという数学の記号 (正確にはオペレーター)
  - max の右に来るのが、最大化をする対象 (効用)
  - max の下に来るのが、最大化のために選ぶもの (消費や貯蓄)
- 内生変数と外生変数
  - 内生変数：モデルの中で解かれる変数 (ここでは c_1, c_2, s)
  - 外生変数：モデルの外で決まってる変数 (ここでは β, r, y_1, y_2)

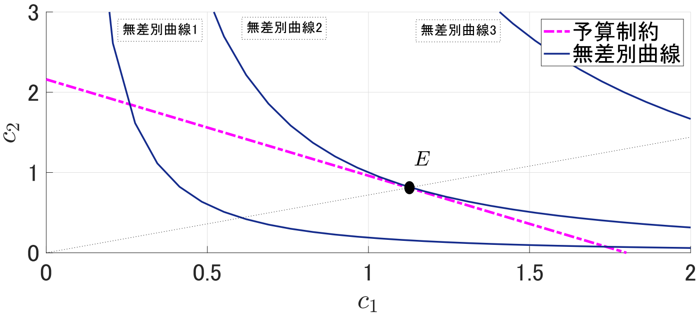
2 期間の問題

これまで説明した内容をモデル化すると、次のようになる

$$\max_{c_1, c_2, s} \ u(c_1) + \beta u(c_2)$$
$$\text{s.t. } c_1 + s = y_1$$
$$c_2 = y_2 + (1+r)s$$

- c_1 と c_2 は今期と来期の消費、s は貯蓄、y_1 と y_2 は今期と来期の所得、r は利子率
- max は最大化をするという数学の記号 (正確にはオペレーター)
  - max の右に来るのが、最大化をする対象 (効用)
  - max の下に来るのが、最大化のために選ぶもの (消費や貯蓄)
- 内生変数と外生変数
  - 内生変数：モデルの中で解かれる変数 (ここでは c_1, c_2, s)
  - 外生変数：モデルの外で決まってる変数 (ここでは β, r, y_1, y_2)

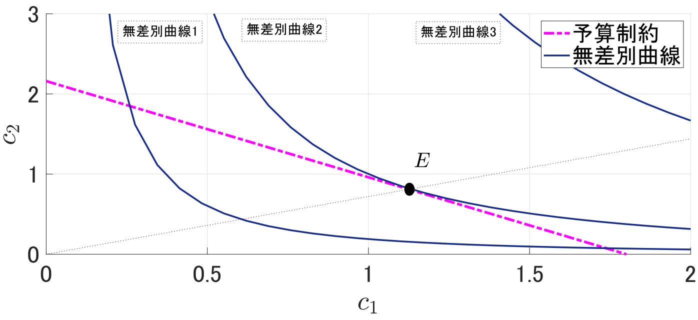
最適化の図解：無差別曲線と予算制約



- 無差別曲線 1 は効用が低い．予算が余ってる
- 無差別曲線 3 は効用は高いけど、予算の外
- 無差別曲線 2 と予算制約がちょうど接する

E が予算内で一番右上．E が最適な (c_1, c_2) の組み合わせ：

最適化の図解：無差別曲線と予算制約 (続)

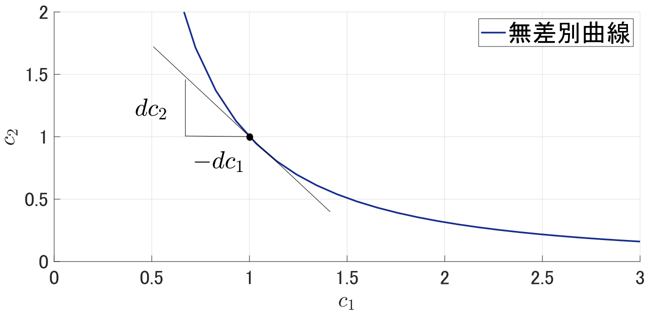


E が予算内で一番右上． E が最適な (c_1, c_2) の組み合わせ：2 つの条件

- 条件 1：無差別曲線の傾き ＝ 予算制約の傾き
- 条件 2：予算制約上

消費の平準化：一般に c_1 と c_2 が大きく異なるのは望ましくない．

無差別曲線の傾き



無差別曲線の傾きは次のようにして求める：$U = u(c_1) + \beta u(c_2)$ の全微分

$$0 = u'(c_1)\mathrm{d}c_1 + \beta u'(c_2)\mathrm{d}c_2$$

$$\Rightarrow -\frac{\mathrm{d}c_2}{\mathrm{d}c_1} = \frac{u'(c_1)}{\beta u'(c_2)}$$

