

Aluno(a): _____

Avaliação 01

1) Considere o seguinte problema:

Entrada: Uma sequência de n elementos $A = \langle a_1, a_2, \dots, a_n \rangle$ e um valor v .

Saída: Uma permutação $\langle a'_1, a'_2, \dots, a'_n \rangle$ de A e um índice k tal que os elementos a'_1, a'_2, \dots, a'_k sejam menores que v e os elementos de a'_{k+1}, \dots, a'_n sejam maiores ou iguais a v .

E o seguinte algoritmo que resolve o problema:

PARTICAO(A, v)

```
1  i = 1
2  j = A.length
3  while i ≤ j
4      if A[i] < v
5          i = i + 1
6      elseif A[j] ≥ v
7          j = j - 1
8      else
9          TROCA(A, i, j) // troca os valores A[i] e A[j]
10         i = i + 1
11         j = j - 1
12 if A[i] < v
13     return i + 1
14 else
15     return i
```

- a) (2,0) Faça a análise do tempo de execução do algoritmo. Como deve estar a entrada para que o laço execute o mínimo de vezes? Como deve estar a entrada para que o laço execute o número máximo de vezes?
- b) (2,0) Use a invariante a seguir e mostre que o algoritmo é correto. Invariante: os subarranjos $A[1..i-1]$ e $A[j+1..n]$, onde $n = A.length$, contêm os elementos inicialmente em $A[1..i-1]$ e $A[j+1..n]$ mas rearranjados de forma que os elementos de $A[1..i-1]$ são menores que v e os elementos de $A[j+1..n]$ são maiores ou iguais a v .

2) Considere o seguinte problema:

Entrada: Uma sequência de n elementos $A = \langle a_1, a_2, \dots, a_n \rangle$.

Saída: A modificação da A tal que $A = \langle a_2, \dots, a_n, a_1 \rangle$

- a) (2,0) Projete um algoritmo *top-down* recursivo para resolver o problema e faça a análise do tempo de execução.
- b) (2,0) Projete um algoritmo *bottom-up* iterativo para resolver o problema e enuncie a invariante (não é preciso mostrar que a invariante é válida).
- 3) (2,0) Escolha apenas um dos problemas a seguir e projete um algoritmo com tempo de execução $O(\lg n)$ que resolva o problema. Argumente que o seu algoritmo é correto e faça a análise do tempo de execução.
- a) **Entrada:** Uma sequência de $n = 2k + 1$ elementos ordenados, onde k é um número natural, tal que na sequência aparecem $k + 1$ elementos distintos, sendo que k elementos aparecem duas vezes.
- Saída:** O valor do elemento que aparece apenas uma vez. (Por exemplo, para a sequência de entrada $\langle 4, 4, 7, 7, 8, 9, 9 \rangle$ a resposta é 8.)
- b) **Entrada:** Uma sequência de $n > 0$ números $A = \langle a_1, a_2, \dots, a_k, a_{k+1}, \dots, a_{n-1}, a_n \rangle$, tal que os elementos a_1, a_2, \dots, a_k não são positivos e os elementos $a_{k+1}, \dots, a_{n-1}, a_n$ são positivos.
- Saída:** O índice k . Note que k pode ser qualquer valor entre 0 e n . (Por exemplo, para sequência de entrada $\langle -3, -1, 0, -2, 6, 2, 1 \rangle$, a resposta é 4.)