# 数学

## 1　微積分

### 1.1　多変数関数の極値

定理 4.3.3 極値を持つ必要条件

$f(x,y)$ が $(a,b)$ で極値をとるならば、$f_x(a,b) = f_y(a,b) = 0$ である。

定理 4.3.4 極値の判定

$f(x,y)$ は $C^2$ の関数であり、点 $(a,b)$ において $f_x(a,b) = f_y(a,b) = 0$ であるとする.
判別式を、$D = f_{xx}(a,b)\, f_{yy}(a,b) - f_{xy}(a,b)^2$ と定義する。

1. $D > 0$ とする。
   $f_{xx}(a,b) > 0$ ならば、$f$ は点 $(a,b)$ で極小値をとる。
   $f_{xx}(a,b) < 0$ ならば、$f$ は点 $(a,b)$ で極大値をとる。
2. $D < 0$ ならば、$f$ は点 $(a,b)$ で極値をとらない。

### 1.2　接線の方程式

定理 4.4.1 陰関数の定理

$f(x,y)$ が $C^1$ 級の関数で、$f_x(a,b) = 0,\ f_y(a,b) \neq 0$ ならば、
$a$ を含む開区間で定義された $f(x,y) = 0$ の陰関数 $y = \phi(x)$ で、$\phi(a) = b$ となるものが存在する。
このとき、$y = \phi(x)$ は微分可能で、次の式が成り立つ。

$$\phi'(x) = \frac{f_x(x, \phi(x))}{f_y(x, \phi(x))},\ \text{すなわち、}\ \frac{dy}{dx} = -\frac{f_x(x,y)}{f_y(x,y)}$$

例題