これが無差別曲線の傾き．ミクロでは限界代替率と呼ばれる．

補足：無差別曲線の傾きの導出

無差別曲線とは効用の水準を一定としたときに、達成できる (c_1, c_2) の組み合わせ：

- $\bar{u} = u(c_1) + \beta u(c_2)$ と効用の水準を固定する
- (c_1, c_2) は動く $\Leftrightarrow$「c_1 を減らすなら、c_2 を増やすことで効用の水準を $\bar{u}$ に保つ」

この無差別曲線の傾きは次のような全微分によって求められる：

$$
\begin{aligned}
&\bar{u} = u(c_1) + \beta u(c_2) \\
\Rightarrow\ & 0 = u'(c_1)\mathrm{d}c_1 + \beta u'(c_2)\mathrm{d}c_2 \\
\Rightarrow\ & -\frac{\mathrm{d}c_2}{\mathrm{d}c_1} = \frac{u'(c_1)}{\beta u'(c_2)}
\end{aligned}
$$

最適化の条件：数学的なまとめ

- 条件 1：無差別曲線の傾き = 予算制約の傾き

$$\underbrace{\frac{u'(c_1)}{\beta u'(c_2)}}_{\text{無差別曲線の傾き}} = \underbrace{(1+r)}_{\text{予算制約の傾き}}$$

- 条件 2：予算制約

$$c_1 + s = y_1 \qquad \text{今期の予算制約}$$

$$c_2 = (1+r)s + y_2 \qquad \text{来期の予算制約}$$

これらが (c_1, c_2, s) という 3 つの変数に関する 3 つの方程式

⇒ これらの条件は，数学的にはどうやって導出する？

2 期間モデルの数学的な解き方

2 期間モデルの数学的な解き方

解きたい問題

$$\max_{c_1, c_2, s} u(c_1) + \beta u(c_2)$$

$$\text{s.t. } c_1 + s = y_1$$

$$c_2 = y_2 + (1 + r)s$$

図による解き方も便利だけれど，数学的に解けることも便利.
図示で示した 2 つの条件を導出する数学的な解き方はいくつかある

- 代入法
- ラグランジュ法 (or ラグランジュ未定乗数法)

ラグランジュ法の方が、将来的には便利だけど、まずは代入法でやります (ラグランジュ法は中級ミクロ・中級マクロ？).

2期間モデルの解き方：代入法

- 予算制約を目的関数に代入する

$$\max_{s} u(y_1 - s) + \beta u(y_2 + (1+r)s)$$

- s について微分して、導関数 $= 0$ を求める

$$-u'(y_1 - s) + \beta(1+r)u'(y_2 + (1+r)s) = 0$$
$$\Rightarrow u'(y_1 - s) = \beta(1+r)u'(y_2 + (1+r)s)$$

- 再度、予算制約を代入すると

$$u'(c_1) = \beta(1+r)u'(c_2)$$

これをオイラー方程式と呼びます.

オイラー方程式の意味

オイラー方程式は現代的なマクロ経済学で最も中心的な方程式

$$u'(c_1) = \beta(1+r)u'(c_2)$$

オイラー方程式の意味

- 左辺：今期の効用による費用
  今期の消費を１単位諦めて、それを貯金するときの効用の減少分
- 右辺：来期の効用による便益
  前期に貯蓄した分、$(1+r)$ 増える．しかし我慢した分 β だけ減って評価する．これらを考慮したときの効用の増加分

オイラー方程式を書き換えると，既に学んだ条件と同じ．

$$\underbrace{\frac{u'(c_1)}{\beta u'(c_2)}}_{\text{無差別曲線の傾き}} = \underbrace{1+r}_{\text{予算制約の傾き}}$$

