

# 基礎マクロ：資産価格理論入門

日野将志

一橋大学

2021

## 資産価格理論のほんの触り部分

# 資産価格に関する事実：Campbell (2003)

資産価格

日野将志

資産価格理論入門

資産の利回り入門

不確実性の役割

補論

資産価格に関する事実：アメリカ 1947-1998 年

- ▶ 株式の平均的な実質リターンは年率 8.1%
- ▶ 安全資産 (短期の米国国債) の平均的な実質リターンは年率 0.9%

## Research Question

なぜこんなに株式と安全資産のリターンに差があるのだろうか？ (equity premium puzzle, Mehra and Prescott 1985)

- ▶ 普通の動学的一般均衡モデルで説明できる？
- ▶ 答え：標準的なモデルで、一般的なパラメータを使うと出来なさそう

# 資産価格に関する事実：Campbell (2003)

資産価格

日野将志

資産価格理論入門

資産の利回り入門

不確実性の役割

補論

資産価格に関する事実：アメリカ 1947-1998 年

- ▶ 株式の平均的な実質リターンは年率 8.1%
- ▶ 安全資産 (短期の米国国債) の平均的な実質リターンは年率 0.9%

## Research Question

なぜこんなに株式と安全資産のリターンに差があるのだろうか？ (equity premium puzzle, Mehra and Prescott 1985)

- ▶ 普通の動学的一般均衡モデルで説明できる？
- ▶ 答え：標準的なモデルで、一般的なパラメータを使うと出来なさそう

# 資産価格に関する事実：Campbell (2003)

資産価格に関する事実：アメリカ 1947-1998 年

- ▶ 株式の平均的な実質リターンは年率 8.1%
- ▶ 安全資産 (短期の米国国債) の平均的な実質リターンは年率 0.9%

## Research Question

なぜこんなに株式と安全資産のリターンに差があるのだろうか？ (equity premium puzzle, Mehra and Prescott 1985)

- ▶ 普通の動学的一般均衡モデルで説明できる？
- ▶ 答え：標準的なモデルで、一般的なパラメータを使うと出来なさそう

## 資産の利回り

例えば株式のリターンは、**配当** (インカムゲイン) と**売却利益** (キャピタルゲイン) によって与えられる.

- ▶ **株式**: 株価を  $p_t$ , 配当を  $d_t$  とすると, 今期 ( $t$  期) 株を 1 つ買って来期 ( $t + 1$  期) に得られるリターンは次の通り.

$$\frac{p_{t+1} + d_{t+1}}{p_t}$$

- ▶ (既習) **債権**は, 今期 ( $t$  期) に 1 単位貯蓄すると, 来期 ( $t + 1$  期) に次のリターンを得る.

$$(1 + r_{t+1})$$

# 資産のリターン：株と債権

## 前ページのまとめ

	今日の支払い	明日のリターン
株	$p_t$	$p_{t+1} + d_{t+1}$
債権	1	$1 + r_{t+1}$

したがって、リターンの率 (return rate) は

▶ 株式：

$$\frac{p_{t+1} + d_{t+1}}{p_t}$$

▶ 債権：

$$1 + r_{t+1}$$



# 無裁定条件：不確実性がないとき

**無裁定条件** (no-arbitrage condition)：不確実性も摩擦も無い市場では以下が成り立つ：

$$\underbrace{\frac{p_{t+1} + d_{t+1}}{p_t}}_{\text{株式のリターン}} = \underbrace{1 + r_{t+1}}_{\text{債権のリターン}}$$

▶ もし  $(p_{t+1} + d_{t+1})/p_t > 1 + r_{t+1}$  の場合

債権のリターンの方が低い．なので、皆、債権ではなく株式を買う．すると、株価  $p_t$  が上がって、株のリターンが下がる．その結果、 $(p_{t+1} + d_{t+1})/p_t = 1 + r_{t+1}$  になる

