D版的黄日华同学问了一个统计学基础课中一个灰常大众的问题，但是网上少有彻底的答案。为啥哩？因为要是能彻底理解这一问题，这个统计学基础课就学好了一半。话说要回答样本方差除以这个问题，我觉得还是要从头缕一缕比较好。

从头？啥是头？

总体和样本的概念。啥是总体？总体就是你要研究的对象的全体。很抽象？直观点说，比如，你想要研究你高三三班女同学的胸围问题，你滴总体就是她们的胸围。假设班上有10位女同学，刚好今天都在，那你就过去以D版的名义跟她们说我要研究一个课题，需要量一下你们的胸围。假如你是万人迷，10位女同学都同意了。那你就获得了总体。假如有4个女同学不同意，你只量了6个，那么你获得的就是总体的一个样本。

假设我比较好事，请了三班女同学吃了顿饭，于是她们都同意给我量。然后我就获得了如下数据。(单位：cm)

X1=75，x2=75，x3=75，x4=75，x5=75，x6=85，x7=85，x8=85，x9=85，x10=85.

我马上就发现，总体期望值是80.

于是我获得了**总体方差。**

黄同学就不行了，只能量6个。他获得的那个样本如下。

x2=75，x3=75，x4=75，x5=75，x9=85，x10=85

他的样本期望值是

他的样本方差是

问题来了，为啥求样本期望值是除以6，而样本方差除以5呢？

这就涉及到统计学的估计量（estimator）的优良性了。通常，统计学对估计量的优良性有三个标准，无偏性（unbiasedness），一致性(consistence)，有效性(efficiency).

啥是估计量？就是根据你量到（或者目测？）的样本值，然后对获得的样本值进行运算，你会得到一个大概的值，这个值叫估计值。但是你肯定不会瞎算，对吧，你一般会想要有个法则，或者说公式，对了，这就是估计量。

比如要计算期望值，你会想到算术平均。可是黄同学对女同学x5=85比较有感觉，就想，我呀，要用加权平均，给我的女神加个权重。比如他的计算公式是

.

很聪明，居然还知道除以7.

我在这里想问下同学们，这么做可以吗?

当然可以，(只要他没有四字真言)。

可是如果每个人都有自己的一套法则，这世界有点乱。

于是统计学家一讨论，还是要出台一些标准来比一比谁的法则好。这就有了以上说的三个标准。

在具体探讨这三个标准之前呢，我们先引入另外一个概念，就是，随机变量！

为啥要引入随机变量？因为各种估计量都是随机变量！

为啥？因为黄同学获得的是一个样本。如果换成另外一个同学去跟女同学们谈判的话，估计会多一两个女同学同意量。又如果黄同学换一天去，可能也会多一两个，当然也可能会少一两个。所以，一个估计量有可能有不同的值计算出来，这取决于谁去，什么时候去。

鉴别估计量优劣的标准主要围绕着估计量的随机性。

OK,啥是无偏。无偏就是说你的估计量，理论上要等于总体值。什么意思？意思就是，给你n次机会去获得n个样本，你根据你这n个样本算出来的n个估计值，如果你把这n个估计值平均一下，理论上应该等于总体值。又是理论上？对啊，没要求你实际上，只要理论上！怎么个理论法？请听题。

三班女同学胸围的总体期望值是一个固定的常数，用X指代。接下来，就比较玄了。这个常数呢，隐藏于10个女同学身上，或者说隐藏于柏拉图的理念世界中。由于黄同学不是温拿，无法获得准确值。他只能获得一个样本，5个女童鞋的值。每个女童鞋的值可以被认为是X在这个现实世界中的实现，, 它们都有一个共同的期望值，也就是X. 那么怎么利用这些 去估计X呢？我们用一个估计量，算术平均。也就是. 我们说是X的一个无偏估计。这是因为 . 黄同学也可以自己证明他自己的那个加权平均方法也是无偏的。（但是为什么统计学上不用那个来做估计量呢？因为那个加权平均不是有效估计。）但是如果他忘记应该除以7，而是直接除以6，那么就是有偏的。因为.

直观上说，

OK,无偏讲完了。一致呢？

对于一个估计量来说，这三个标准不一定能同时具备。这是就看你统计人自己选择。