

基礎マクロ練習問題：一般均衡

日野将志 *

1 動学的な純粋交換経済

1.1 2 人の場合

1.1.1 対数効用の計算問題 1：

A さんと B さんという 2 人の家計が存在するとする。二人は同じ選好を持っており、どちらの効用関数も次の通りにする。

$$\log(c_1) + \beta \log(c_2)$$

二人は労働所得 (y_1^i, y_2^i) はそれぞれ、

$$(y_1^A, y_2^A) = (2, 0)$$

$$(y_1^B, y_2^B) = (0, 2\beta)$$

とする。

- ここでの配分と価格を定義せよ。
- 上記の条件を用いて、競争均衡を定義せよ。
- 2 人の効用最大化問題を解け。
- 競争価格を求めよ。つまり、上で求めた効用最大化の解をもとに、市場均衡を満たす価格を求めよ。
- 均衡の配分を求めよ。つまり、市場均衡価格における配分を求めよ。

1.1.2 対数効用の計算問題 2：片方が 1 期間しか生きない場合

次に選好が異なるケースを考える。

同様に A さんと B さんという 2 人の家計が存在するとする。効用関数も次の通りにする。

$$\log(c_1) + \beta^i \log(c_2)$$

$\beta^A = \beta \in (0, 1)$ と $\beta^B = 0$ とする。つまり、B さんは、2 期目の財に一切興味がないとする*1。

二人は労働所得 (y_1^i, y_2^i) はそれぞれ、

$$(y_1^A, y_2^A) = (1, 1)$$

$$(y_1^B, y_2^B) = (1, 1)$$

* タイポや間違いに気付いたら教えてください。

*1 例えば B さんは 2 期目に死ぬようなケースを考えていると思ってほしい。

とする.

- ここでの配分と価格を定義せよ.
- 上記の条件を用いて, 競争均衡を定義せよ.
- 2 人の効用最大化問題を解け.
- 競争価格を求めよ. つまり, 上で求めた効用最大化の解をもとに, 市場均衡を満たす価格を求めよ.
- 均衡の配分を求めよ. つまり, 市場均衡価格における配分を求めよ.

1.1.3 対数効用の計算問題 3 : 同じ人が二人いる場合

A さんと B さんという 2 人の家計が存在するとする. 二人は同じ選好を持っており, どちらの効用関数も次の通りにする.

$$\log(c_1) + \beta \log(c_2)$$

二人は労働所得 (y_1^i, y_2^i) も同様であり

$$(y_1^A, y_2^A) = (y_1^B, y_2^B) \equiv (y_1, y_2)$$

とする.

コメント: このように全く同じ人が二人いる経済で, どのような交換が起こるか. どのような価格になるか, 解く前に事前に想像してみてほしい. その上で, 予想とどう異なるか考えてみてほしい.

- ここでの配分と価格を定義せよ.
- 上記の条件を用いて, 競争均衡を定義せよ.
- 2 人の効用最大化問題を解け.
- 競争価格を求めよ. つまり, 上で求めた効用最大化の解をもとに, 市場均衡を満たす価格を求めよ.
- 均衡の配分を求めよ. つまり, 市場均衡価格における配分を求めよ.
- $y_1 = y_2$ のときどうなるか議論せよ.

1.2 3 人の場合

A さんと B さんと C さんという 3 人の家計が存在するとする. 3 人は同じ選好を持っており, 3 人の効用関数も次の通りにする.

$$\log(c_1) + \beta \log(c_2)$$

3 人は労働所得 (y_1^i, y_2^i) はそれぞれ,

$$(y_1^A, y_2^A) = (1, 0)$$

$$(y_1^B, y_2^B) = (0, 2)$$

$$(y_1^C, y_2^C) = (2, 1)$$

とする.

- ここでの配分と価格を定義せよ.
- 上記の条件を用いて, 競争均衡を定義せよ.
- 3 人の効用最大化問題を解け.
- 競争価格を求めよ. つまり, 上で求めた効用最大化の解をもとに, 市場均衡を満たす価格を求めよ.
- 均衡の配分を求めよ. つまり, 市場均衡価格における配分を求めよ.

1.3 3 期間の場合

A さんと B さんという 2 人の家計が存在するとする. 2 人は同じ選好を持っており, 2 人の効用関数も次の通りにする.

$$\log(c_1) + \beta \log(c_2)$$

2 人は労働所得 (y_1^i, y_2^i, y_3^i) はそれぞれ,

$$(y_1^A, y_2^A, y_3^A) = (2, 0, 0)$$

$$(y_1^B, y_2^B, y_3^B) = (0, 1, 1)$$

とする.

- ここでの配分と価格を定義せよ.
- 上記の条件を用いて, 競争均衡を定義せよ.
- 2 人の効用最大化問題を解け.
- 競争価格を求めよ. つまり, 上で求めた効用最大化の解をもとに, 市場均衡を満たす価格を求めよ.
- 均衡の配分を求めよ. つまり, 市場均衡価格における配分を求めよ.

2 動学的な生産経済

2.1 計算問題

家計の効用関数は対数効用とする。

$$\begin{aligned} \max_{c_1, c_2} \quad & \log(c_1) + \beta \log(c_2) \\ \text{s.t.} \quad & c_1 + s = w_1 + \pi_1 \\ & c_2 = w_2 + (1+r)s + \pi_2 \end{aligned}$$

また企業の生産技術は $F(K, H) = zK + zH^\alpha$ とする。

このとき、 $(c_1, c_2, r, w_1, w_2, \pi_1, \pi_2)$ を求めよ。