



## 习题2

10. 记  $A$ : 合同有效  $B$ : 张三应受罚  
 $C$ : 张三将资产  $D$ : 银行给了张三贷款

子集  $S = \{A \rightarrow B, B \rightarrow C, D \rightarrow \neg C, A, D\}$

即  $S = \{ \neg A \vee B, \neg B \vee C, \neg D \vee \neg C, A, D \}$

- (1)  $\neg A \vee B$
- (2)  $\neg B \vee C$
- (3)  $\neg A \vee C$  (1)(2) 归结
- (4)  $\neg D \vee \neg C$
- (5)  $\neg A \vee D$  (3)(4) 归结
- (6)  $D$
- (7)  $\neg A$  (5)(6) 归结
- (8)  $A$
- (9)  $\square$  (7)(8) 归结

故这些前提存在矛盾

11. 解:  $n=1$  时无意义

$n=2$  时. 即  $P_1 \rightarrow Q_1 = T$  且  $P_2 \rightarrow Q_2 = T$

且  $P_1 \vee P_2 = T$  且  $\neg Q_1 \vee \neg Q_2 = T$

即证  $(P_1 \rightarrow Q_1) \wedge (P_2 \rightarrow Q_2) \wedge (P_1 \vee P_2) \wedge (\neg Q_1 \vee \neg Q_2)$   
 $\Rightarrow ((Q_1 \rightarrow P_1) \wedge (Q_2 \rightarrow P_2))$

(1)  $P_1 \rightarrow Q_1$  前提引入 (8)  $Q_2 \rightarrow P_2$  置换

(2)  $\neg Q_1 \vee \neg Q_2$  前提引入 (3) 上之理,

(3)  $Q_1 \rightarrow \neg Q_2$  (2) 置换 有 (8)  $Q_2 \rightarrow P_2$

(4)  $P_1 \rightarrow \neg Q_2$  (1)(3) 三段论 (10)  $(Q_1 \rightarrow P_1) \wedge (Q_2 \rightarrow P_2)$  (8)(9)

(5)  $P_1 \vee P_2$  前提引入 得证

(6)  $\neg P_2 \rightarrow P_1$  (5) 置换

(7)  $\neg P_2 \rightarrow \neg \neg P_2$  (4)(6) 三段论

假设  $n$  成立,

$n+1$  时. 若  $Q_{n+1} = T$

则  $Q_i = F (i=1 \sim n)$

则  $Q_i \rightarrow P_i = T (i=1 \sim n)$

且  $P_i = F (i=1 \sim n)$

$\therefore P_{n+1} = T \therefore Q_{n+1} \rightarrow P_{n+1} = T$

若  $Q_{n+1} = F$ . 则  $P_{n+1} = F, Q_{n+1} \rightarrow P_{n+1} = T$

若  $Q_i (i=1 \sim n)$  全为  $F$ . 则已证

若  $Q_i (i=1 \sim n)$  不全为  $F$  由归纳假设.

$Q_i \rightarrow P_i = T (i=1 \sim n)$ . 证毕

12. (1) 将  $(P \vee Q) \wedge (P \rightarrow R) \wedge (Q \rightarrow R) \wedge \neg R$  作为前提

$(P \vee Q) \wedge (\neg P \vee R) \wedge (\neg Q \vee R) \wedge \neg R$

子集  $S = \{P \vee Q, \neg P \vee R, \neg Q \vee R, \neg R\}$

(1)  $P \vee Q$

(2)  $\neg P \vee R$

(3)  $Q \vee R$  (1)(2) 归结

(4)  $\neg Q \vee R$

(5)  $R$  (3)(4) 归结

(6)  $\neg R$

(7)  $\square$  (5)(6) 归结

证毕

(2)  $S = \{ \neg S \vee \neg Q, \neg P \vee Q, R \vee S, \neg R \vee \neg Q, P \}$

