

シミュレーションの内容について

Die drehströmung über festem grunde

1 地面近くにおける回転

回転円盤近傍の流体を考える．静止する板があり，遠く離れた距離に一定の速度で回転する円盤がある．重要な影響の1つは，円盤近くの流体が遠心力によって外側へ投げ出される．放射状に投げ出された流体は軸方向に流れる流体によって置換される．静止している壁付近の粒子の周速は減少し，半径方向の遠心力は大幅に減少する．一方で，半径方向の圧力勾配は変わらないため静止壁付近の粒子が内側に流れることによって補完される．

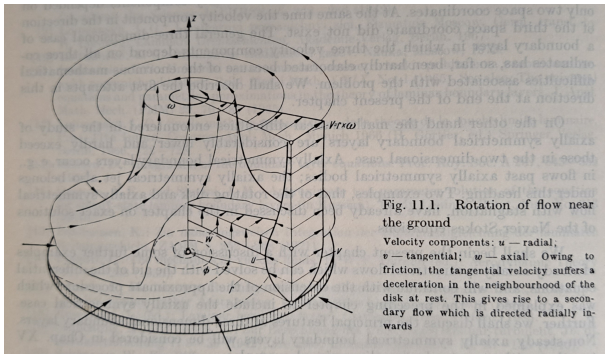


Fig.1 Rotation of flow near the ground ([1] P.226)

2 数学的モデル

Table 1 モデルの条件

円柱極座標系	r, ϕ, z
静止壁の位置	$z = 0$
回転壁の回転速度	ω
半径方向速度	u
周方向速度	v
軸方向速度	w

ϕ は z 軸に対称な流れであると仮定しているため，ナビエ・ストークス方程式において考慮しない可能性がある．

3 数値解法

支配方程式

■ ナビエ・ストークス方程式

$$u \frac{\partial u}{\partial r} + w \frac{\partial u}{\partial z} - \frac{v^2}{r} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} + \nu \left\{ \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{u}{r} \right) + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right\}$$

$$u \frac{\partial v}{\partial r} + w \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{uv}{r} = \nu \left\{ \frac{\partial^2 v}{\partial r^2} + \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{v}{r} \right) + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right\}$$

$$u \frac{\partial w}{\partial r} + w \frac{\partial w}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + \nu \left\{ \frac{\partial^2 w}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial r} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right\}$$

■ 連続の式

$$\frac{1}{r} \frac{\partial (ur)}{\partial r} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0$$

境界条件

$$\begin{aligned} z = 0 \quad u = 0 \quad v = 0 \quad w = 0 \\ z = \infty \quad u = 0 \quad v = r\omega \end{aligned}$$

無次元座標

$$\zeta = z \sqrt{\frac{\omega}{\nu}}$$

$$\begin{aligned} u &= r\omega F(\zeta) \\ v &= r\omega G(\zeta) \\ w &= \sqrt{r\omega} H(\zeta) \end{aligned}$$

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} = r\omega^2$$

ζ	F	G	H
0.0	0.0000	0.0000	0.0000
0.5	-0.3487	0.3834	0.1944
1.0	-0.4788	0.7354	0.6241
1.5	-0.4496	1.0134	1.0987
2.0	-0.3287	1.1924	1.4929
2.5	-0.1762	1.2721	1.7459
3.0	-0.0361	1.2714	1.8496
3.5	0.0663	1.2182	1.8308
4.0	0.1227	1.1413	1.7325
4.5	0.1371	1.0640	1.5995
5.0	0.1210	1.0016	1.4685
5.5	0.0878	0.9611	1.3632
6.0	0.0499	0.9427	1.2944
6.5	0.0162	0.9407	1.2620
7.0	-0.0084	0.9530	1.2585
7.5	-0.0223	0.9693	1.2751
8.0	-0.0268	0.9857	1.3004
8.5	-0.0243	0.9991	1.3264
9.0	-0.0179	1.0078	1.3477
9.5	-0.0102	1.0119	1.3617
10.0	-0.0033	1.0121	1.3683
10.0	0.0018	1.0099	1.3689
11.0	0.0047	1.0065	1.3654
11.5	0.0057	1.0031	1.3601
12.0	0.0052	1.0003	1.3546
12.5	0.0038	0.9984	1.3500
∞	0.0000	1.0000	1.3494

Fig.2 Rotation of flow near the ground ([1] P.226)

ζ	F	G	H
0.0	0.000	0.000	0.000
0.5	-0.3487	0.3834	0.1944
1.0	-0.4788	0.7354	0.6241
1.5	-0.4496	1.0134	1.0987
2.0	-0.3287	1.1924	1.4929
2.5	-0.1762	1.2721	1.7459
3.0	-0.0361	1.2714	1.8496
3.5	0.0663	1.2182	1.8308
4.0	0.1227	1.1413	1.7325
4.5	0.1371	1.064	1.5995
5.0	0.1210	1.0016	1.4685
5.5	0.0878	0.9611	1.3632
6.0	0.0499	0.9427	1.2944
6.5	0.0162	0.9407	1.2620
7.0	-0.0084	0.9530	1.2585
7.5	-0.0223	0.9693	1.2751
8.0	-0.0268	0.9857	1.3004
8.5	-0.0234	0.9991	1.3264
9.0	-0.0179	1.0078	1.3477
9.5	-0.0102	1.0119	1.3617
10.0	-0.0033	1.0121	1.3683
10.5	0.0018	1.0099	1.3689
11.0	0.0047	1.0065	1.3654
11.5	0.0057	1.0031	1.3601
12.0	0.0052	1.0003	1.3546
12.5	0.0038	0.9984	1.3500
∞	0.0000	1.0000	1.3494