オイラー方程式の意味

オイラー方程式は現代的なマクロ経済学で最も中心的な方程式

$$u'(c_1) = \beta(1+r)u'(c_2)$$

オイラー方程式の意味

- 左辺：今期の効用による費用
  今期の消費を1単位諦めて、それを貯金するときの効用の減少分
- 右辺：来期の効用による便益
  前期に貯蓄した分、$(1+r)$ 増える．しかし我慢した分 β だけ減って評価する．これらを考慮したときの効用の増加分

オイラー方程式を書き換えると，既に学んだ条件と同じ．

$$\underbrace{\frac{u'(c_1)}{\beta u'(c_2)}}_{\text{無差別曲線の傾き}} = \underbrace{1+r}_{\text{予算制約の傾き}}$$

オイラー方程式の意味

オイラー方程式は現代的なマクロ経済学で最も中心的な方程式

$$u'(c_1) = \beta(1+r)u'(c_2)$$

オイラー方程式の意味

- 左辺：今期の効用による費用
  今期の消費を1単位諦めて、それを貯金するときの効用の減少分
- 右辺：来期の効用による便益
  前期に貯蓄した分、$(1+r)$ 増える．しかし我慢した分 β だけ減って評価する．これらを考慮したときの効用の増加分

オイラー方程式を書き換えると，既に学んだ条件と同じ．

$$\underbrace{\frac{u'(c_1)}{\beta u'(c_2)}}_{\text{無差別曲線の傾き}} = \underbrace{1+r}_{\text{予算制約の傾き}}$$

2 期間モデルの同値表現

今まで学んだ 2 期間モデルは以下のとおり．

$$\max_{c_1, c_2, s} u(c_1) + \beta u(c_2)$$
$$\text{s.t. } c_1 + s = y_1$$
$$c_2 = y_2 + (1 + r)s$$

一方，28 頁では，二期間の予算制約は生涯予算制約として書き換えられることを学んだ．したがって，

$$\max_{c_1, c_2} u(c_1) + \beta u(c_2)$$
$$\text{s.t. } c_1 + \frac{c_2}{1+r} = \underbrace{y_1 + \frac{y_2}{1+r}}_{=\text{恒常所得}}$$

と書き換えても同値な二期間問題である (確認は宿題)．

- 恒常所得=所得の総和の割引現在価値

閑話休題：ミクロ経済学との比較

ミクロ経済学で学んでいる問題

- 基礎ミクロ

$$\max_{c_1, c_2} u(c_1, c_2)$$
$$\text{s.t. } p_1 c_1 + p_2 c_2 = I$$

- 基礎マクロ

$$\max_{c_1, c_2} u(c_1) + \beta u(c_2)$$
$$\text{s.t. } c_1 + \frac{c_2}{1+r} = y_1 + \frac{y_2}{1+r}$$

ほとんど同じ！学んでいる対象は違うが，分析手法はとても共通している．

二期間モデル続：対数効用関数の例

対数効用関数

- 今まで効用関数 u の関数形を決めなかった
- ひとまず次のような関数を仮定する

$$u(c) = \log c$$

  とする
- このような関数形を、対数効用関数と呼ぶ

二期間問題+対数効用関数

先ほど学んだ二期間問題に対数効用関数を加えると、

$$\max_{c_1, c_2, s} \log c_1 + \beta \log c_2$$
$$\text{s.t. } c_1 + s = y_1$$
$$c_2 = y_2 + (1+r)s$$

予算制約や記法は同じ

二期間問題を解く

再度代入法で解く

- 予算制約を目的関数に代入する

$$\max_{s}\ \log(y_1 - s) + \beta\log(y_2 + (1+r)s)$$

- s について微分して、導関数 $=0$ を求める

$$-\frac{1}{y_1 - s} + \beta(1+r)\frac{1}{y_2 + (1+r)s} = 0$$

$$\Rightarrow y_2 + (1+r)s = \beta(1+r)(y_1 - s)$$

$$\Rightarrow (1+\beta)(1+r)s = \beta(1+r)y_1 - y_2$$

$$\Rightarrow s = \frac{\beta(1+r)y_1 - y_2}{(1+\beta)(1+r)}$$

s について解けた (右辺は外生変数 (パラメータ) のみ)

