清華大學 Tsinghua University **数学作业纸**

班级 计72 姓名 李晨昊 编号 2017011466 科目 离散 第 1 页

习题9.

30.解:设存在上述集合.

构造 $B=\{A_1, A_2, A_3, A_4\}$

则B有极小元,不妨设其为 $A_1$

则 $A_1\cap B=\phi$. 与 $A_2\in A_1$ 矛盾

故不存在上述集合

31. 解:设存在上述集合 $A$

则 ∃ $A_0$ ---- $A_n$ ——— s.t. 无穷序列

$A_0\in A_1\in\cdots\in A_n\in$ ———

此时 $A_0$ ——— $A_n$ ——— 均 $\in A$

则 $A$ 为奇异集合,违反正则公理

32.解:由于 $\exists N$. $N$为正整数集

取 $P(x)$: $x$是素数

则 $\exists N'\subseteq N$. s.t. $(\forall x)(x\in N'\to P(x))$

33.解: $A$是传递集 $\Leftrightarrow (\forall x)(\forall y)(x\in y\wedge y\in A\to x\in A)$

$A^+ = A\cup\{A\}$

$(\forall x)(\forall y)(x\in y\wedge y\in A\to x\in A)$

$\Rightarrow (\forall x)(\forall y)(x\in y\wedge y\in A\to(x\in A))$

$\vee (\forall x)(\forall y)(x\in y\wedge y=A\to x\in A)$

$\Leftrightarrow (\forall x)(\forall y)(x\in y\wedge(y\in A\vee y=A)\to x\in A)$

$\Leftrightarrow (\forall x)(\forall y)(x\in y\wedge y\in A^+\to x\in A^+)$

习题10

1. (1) $R=\{\langle 0,0\rangle, \langle 0,2\rangle, \langle 2,0\rangle, \langle 2,2\rangle\}$

(2) $R=\{\langle 1,1\rangle, \langle 4,2\rangle\}$

2. $A\cup B=\{\langle 1,2\rangle, \langle 2,4\rangle, \langle 3,3\rangle, \langle 1,3\rangle, \langle 4,2\rangle\}$

$A\cap B=\{\langle 2,4\rangle\}$

$\mathrm{dom}A=\{1,2,3\}$

$\mathrm{dom}B=\{1,2,4\}$

$\mathrm{ran}(A)=\{2,3,4\}$

$\mathrm{ran}(B)=\{2,3,4\}$

$\mathrm{dom}(A\cup B)=\{1,2,3,4\}$

$\mathrm{ran}(A\cap B)=\{4\}$

3. 解: $x\in\mathrm{dom}(R\cup S)$

$\Leftrightarrow (\exists y)(\langle x,y\rangle\in R\cup S)$

$\Leftrightarrow (\exists y)(\langle x,y\rangle\in R)\vee(\exists y)(\langle x,y\rangle\in S)$

$\Leftrightarrow x\in\mathrm{dom}(R)\vee x\in\mathrm{dom}(S)$

$\therefore \mathrm{dom}(R\cup S)=\mathrm{dom}(R)\cup\mathrm{dom}(S)$

$x\in\mathrm{dom}(R\cap S)$

$\Leftrightarrow (\exists y)(\langle x,y\rangle\in R\cap S)$

$\Leftrightarrow (\exists y)(\langle x,y\rangle\in R\wedge\langle x,y\rangle\in S)$

$\Rightarrow (\exists y)(\langle x,y\rangle\in R))\wedge(\exists y)(\langle x,y\rangle\in S)$

$\Leftrightarrow x\in\mathrm{dom}(R)\wedge x\in\mathrm{dom}(S)$

故 $\mathrm{dom}(R\cap S)\subseteq\mathrm{dom}(R)\cap\mathrm{dom}(S)$

4. 问：$2^{3^2} = 512$

问：$2^{n^2}$

5. $\{\langle a,d\rangle\}$，$\{\langle b,d\rangle\}$，$\{\langle c,d\rangle\}$

$\{\langle a,d\rangle,\langle b,d\rangle\}$，$\{\langle a,d\rangle,\langle c,d\rangle\}$

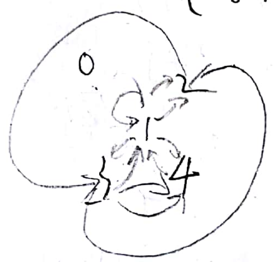
$\{\langle b,d\rangle,\langle c,d\rangle\}$，$\{\langle a,d\rangle,\langle b,d\rangle,\langle c,d\rangle\}$

$\phi$

6. $\langle x_1 \cdots x_n\rangle = \langle\langle x_1 \cdots x_{n-1}\rangle, x_n\rangle$ $(n>2)$

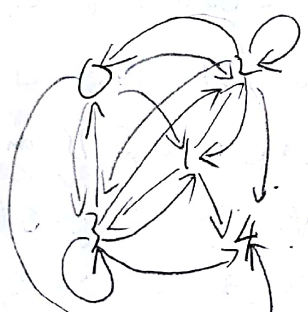
7. (3) 关系矩阵 $\begin{bmatrix} 0&0&0&0&0\\ 0&1&1&1&1\\ 0&1&0&1&1\\ 0&1&1&0&1\\ 0&1&0&1&0 \end{bmatrix}$

关系图



(4) 关系矩阵 $\begin{bmatrix} 0&1&1&1&1\\ 0&0&1&1&1\\ 1&1&1&1&1\\ 1&1&1&1&1\\ 0&0&0&0&0 \end{bmatrix}$

关系图



10. 解：$\langle x,y\rangle \in R\circ(S\cup T)$

$\Leftrightarrow (\exists z)(\langle x,z\rangle \in S\cup T \wedge \langle z,y\rangle \in R)$

$\Leftrightarrow (\exists z)((\langle x,z\rangle \in S \vee \langle x,z\rangle \in T) \wedge \langle z,y\rangle \in R)$

$\Leftrightarrow (\exists z)(\langle x,z\rangle \in S \wedge \langle z,y\rangle \in R) \vee (\exists z)(\langle x,z\rangle \in T \wedge \langle z,y\rangle \in R)$

$\Leftrightarrow \langle x,y\rangle \in R\circ S \vee \langle x,y\rangle \in R\circ T$，即 $R\circ(S\cup T) = (R\circ S)\cup(R\circ T)$