

基礎マクロ練習問題：一般均衡

日野将志 *

1 動学的な純粋交換経済

1.1 2 人の場合

1.1.1 対数効用の計算問題 1：所得が違うケース

A さんと B さんという 2 人の家計が存在するとする。二人は同じ選好を持っており、どちらの効用関数も次の通りにする。

$$\log(c_1) + \beta \log(c_2)$$

二人は労働所得 (y_1^i, y_2^i) はそれぞれ、

$$(y_1^A, y_2^A) = (2, 0)$$

$$(y_1^B, y_2^B) = (0, 2\beta)$$

とする。

- ここでの配分と価格を定義せよ。
- 上記の条件を用いて、競争均衡を定義せよ。
- 2 人の効用最大化問題を解け。
- 均衡価格を求めよ。つまり、上で求めた効用最大化の解をもとに、市場均衡を満たす価格を求めよ。
- 均衡の配分を求めよ。つまり、市場均衡価格における配分を求めよ。

1.1.2 対数効用の計算問題 2：片方が 1 期間しか生きない場合

次に選好が異なるケースを考える。

同様に A さんと B さんという 2 人の家計が存在するとする。効用関数も次の通りにする。

$$\log(c_1) + \beta^i \log(c_2)$$

$\beta^A = \beta \in (0, 1)$ と $\beta^B = 0$ とする。つまり、B さんは、2 期目の財に一切興味がないとする*1。

二人は労働所得 (y_1^i, y_2^i) はそれぞれ、

$$(y_1^A, y_2^A) = (1, 1)$$

$$(y_1^B, y_2^B) = (1, 1)$$

* タイポや間違いに気付いたら教えてください。

*1 例えば B さんは 2 期目に死ぬようなケースを考えていると思ってほしい。

とする。

- ここでの配分と価格を定義せよ。
- 上記の条件を用いて、競争均衡を定義せよ。
- 2 人の効用最大化問題を解け。
- 均衡価格を求めよ。つまり、上で求めた効用最大化の解をもとに、市場均衡を満たす価格を求めよ。
- 均衡の配分を求めよ。つまり、市場均衡価格における配分を求めよ。

1.1.3 対数効用の計算問題 3 : 同じ人が二人いる場合

A さんと B さんという 2 人の家計が存在するとする。二人は同じ選好を持っており、どちらの効用関数も次の通りにする。

$$\log(c_1) + \beta \log(c_2)$$

二人は労働所得 (y_1^i, y_2^i) も同様であり

$$(y_1^A, y_2^A) = (y_1^B, y_2^B) \equiv (y_1, y_2)$$

とする。

コメント：このように全く同じ人が二人いる経済で、どのような交換が起こるか。どのような価格になるか、解く前に事前に想像してみしてほしい。その上で、予想とどう異なるか考えてみてほしい。

- ここでの配分と価格を定義せよ。
- 上記の条件を用いて、競争均衡を定義せよ。
- 2 人の効用最大化問題を解け。
- 均衡価格を求めよ。つまり、上で求めた効用最大化の解をもとに、市場均衡を満たす価格を求めよ。
- 均衡の配分を求めよ。つまり、市場均衡価格における配分を求めよ。
- $y_1 = y_2$ のときどうなるか議論せよ。

1.2 3 人の場合

A さんと B さんと C さんという 3 人の家計が存在するとする。3 人は同じ選好を持っており、3 人の効用関数も次の通りにする。

$$\log(c_1) + \beta \log(c_2)$$

3 人は労働所得 (y_1^i, y_2^i) はそれぞれ、

$$(y_1^A, y_2^A) = (1, 0)$$

$$(y_1^B, y_2^B) = (0, 2)$$

$$(y_1^C, y_2^C) = (2, 1)$$

とする。

- ここでの配分と価格を定義せよ。
- 上記の条件を用いて、競争均衡を定義せよ。
- 均衡価格を求めよ。つまり、上で求めた効用最大化の解をもとに、市場均衡を満たす価格を求めよ。
- 均衡の配分を求めよ。つまり、市場均衡価格における配分を求めよ。

1.3 3 期間の場合

A さんと B さんという 2 人の家計が存在するとする。2 人は同じ選好を持っており、2 人の効用関数も次の通りにする。

$$\log(c_1) + \beta \log(c_2)$$

2 人は労働所得 (y_1^i, y_2^i, y_3^i) はそれぞれ、

$$(y_1^A, y_2^A, y_3^A) = (2, 0, 0)$$

$$(y_1^B, y_2^B, y_3^B) = (0, 1, 1)$$

とする。

- ここでの配分と価格を定義せよ。
- 上記の条件を用いて、競争均衡を定義せよ。
- 2 人の効用最大化問題を解け。
- 均衡価格を求めよ。つまり、上で求めた効用最大化の解をもとに、市場均衡を満たす価格を求めよ。
- 均衡の配分を求めよ。つまり、市場均衡価格における配分を求めよ。

2 静学的な生産経済

2.1

経済は 1 期間のみ存在するとする。このとき、家計は労働によって労働所得を得ることが出来る。また、家計は企業の株式を保有しており、企業が得た利潤を配当として受け取ることが出来るとする。これらの労働所得と配当所得で消費を行うとする。

家計の効用関数は次で与えられるとする。

$$\log(c_1) + B \log(l)$$

なお、 $B \in (1, 2)$ とする。

つぎに、企業の生産技術は、

$$Y = F(H) = H^\alpha$$

と与えられるとする。 $\alpha \in (0, 1)$

- このとき、家計の効用最大化問題を定義せよ。

- 競争均衡を定義せよ.
- 家計と企業の最大化問題を解け. 内点解を仮定して良い*2.
- 均衡賃金を求めよ.

*2 内点解とは, $c > 0$ や $l \in (0, 1)$ が満たされることをいう.