▶ もし  $(p_{t+1} + d_{t+1})/p_t < 1 + r_{t+1}$  の場合

債権のリターンの方が高い．なので、皆、株式ではなく貯蓄をする．すると、株価  $p_t$  が下がって、株のリターンが上がる．その結果、 $(p_{t+1} + d_{t+1})/p_t = 1 + r_{t+1}$  になる

「株式のリターンと債権のリターンが等号…？でも、現実には株式の方がリターン高いよね？」

## 不確実性の役割：入門

資産のリターンは現実には幅がある (Campbell 2003)

- ▶ 株式のリターンはとても振れ幅が大きい. 年率の標準偏差は 15.6%
- ▶ 国債のリターンは振れ幅が小さい. 年率の標準偏差は 1.7% 未満

言葉の定義:

- ▶ **リスク資産**: リターンが大きい代わりに, リターンの分散も大きい
- ▶ **安全資産**: リターンは小さい代わりに, リターンの分散も小さい

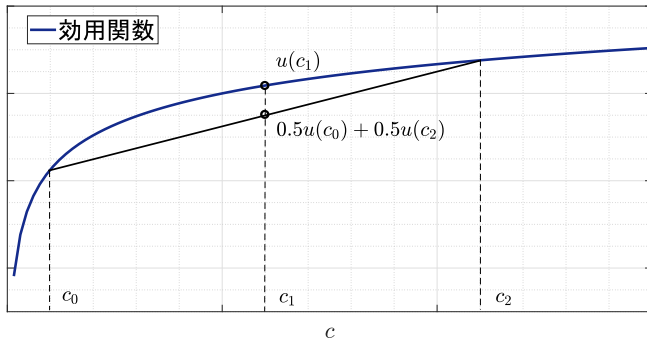
# 不確実性と家計の選択

不確実性下の簡単な家計の意思決定として，次の2つのクジを考える．

$c_0 < c_1 < c_2$  とする．

- 1 安全なクジ：確実に  $c_1$  がもらえる
- 2 リスキーなクジ：確率 0.5 で  $c_0$ ，0.5 で  $c_2$  がもらえる

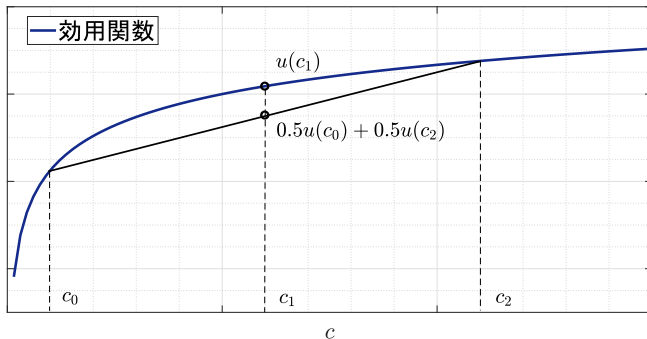
二つのクジの期待リターンは同じとする ( $c_1 = 0.5c_0 + 0.5c_2$ )．



# リスク回避度

- ▶ **リスク回避的な家計**：上に凸な効用関数 (例：対数や CRRA 等)
- ▶ リスク中立的な家計：線形な効用関数 (例： $u(c) = \alpha c$ )
- ▶ リスク愛好的な家計：下に凸な効用関数

リスク回避的な家計は、期待リターンが同じであれば、安全な選択肢を選ぶ ( $u(c_1) > 0.5u(c_0) + 0.5u(c_2)$ ).



