清华大学 Tsinghua University **数学作业纸**

班级 计72 姓名 李[illegible] 编号 2017011466 科目 信号处理 第 页

hw7

t1. 解：$L=4$

① $N=4$

$X(0)=1+2+3+4=10$

$X(1)=1+2e^{-\frac{2}{2}\pi j}+3e^{-\frac{3}{2}\pi j}+4e^{-\frac{4}{2}\pi j}=-3+3j$

$X(2)=1+2e^{-2\pi j}+3e^{-3\pi j}+4e^{-4\pi j}=4$

$X(3)=1+2e^{-\frac{6}{2}\pi j}+3e^{-\frac{9}{2}\pi j}+4e^{-\frac{12}{2}\pi j}=3-3j$

$X=\{10,\ 3+3j,\ 4,\ 3-3j\}$

② $N=8$

$X(0)=1+2+3+4=10$

$X(1)=1+2e^{-\frac{2\pi j}{4}}+3e^{-\frac{3\pi j}{4}}+4e^{-\frac{4\pi j}{4}}=$

$\left(-3-\frac{3}{\sqrt2}\right)-\left(2+\frac{3}{\sqrt2}\right)j$

$X(2)=1+2e^{-\frac{2\pi j}{2}}+3e^{-\frac{3\pi j}{2}}+4e^{-\frac{4\pi j}{2}}=3+3j$

$X(3)=1+2e^{-\frac{6\pi j}{4}}+3e^{-\frac{9\pi j}{4}}+4e^{-\frac{12\pi j}{4}}=$

$\left(-3+\frac{3}{\sqrt2}\right)+\left(2-\frac{3}{\sqrt2}\right)j$

$X(4)=1+2e^{-2\pi j}+3e^{-3\pi j}+4e^{-4\pi j}=4$

$X(5)=X^*(3)=\left(-3+\frac{3}{\sqrt2}\right)+\left(\frac{3}{\sqrt2}-2\right)j$

$X(6)=X^*(2)=3-3j$

$X(7)=X^*(1)=\left(-3-\frac{3}{\sqrt2}\right)+\left(2+\frac{3}{\sqrt2}\right)j$

t2. 解：设 $\tilde f(t)$ 为 $f(t)$ 的一个周期，

$\tilde f(t)\Leftrightarrow F(\omega)$

则 $F_n=\frac{1}{T}F(n\omega)=\frac{1}{T}F\left(n\frac{2\pi}{T}\right)$

由于满足抽样定理，故 $[-W_m,W_m]$ 内

$\hat F(\omega)=\frac{1}{T_s}F(\omega)$

其中 $\hat F(\omega)$ 为抽样信号的FT

而 $X(n)=\hat F\left(\frac{n}{N}W_s\right)=\hat F\left(\frac{n}{N}\cdot N\frac{2\pi}{T}\right)$

$=\frac{1}{T_s}F\left(n\frac{2\pi}{T}\right)$

$\therefore \frac{X(n)}{F_n}=\frac{T}{T_s}=N$，即 $X(n)=NF_n$

t3. 解：$\sum_{n=0}^{N-1}\hat x(n)e^{-jn\omega_k}$

$=\sum_{n=0}^{N-1}\sum_{m=0}^{r-1}x(mN+n)e^{-jn\frac{2k\pi}{N}}$

$=\sum_{n=0}^{N-1}\sum_{m=0}^{r-1}x(mN+n)e^{-j(mN+n)\frac{2k\pi}{N}}$

$=\sum_{n=0}^{(r+1)N-1}x(n)e^{-jn\omega_k}$

$=\sum_{n=0}^{L-1}x(n)e^{-jn\omega_k}$

t4. 解：$X(k)=\sum_{n=0}^{N-1}x(n)e^{-j2\pi\frac{nk}{N}}=\sum_{n=0}^{\frac N2-1}x(2n)e^{-j2\pi\frac{2nk}{N}}$

$+\sum_{n=0}^{\frac N2-1}x(2n+1)e^{-j2\pi\frac{(2n+1)k}{N}}=\sum_{n=0}^{\frac N2-1}g(n)e^{-j2\pi\frac{nk}{N/2}}$

$+W_N^k\sum_{n=0}^{\frac N2-1}h(n)e^{-j2\pi\frac{nk}{N/2}}=G(k)+W_N^kH(k)$