hw 8

以下均设新序列的DFT为$Y(k)$

(1) $$Y(k)=\sum_{n=0}^{MN-1} y(n)\, e^{j\frac{2\pi}{MN}nk}$$

$$=\sum_{n=0}^{N-1} x(n) \sum_{i=0}^{M-1} e^{j\frac{2\pi}{MN}(n+Ni)k}$$

$$=\sum_{n=0}^{N-1} x(n)\, e^{j\frac{2\pi}{MN}nk} \sum_{i=0}^{M-1} e^{j\frac{2\pi}{M}ki}$$

当$\frac{k}{M}\in Z$时，等比数列公比$q=1$,

$$Y(k)=\sum_{n=0}^{N-1} e^{j\frac{2\pi}{N}\cdot(\frac{k}{M})}\cdot M = MX(\frac{k}{M})$$

当$\frac{k}{M}\notin Z$时，$\sum_{i=0}^{M-1} e^{j\frac{2\pi}{M}ki}=\frac{1-e^{j2\pi k}}{1-e^{j\frac{2\pi}{M}k}}=0$

$Y(k)=0$

(2) $$Y(k)=\sum_{n=0}^{MN-1} y(n)\, e^{j\frac{2\pi}{MN}nk}$$

$$=\sum_{n=0}^{N-1} X(n)\, e^{j\frac{2\pi}{N}nk} = X(k)$$

$(0\le k\le N-1)$

对$k\geq N$，设$k=k_0+rN$. $r\in Z$.

易得 $Y(k)=X(k_0)$

综合得 $Y(k)=X(k \bmod N)$

(3) $$Y(k)=\sum_{n=0}^{N-1} X(n)\, e^{j\frac{2\pi}{MN}nk}$$

对于$\frac{k}{M}\in Z$, $Y(k)=X(\frac{k}{M})$

对于$\frac{k}{M}\notin Z$, $Y(k)$不能用$X(k)$表示

扫描全能王 创建