清華大學 Tsinghua University

数学作业纸

班级 计72 姓名 李晨昱 编号 2017011466 科目 离散 第 1 页

28. 解：最多：I_A

最少：E_A

29. 解：由 R是自反的

∴ $aRa \wedge aRa \Rightarrow aTa$

∴ T是自反的

$aTb \wedge bTc$

$\Rightarrow aRb \wedge bRa \wedge bRc \wedge cRb$

$\Rightarrow aRc \wedge cRa \Rightarrow aTc$

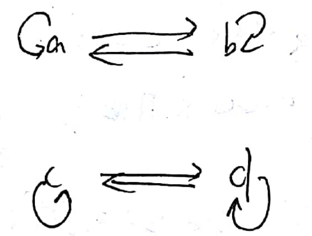
∴ T是传递的

$aTb \Rightarrow aRb \wedge bRa \Rightarrow bTa$

∴ T是对称的

∴ T是等价关系

30. 解：



等价类 $[a]_R = [b]_R = \{a,b\}$

$[c]_R = [d]_R = \{c,d\}$

31. 解：(1) 1° S_1, S_2 非空

2° $\forall x \in S_1$ 或 $x \in S_2$

$x \in Z_+$

3° $\forall x \in S_1$，$x \notin S_2$

4° $\forall x \in Z_+$，$x \in S_1$ 或 $x \in S_2$

$\Rightarrow \cup\{S_1, S_2\} = Z_+$

故 π 是 Z_+ 的划分

(2) 1° $\forall x$，$\{x\}$ 非空

2° $\forall X \in \{\{x\} \mid x \in Z_+\}$ 有 $X \subseteq Z_+$

3° $\forall \{x_1\} \neq \{x_2\}$ 若 $x \in \{x_1\}$ 则 $x_1 \notin \{x_2\}$

4° $\cup\{\{x\} \mid x \in Z_+\} = \{x \mid x \in Z_+\} = Z_+$

故 π 是 Z_+ 的划分

32. 解：不是，P(A)中的元素交集非空

如 $A = \{1,2\}$，$P(A) - \phi = \{\{1\}, \{2\}, \{1,2\}\}$

则 $\{1\} \neq \{1,2\}$ 但 $\{1\} \cap \{1,2\} \neq \phi$

33. 15个

$bell(4) = S(4,1) + \cdots + S(4,4) = 15$

34. 解：① 由 $aRa \wedge aRa$

故 $\langle a,a \rangle \in S$ ∴ S是自反的

② 设 aSb 则 $\exists c$ s.t. $aRc \wedge cRb$

∴ $bRc \wedge cRa$ ∴ bSa ∴ S是对称的

③ 设 $xSy \wedge ySz$ 则 $\exists c\ \exists d$ s.t.

$xRc \wedge cRy \wedge yRd \wedge dRz$

故 $xRc \wedge cRd \wedge dRz$

故 $xRd \wedge dRz$ 故 xSz

故 S是传递的

35. 解：① 由 $xy = xy$

∴ $\langle\langle x,y \rangle, \langle x,y \rangle\rangle \in R$

∴ R是自反的

② 设 $\langle\langle x,y \rangle, \langle u,v \rangle\rangle \in R$ 则 $xv = yu$

则 $uy = vx$ ∴ $\langle\langle u,v \rangle, \langle x,y \rangle\rangle \in R$

∴ R是对称的

③ 设 $\langle\langle x,y\rangle,\langle u,v\rangle\rangle \in R$,

$\langle\langle u,v\rangle,\langle z,w\rangle\rangle \in R$

则 $xv=yu$ ① 且 $uw=vz$ ②

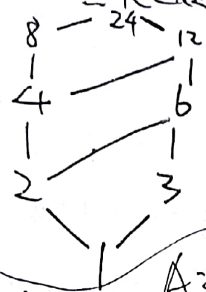
①×② $xvuw=yvuz$

$\therefore xw=yz$

$\therefore \langle\langle x,y\rangle,\langle z,w\rangle\rangle \in R$

$\therefore R$ 是传递的

39. (1)



40. (a) $R=\{\langle a,b\rangle,\langle a,c\rangle,\langle a,d\rangle,\langle a,e\rangle,\langle a,f\rangle,\langle a,g\rangle,\langle b,d\rangle,\langle b,e\rangle,\langle c,f\rangle,\langle c,g\rangle\}\cup I_A$

$A=\{a,b,c,d,e,f,g\}$

41. 解: (1) 极大元: e

极小元: a

最大元: e

最小元: a

(2) 极大元: a,b,d

极小元: a,b,c

最大元: 无

最小元: 无

42. 解: 上界: $\{k\cdot 2520 \mid k\in Z_+\}$

下界: $\{1\}$

上确界: 2520

下确界: 1

43. 解 ① $B\times B \supseteq I_B$,

$I_B\subseteq I_A$, $I_A\subseteq R$

故 $I_B\subseteq R\cap(B\times B)$

故 $R\cap(B\times B)$ 是自反的

② 设 $\langle a,b\rangle\in R\cap(B\times B)$

且 $\langle b,a\rangle\in R\cap(B\times B)$

则 $\langle a,b\rangle\in R$ 且 $\langle b,a\rangle\in R$

则 $a=b$ $\therefore R\cap(B\times B)$ 是反对称的

③ 设 $\langle a,b\rangle\in R\cap(B\times B)$

且 $\langle b,c\rangle\in R\cap(B\times B)$

则 $\langle a,b\rangle\in B\times B$ 且 $\langle b,c\rangle\in B\times B$

故 $a=b$ 且 $b=c$ 且 $a\in B$

故 $\langle a,c\rangle\in B\times B$ 且 $\langle a,c\rangle\in R$

$\therefore \langle a,c\rangle\in R\cap(B\times B)$ $\therefore R\cap(B\times B)$ 是传递的

综上, $R\cap(B\times B)$ 是 B 上的等价关系