二期間問題を解く

再度代入法で解く

- 予算制約を目的関数に代入する

$$\max_s \ \log(y_1 - s) + \beta \log(y_2 + (1+r)s)$$

- s について微分して、導関数 $= 0$ を求める

$$
\begin{aligned}
&-\frac{1}{y_1 - s} + \beta(1+r)\frac{1}{y_2 + (1+r)s} = 0 \\
&\Rightarrow y_2 + (1+r)s = \beta(1+r)(y_1 - s) \\
&\Rightarrow (1+\beta)(1+r)s = \beta(1+r)y_1 - y_2 \\
&\Rightarrow s = \frac{\beta(1+r)y_1 - y_2}{(1+\beta)(1+r)}
\end{aligned}
$$

s について解けた (右辺は外生変数 (パラメータ) のみ)

二期間問題を解く (続 1)

続いて、c_1 と c_2 を解く

- 予算制約より、

$$
\begin{aligned}
&c_1 + s = y_1 \\
&\Rightarrow c_1 = y_1 - \frac{\beta(1+r)y_1 - y_2}{(1+\beta)(1+r)} \\
&\Rightarrow c_1 = \frac{1}{(1+\beta)} \underbrace{\left[y_1 + \frac{y_2}{1+r} \right]}_{=\text{恒常所得}}
\end{aligned}
$$

このように c_1 が解けた

二期間問題を解く (続 2)

残りの c_2 を解く

- 同様に予算制約より、

$$c_2 = y_2 + (1+r)s$$

$$\Rightarrow c_2 = y_2 + (1+r)\frac{\beta(1+r)y_1 - y_2}{(1+\beta)(1+r)}$$

$$\Rightarrow c_2 = \frac{\beta(1+r)}{(1+\beta)}\underbrace{\left[y_1 + \frac{y_2}{1+r}\right]}_{=\text{恒常所得}}$$

対数効用関数の解のまとめ

$$(c_1, c_2, s) = \left(\frac{1}{(1+\beta)} \left[y_1 + \frac{y_2}{1+r} \right], \frac{\beta(1+r)}{(1+\beta)} \left[y_1 + \frac{y_2}{1+r} \right], \frac{\beta(1+r)y_1 - y_2}{(1+\beta)(1+r)} \right)$$

恒常所得仮説

- 消費 (c_1, c_2) は恒常所得 $y_1 + \frac{y_2}{1+r}$ の大小で決まる
- 言い換えると，恒常所得が同じであれば、(y_1, y_2) がどんな組み合わせでも同じ消費 (c_1, c_2) になる

スライド 20 頁「今日と明日で半分ずつ？」

$\beta(1+r) = 1$ が満たされるとき，$c_1 = c_2$ と食べるのが最適！

ケインズ型消費関数との比較

ケインズ型消費関数 (パラメータを α_1, α_2 に書き換えます)

$$c_t = \alpha_1 y_t + \alpha_2$$

対数効用関数のときの 2 期間モデルの解は

$$c_1 = \underbrace{\frac{1}{1+\beta}}_{=\alpha_1} y_1 + \underbrace{\frac{y_2}{(1+\beta)(1+r)}}_{=\alpha_2}$$

$$c_2 = \underbrace{\frac{\beta(1+r)y_1}{(1+\beta)}}_{=\alpha_2} + \underbrace{\frac{\beta}{(1+\beta)}}_{=\alpha_1} y_2$$

となる．二期間モデルは、ケインズ型消費関数のパラメータ (α_1, α_2) の中身を詳細に教えている！ミクロ的基礎

対数効用関数のときの限界消費性向

ケインジアン・クロスでは限界消費性向が重要であることを学んだ

$$\frac{\partial c_1}{\partial y_1} = \frac{1}{1+\beta}$$

$$\frac{\partial c_1}{\partial y_2} = \frac{1}{(1+\beta)(1+r)}$$

$$\frac{\partial c_2}{\partial y_1} = \frac{\beta(1+r)}{1+\beta}$$

$$\frac{\partial c_2}{\partial y_2} = \frac{\beta}{1+\beta}$$

ケインズ型消費関数と重要な違い：2 式目

「将来の所得 y_2 の変化に対して、今期の消費 c_1 が反応する」

ケインズ型消費関数とのその他の違い

他にも色々違いがある！

- 利子率 r の変化が消費に影響する！ (補足 68 頁で詳解)
- 我慢強さ β も同様に消費に影響する
- 経済厚生 $u(c_1, c_2)$ の評価が可能