# プレミアムのあるくじの例

資産価格

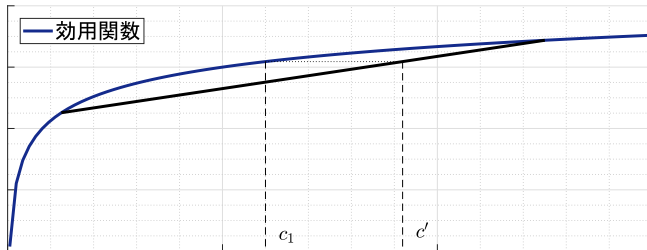
日野将志

資産価格理論入門

資産の利回り入門

不確実性の役割

補論



- ▶ 安全なくじ：確実に  $c_1$  が得られる
- ▶ 別のリスクなくじ：期待リターンが  $c'$  であるくじ

このとき、リスク回避的な家計であっても安全なくじとリスクなくじは無差別

# 不確実性下の家計の選択のまとめ

► 上に凸な効用関数を持つ家計は、リスク回避的である。

⇒ リスク回避的な家計は、安全な選択肢を選ぶ傾向にある

⇒ そのため、同じ期待リターンならばリスクな株式より安全な債権が好まれる

⇒ リスクな資産は期待リターンが高くなければ買い手がつかない

結果的に、市場ではリスクな資産のリターンが高くなる。つまり、

$$\mathbb{E} \left[ \frac{p_{t+1} + d_{t+1}}{p_t} \right] > \mathbb{E} [1 + r_{t+1}]$$

が現実で成り立つのは、不確実性を考えると自然。

# 基本的な結果

資産価格に関する事実 (再掲) : アメリカ 1947-1998 年

- ▶ 株式の平均的な実質リターンは年率 8.1%
- ▶ 安全資産 (短期の米国国債) の平均的な実質リターンは年率 0.9%

基本的な結果 (Mehra and Prescott 1985) : 標準的なモデルにおいてプレミアムはもっと小さい. 現実で見られるほど大きなエクイティ・プレミアムを標準的なモデルは説明できない.

⇒ 90 年代から 00 年代に盛んに研究が行われた.



## Lucas Tree モデル (Consumption based CAPM)

- ▶ 最も標準的なマクロの資産価格モデル
- ▶ モデルの特徴
  - ▶ リスキー資産  $s$

$$c_t + p_t s_{t+1} = (p_t + d_t) s_t$$

- ▶ 純粋交換経済  
資産価格  $p_t$  が均衡で決まる
- ▶ 無限期間

# マクロ一般均衡モデルのまとめ

ものすごく大雑把に言うと

- ▶ 景気循環論の結論：標準的なモデルは、数量を説明するのは割と得意
- ▶ 資産価格理論の結論：標準的なモデルは、価格を説明するのはとても苦手

なお、これらは 1980 年代の結論

## (おまけ)：リスク・プレミアムと確実性等価の定義

資産価格

日野将志

資産価格理論入門

資産の利回り入門

不確実性の役割

補論

期間構造

あるクジが確率  $p_i$  で  $C_i$  というリターンが実現するとする． $u$  が上に凸であることから，一般に

$$u(\mathbb{E}[C]) > \mathbb{E}[u(C)]$$

が成り立つ．

ここで，確実性等価  $CE$  およびリスク・プレミアム  $\mu$  とは，

$$\begin{aligned}\mathbb{E}[u(C)] &= u(CE) \\ &= u(\mathbb{E}[C] - \mu)\end{aligned}$$

# 基本的な期間構造

殆どの場合、マクロ経済学では1期間の資産( $\approx$ 短期の資産)だけを考える。  
この理由は、摩擦がないならば、1期間の資産で2回貯蓄することと、2期間の資産で貯蓄することは同じはずだからである。つまり、

- ▶ リターン  $r^s$  の1期間の資産を1期から2期, 2期から3期に貯蓄すると,

$$(1 + r^s) \times (1 + r^s)$$

- ▶ リターン  $r^l$  の2期間の資産を1期から3期に貯蓄すると,

$$(1 + r^l)$$

摩擦がない経済では、無裁定条件より

$$(1 + r^s) \times (1 + r^s) = (1 + r^l)$$

が成り立つ。