

# モンテカルロ法による面積計算

来代 勝胤

2021 年 4 月 27 日

## 1 理論

以下の 5 つの曲線と、 $x = 0$ 、 $x = 1$ 、 $y = 0$  が囲む面積を求める。

$$f(x) = x \quad (1)$$

$$f(x) = x^2 \quad (2)$$

$$f(x) = \cos\left(\frac{\pi}{2}x\right) \quad (3)$$

$$f(x) = \sin(\pi x) \quad (4)$$

$$f(x) = \exp(-x^2) \quad (5)$$

乱数を用いたモンテカルロ法で面積を評価する。 $n$  回目に発生させた乱数を  $r^n$  として、設定点座標を  $(r^n, r^{n+1})$  で与える。

$$\begin{array}{ll} \text{設定点の } y \text{ 座標 } & r^{n+1} \\ \text{設定点の } x \text{ 座標の関数値 } & f(r^n) \end{array}$$

上記、2 式の大小を比較し、 $r^{n+1} > f(r^n)$  であれば、 $S_1$  領域、 $r^{n+1} < f(r^n)$  であれば  $S_2$  領域に属するものと判断できる。ここで、設定点を  $N$  点としたときに、今回の場合においては  $S_2$  領域に属する設定点の比率から面積を求めることが可能である。

## 2 解析解

### 2.1 $f(x) = x$ について

$$S = \int_0^1 f(x) dx = \left[ \frac{1}{2}x^2 \right]_0^1 = \frac{1}{2} = 0.5 \quad (6)$$

### 2.2 $f(x) = x^2$ について

$$S = \int_0^1 f(x) dx = \left[ \frac{1}{3}x^3 \right]_0^1 = \frac{1}{3} = 0.333 \dots \quad (7)$$

### 2.3 $f(x) = \cos\left(\frac{\pi}{2}x\right)$ について

$$S = \int_0^1 f(x) dx = \left[ \frac{2}{\pi} \sin\left(\frac{\pi}{2}x\right) \right]_0^1 = \frac{2}{\pi} = 0.636619 \dots \quad (8)$$

### 2.4 $f(x) = \sin(\pi x)$ について

$$S = \int_0^1 f(x) dx = \left[ -\frac{1}{\pi} \cos(\pi x) \right]_0^1 = \frac{2}{\pi} = 0.636619 \dots \quad (9)$$

## 2.5 $f(x) = \exp(-x^2)$ について

誤差関数  $\operatorname{erf}(t)$  の定義、

$$\operatorname{erf}(t) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \exp \int_0^t (-x^2) dx \quad (10)$$

より、求める解析解は以下のように表すことができる。

$$S = \int_0^1 \exp(-x^2) = \frac{\sqrt{\pi}}{2} \operatorname{erf}(1) = \frac{\sqrt{\pi}}{2} \times 0.8427 = 0.746823 \dots \quad (11)$$

## 3 結果

今回、パラメータとなる設定点数  $N$  に関して、 $N = 5000$  と設定し計算を行った。

ここで、検討事項である「設定点  $N$  と面積算出値の関係」を図 1 に、「面積算出値と解析解との誤差」を図 2 に示す。

## 4 考察

## 5 プログラム

---

! Program Name : report.f90

program main

```
implicit none
integer, parameter :: num = 10000
integer, parameter :: case = 5
integer i, j, n
real x, y, a, b, pi, f_1, f_2, f_3, f_4, f_5
real f(case), s(case)
real r(num + 1)
real area(num + 1, case)
real dif(num + 1, case)
```

!\*\* create random number \*\*\*\*\*

```
integer :: seedsize
integer, allocatable :: seed(:)

call random_seed(size = seedsize)
allocate(seed(seedsize))
do j = 1, seedsize
    call system_clock(count = seed(j))
end do
call random_seed(put = seed(:))
```

!\*\*\*\*\*

```
pi = 4.0 *atan(1.0)
! write(6,*)'pi = ',pi
```

```
call random_number(r)
```

```
do 10 j = 1 ,case
    s(j) = 0
10 continue
```

```
open(17, file = 'result/result.dat', status='replace')
```

```
do 20 i = 1, num
    x = r(i)
    y = r(i + 1)

    f(1) = x !case_1
    f(2) = x*x !case_2
    f(3) = cos(pi / 2.0 * x) !case_3
    f(4) = sin(pi * x) !case_4
    f(5) = exp(-x * x) !case_5
```

```
do 100 j = 1, 5
    if (f(j) > y) then
        s(j) = s(j) + 1
    end if
    a = (s(j)/i)
    area(i,j) = a
100 continue
20 continue
```

```
do 30 i = 1, num
    write (17,*) i,area(i,1),area(i,2),area(i,3),area(i,4),area(i,5)
30 continue
```

```
close(17)
```

```
open(18, file= 'result/difference.dat', status='replace')

f_1 = 1.0/2.0
f_2 = 1.0/3.0
f_3 = 2.0/pi
f_4 = 2.0/pi
f_5 = 2.0

do 40 i = 1, num
    dif(i,1) = area(i,1) - f_1
    dif(i,2) = area(i,2) - f_2
    dif(i,3) = area(i,3) - f_3
    dif(i,4) = area(i,4) - f_4
    dif(i,5) = area(i,5) - f_5
40 continue

do 50 i = 1, num
    write (18,*) i,dif(i,1),dif(i,2),dif(i,3),dif(i,4),dif(i,5)
50 continue

close(18)

end program
```

---