ケインズ型消費関数と共通点

- 今期の所得に対して線形関数

補論：“現実的な” 消費へ

限界消費性向と弾力性

基礎ミクロでは消費の所得弾力性を、例えば、次のように習っているだろう

$$\epsilon_{c_1,y_1} = \underbrace{\frac{\partial c_1}{\partial y_1}}_{\text{限界消費性向}} \frac{y_1}{c_1} = \frac{\partial \log c}{\partial \log y}$$

一方、基礎計量では次のような回帰を学んでいると思われる

$$\log c = \beta_0 + \beta_1 \log y + X + \epsilon$$

X は色んな変数 (年齢、教育水準、資産状況等々)．この β_1 は

$$\beta_1 = \frac{\partial \log c}{\partial \log y}$$

ミクロと計量ともに密接に関連！

閑話休題：久保田・大西・遠山 (2020)

2020 年にコロナ対策として給付金が配布された．その MPC を上記のように計測したのが久保田・大西・遠山論文

- 動機：給付金がどれだけ即時に使われたか計測すること
  - 給付金が困窮した家計をどれだけ助けたか重要な指標
- 背景 (産学連携)：銀行による匿名化された口座情報の提供
- 背景：受け取る時点にランダム性
- 主要結果：入金後 6 週間の間に、(中略)(10 万円の給付金のうち)4 万 9000 円が口座から出金

一般向け解説 (`https://premium.toyokeizai.net/articles/-/26371`)

科学的な手続き：モデルの検証

科学的な手続きの一つ：

- 仮説とモデルを立てる
- 検証可能な含意 (Testable implications) を導く
- 実際にデータと照らし合わせる
  - 大体の場合はモデルは棄却される

$\Rightarrow$ 新たな仮説や更に良いモデルへ (繰り返し)

検証可能な含意の例

- 例１：モデルと現実の限界消費性向 (MPC) の比較
  - ⇒ A. 一般的には現実の MPC の方が高い
- 例２：消費は恒常所得によって決まり，現在の所得にはほぼ反応しない
  - ⇒ A. 現実にはどうも，現在の所得に大きく反応する
    - 例：引退家計は支出を減らす (e.g., 自炊で代替)

⇒ 今でも盛んな研究対象

二期間モデルと財政政策

政府

次に政府も二期間行動するようなモデルを考える.
ここで学ぶことは、

- 政府の動学的な予算制約
- ケインジアン・クロスとの違い

政府の予算制約

政府の予算制約は、それぞれ以下のとおり

- 今期 $t = 1$

$$G_1 = T_1 + B$$

  G_1 は今期の政府支出、T_1 は今期の税収、B は国債

- 来期 $t = 2$

$$G_2 + (1 + r)B = T_2$$

  G_2 は 2 期目の政府支出、T_2 は 2 期目の税収

これらを B について代入すると、

$$G_1 + \frac{G_2}{1 + r} = T_1 + \frac{T_2}{1 + r}$$

家計の予算制約の変更

今、税金 (T_1, T_2) が加わったので、それに応じて、予算制約も次のように変更する

$$c_1 + s = y_1 - T_1$$
$$c_2 = y_2 + (1+r)s - T_2$$

これは、代入すると、

$$c_1 + \frac{c_2}{1+r} = y_1 - T_1 + \frac{y_2 - T_2}{1+r}$$

リカードの等価定理

いま、家計の予算制約と政府の予算制約を代入すると、

$$c_1 + \frac{c_2}{1+r} = y_1 - G_1 + \frac{y_2 - G_2}{1+r}$$

これは B にも T にも依存しない！意味 $\Rightarrow$

- 「政府の政府支出 (G_1, G_2) のために、増税をするか、国債を発行するかはどちらでも同じ」
- 言い換え：(家計の生きてる期間であれば) 増税のタイミングは，実体経済に影響しない
  - これをリカードの等価定理と呼ぶ.
  - ケインジアン・クロスでは増税か国債かは大きく違う効果がでる (宿題参照)