(1)  $\neg S \vee \neg Q$

(10)  $\neg P \vee Q$

(2)  $\neg P \vee Q$

(11)  $\neg P$  (9)(10) 归结

(3)  $\neg S \vee P$  (1)(2) 归结

(12)  $\square$  (11)(12) 归结

(4)  $P$

(5)  $\neg S$  (3)(4) 归结

(6)  $R \vee S$

(7)  $R$  (5)(6) 归结

(8)  $\neg R \vee \neg Q$

(9)  $\neg Q$  (7)(8) 归结



### 习题 3

- 1)  $(1) \vdash (P \rightarrow Q) \rightarrow ((P \vee P) \rightarrow (R \vee Q))$  公理 4  
 (2)  $\vdash (P \rightarrow Q) \rightarrow ((\neg R \vee P) \rightarrow (\neg R \vee Q))$  代入  $\frac{R}{\neg R}$   
 (3)  $\vdash (P \rightarrow Q) \rightarrow ((R \rightarrow P) \rightarrow (R \rightarrow Q))$  定义  
 (4)  $\vdash (P \vee P) \rightarrow P$   
 (3) 代入  $\frac{P}{P \vee P}, \frac{Q}{P}, \frac{P}{P}$   
 (5)  $\vdash (P \vee P) \rightarrow P$  公理 1  
 (6)  $\vdash P \rightarrow (P \vee Q)$  公理 2  
 (7)  $\vdash P \rightarrow (P \vee P)$  (6) 代入  $\frac{Q}{P}$   
 (8)  $\vdash (P \rightarrow (P \vee P)) \rightarrow (P \rightarrow P)$  (4) (5) 分离  
 (9)  $\vdash P \rightarrow P$  (7) (8) 分离  
 (10)  $\vdash P \rightarrow P$  (9) 代入  $\frac{P}{P}$   
 (11)  $\vdash \neg(P \wedge Q) \rightarrow \neg(P \wedge Q)$  代入  $\frac{P}{P \wedge Q}$   
 (12)  $\vdash \neg(P \wedge Q) \rightarrow \neg(\neg R \vee Q)$  定义  
 (13)  $\vdash \neg P \rightarrow P$  公理 3  
 (14)  $\vdash \neg(\neg R \vee Q) \rightarrow \neg(\neg R \vee Q)$  (13) 代入  $\frac{P}{\neg R \vee Q}$   
 (15)  $\vdash \neg(\neg R \vee Q) \rightarrow \neg(\neg R \vee Q)$  定义  
 (16)  $\vdash \neg(P \wedge Q) \rightarrow \neg(\neg R \vee Q)$  (15) 定义  
 2) (1)  $\vdash P \rightarrow P$  上述已证  
 (2)  $\vdash \neg(P \wedge Q) \rightarrow \neg(P \wedge Q)$  代入  $\frac{P}{P \wedge Q}$   
 (3)  $\vdash \neg(\neg R \vee Q) \rightarrow \neg(P \wedge Q)$  定义  
 (4)  $\vdash P \vee P$  (1) 定义  
 (5)  $\vdash (P \vee Q) \rightarrow (Q \vee P)$  公理 2  
 (6)  $\vdash (\neg R \vee P) \rightarrow (P \vee P)$  代入  $\frac{P}{P}, \frac{Q}{P}$   
 (7)  $\vdash P \vee P$  (4) (6) 分离  
 (8)  $\vdash P \vee P$  (7) 定义  
 (9)  $\vdash P \rightarrow P$  (8) 定义  
 (10)  $\vdash \neg(P \vee Q) \rightarrow \neg(\neg R \vee Q)$  (9) 代入  $\frac{P}{P \vee Q}$   
 (11)  $\vdash \neg(P \vee Q) \rightarrow \neg(P \wedge Q)$  (10) 定义

这里证明  $\neg P \rightarrow P$

- (1)  $\vdash P \rightarrow P$  已证  
 (2)  $\vdash P \vee P$  定义  
 (3)  $\vdash (P \vee Q) \rightarrow (Q \vee P)$  公理 2  
 (4)  $\vdash (P \vee P) \rightarrow (P \vee P)$  代入  $\frac{P}{P}, \frac{Q}{P}$   
 (5)  $\vdash P \vee P$  (4) 分离  
 (6)  $\vdash P \vee P$  (5) 代入  $\frac{P}{P}$   
 (7)  $\vdash P \rightarrow P$  (6) 定义  
 (8)  $\vdash \neg(P \vee P) \rightarrow \neg(P \vee P)$  定义

- (9)  $\vdash (P \vee P) \rightarrow P$  代入  $\frac{P}{P \vee P}$   
 (10)  $\vdash (P \vee P) \rightarrow P$  (9) 代入  $\frac{P}{P \vee P}$   
 (11)  $\vdash P \rightarrow P$  (10) 公理 4 代入

- (12)  $\vdash P \vee P \rightarrow P \vee P$  公理 1  
 (13)  $\vdash P \vee P$  (12) 分离  
 (14)  $\vdash P \vee P$  (13) 代入  $\frac{P}{P \vee P}$   
 (15)  $\vdash P \rightarrow P$  (14) 定义