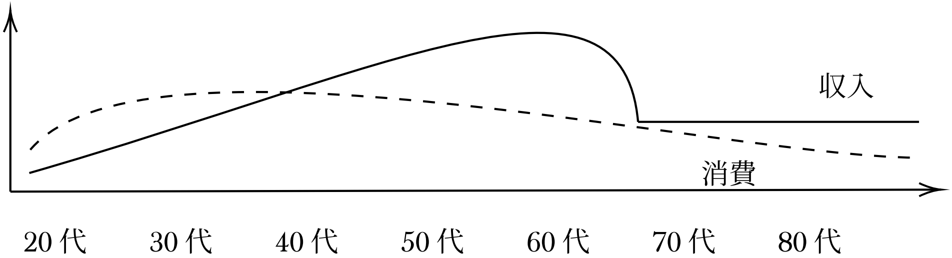
ライフ・サイクル (Life-cycle)

ライフ・サイクル

ライフ・サイクル：これまで学んだのは 2 期間を 65 年 (20-85 歳) や 260 四半期等とすれば生涯の分析に使える．

- 現実のデータとモデルを比べることが出来る

ライフサイクルのイメージ図



イベント

住宅購入
家庭 (結婚・出産)

引退・健康リスク
子ども進学・独立

リスク

健康・事故・災害
失業・倒産・経済危機

今回のまとめ

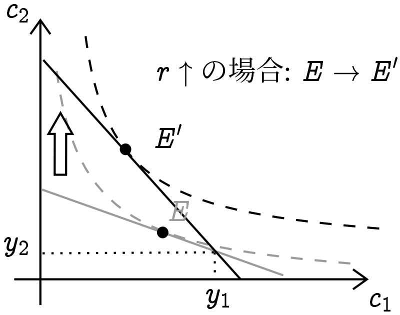
今回主に学んだこと

- ケインズ型消費関数と二期間モデルによる消費の違い
- ケインジアン・クロスと二期間モデルによる財政政策の効果の違い

補足：利子率 r の変化．代替効果と所得効果

r の変化

r が上がると、消費や貯蓄も変わる



どういうメカニズム？どういう効果？ $\Rightarrow$ 2つの効果

- **代替効果**：価格の比率が変わって，割安な財に消費を代替する効果
- **所得効果**：所得が変わる効果

代替効果と所得効果

- r **は価格に影響する** (代替効果と所得効果に関係)：

$$c_1 + \underbrace{\frac{1}{1+r}}_{=p_2} c_2 = Y$$

  - **代替効果**：1 単位貯蓄をして c_2 を買うことを考える．r が上がると，より多くの c_2 を買える．つまり総体的に c_2 の価格が下がっている．
  - **所得効果**：r が上がると，c_2 が安くなった．その分，所得が増えたかのように考えられる．

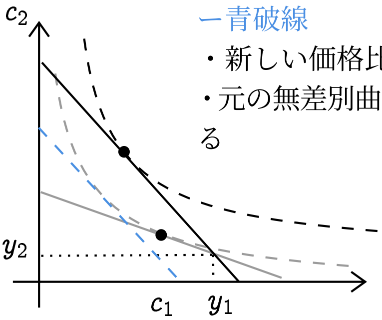
- r **は家計の利子所得に影響する** (所得効果のみに関係)

$$c_2 = y_2 + (1+r)s$$

  - $s > 0$ のとき r が上がると，利子所得が増える
  - $s < 0$ のとき r が増えると，負債の利払いが増える

代替効果と所得効果の図示 (1)：$s > 0$

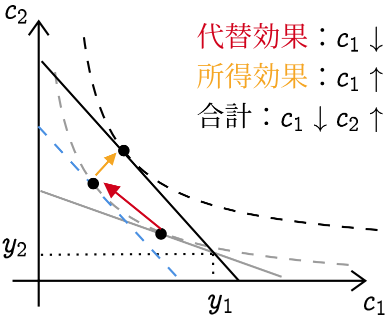
$s > 0$ の場合



ー青破線

・新しい価格比 (傾き)

・元の無差別曲線と接する



代替効果：$c_1 \downarrow c_2 \uparrow$

所得効果：$c_1 \uparrow c_2 \uparrow$

合計：$c_1 \downarrow c_2 \uparrow$

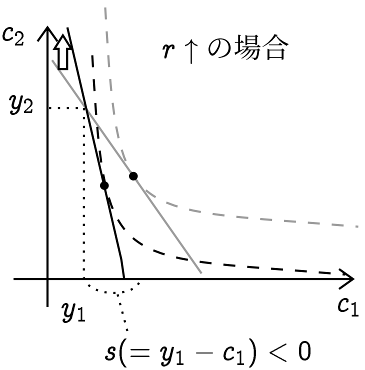
$$s(= y_1 - c_1) > 0$$

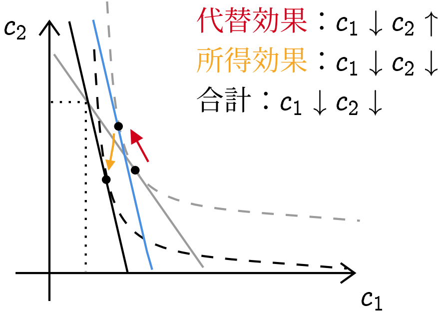
結果

- c_1 に対しての効果が違う
- 代替効果の結果が特に強い (合計と同じ符号)

代替効果と所得効果の図示 (2)：$s < 0$

$s < 0$ の場合





結果

- 負の所得効果：$c_1\downarrow\ \ c_2\downarrow$

代替効果と所得効果について

- なぜ r の変化は大事か？
  - (伝統的な) 金融政策は利子率の変更
- 一概に，代替効果と所得効果どちらが強いかは分からない
  - 家計の効用に依存する
  - 2 期間モデルでは代替効果が強いときのほうが多い
- $s \lesseqgtr 0$ が大事
  - 資産をたくさん保有している人 ($s > 0$) と，借金をしている人 ($s < 0$) で，$r \uparrow$ の効果は違う

おまけ
(注：おまけからは試験に出しません)

なぜこんなモデルを学ぶのか？

今学んでいる経済モデルはどういう役に立つのか？

- ⇔ なぜ統計学やそれに基づいたデータ分析*だけ*ではだめなの？
- ⇔ なぜ史実の研究*だけ*じゃだめなの？

経済モデルの役割：

- Story Telling：例えば政策変更や経済の変化 (例. 近年の市場の独占化) のメカニズムやその影響の解明
- 測定対象の絞込：乗数効果の例だと，限界消費性向
- 反実仮想実験：「仮に X が無ければ何が起きてたの？」
- 他にも，(1) 検証の枠組みの統一，(2) 仮説の検算，(3) 最適性 (最適な政策，行動)，(4) 定量化 etc

おまけ：経済学の役割

One of the functions of theoretical economics is to provide fully articulated, artificial economic systems that can serve as laboratories in which policies that would be prohibitively expensive to experiment with in actual economies can be tested out at much lower cost.
Lucas, R., (1980) “Methods and Problems in Business Cycle”

拙訳 (意訳)：「理論的な経済学の役割の一つは，実験室としての機能する，人工的な経済システムを提供することであり，そして，莫大な費用がかかる政策を低コストで実験することである」

おまけ：現実の限界消費性向の測り方

現代でも限界消費性向の計測の研究は数多く新しいものが出てきている．代表的な計測方法は例えば次のようなもの：

- 実験的な環境から因果推論をする
  - ノルウェイのクジ、アラスカのファンド
  - 不景気時の時の定額給付金
    - 日本でも
    - アメリカだと、2001 年、2008 年、2020 年
  - 年金等の制度変更

更に学びたい人へ

さらに学びたい人は，次のような内容を扱っている教科書等を読むと良いと思います (例えば次のページ)

- より長い期間
  - 有限期間：例えば 60 年間 (= 240 四半期)
  - 無限期間：終わりがない
- 不確実性の導入
- 借入制約の役割

上記の 3 つは特に重要と思います．中級マクロでも扱うようです．

おまけ２：今後の参考文献

(主に大学院等に興味がある人用)
消費分野についての勉強の仕方：難易度順

- Kurlat の 8 章
- Jappelli and Pistaferri (2010)'The Consumption Response to Income Changes, " Annual Review of Economics.
- (日本語が好みなら) 阿部修人『家計消費の経済分析』

他にも Dirk Krueger 教授や Pierre-Olivier Gourinchas 教授の lecture notes がネット上にあり、どちらも学部上級から大学院修士程度の前提知識で読める内容だと思います (読めるけど、学問としては高度！勉強の価値大！).