Лабораторная работа №2

Решение задачи о погоне

Коломиец Мария Владимировна, 1032182592, НПИбд-01-18

Содержание

Список таблиц

Список иллюстраций

1 Цель работы

Цель работы — построить математическую модель для выбора правильной стратегии при решении задач поиска.

2 Задание

Вариант 43:

На море в тумане катер береговой охраны преследует лодку браконьеров. Через определенный промежуток времени туман рассеивается, и лодка обнаруживается на расстоянии 16,2 км от катера. Затем лодка снова скрывается в тумане и уходит прямолинейно в неизвестном направлении. Известно, что скорость катера в 4 раза больше скорости браконьерской лодки. 1. Запишите уравнение, описывающее движение катера, с начальными условиями для двух случаев (в зависимости от расположения катера относительно лодки в начальный момент времени). 2. Постройте траекторию движения катера и лодки для двух случаев. 3. Найдите точку пересечения траектории катера и лодки

3 Выполнение лабораторной работы

Обозначаем как $t_0 = 0, X_{л0} = 0$ - место нахождения лодки браконьеров в момент обнаружения, соответственно, $X_{к0} = k$ - место нахождения катера береговой охраны относительно лодки браконьеров в момент обнаружения лодки. Введем полярные координаты. Считаем, что полюс - это точка обнаружения лодки браконьеров $x_{л0}$ ($\theta = \ x0 = 0$), а полярная ось r проходит через точку нахождения катера береговой охраны. (рис. 3.1)

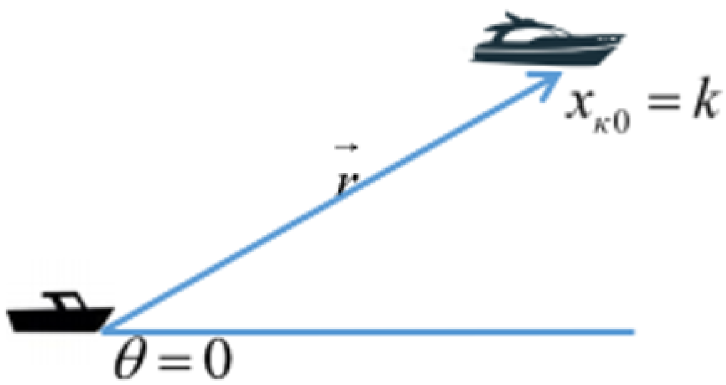

Рис. 3.1: Расположения лодки и катера в начальный момент времени

Траектория катера должна быть такой, чтобы и катер, и лодка все время были на одном расстоянии от полюса θ, только в этом случае траектория катера пересечется с траекторией лодки. Поэтому для начала катер береговой охраны должен двигаться некоторое время прямолинейно, пока не окажется на том же расстоянии от полюса, что и лодка браконьеров. После этого катер береговой охраны должен двигаться вокруг полюса удаляясь от него с той же скоростью, что и лодка браконьеров. Таким образом, полагаем два случая $\theta = 0$ и $\theta = -\pi$.

Чтобы найти расстояние x (расстояние после которого катер начнет двигаться вокруг полюса), необходимо составить уравнение. Пусть через время t катер и лодка окажутся на одном расстоянии x от полюса. За это время лодка пройдет x, а катер x-k (или x+k во втором случае, в зависимости от начального положения катера относительно полюса). Время, за которое они пройдут это расстояние, вычисляется как x/v для лодки и для катера $(x+k)/\ nv$ (во втором случае $(x-k)/\ nv$. Так как время одно и то же, то эти величины одинаковы. Тогда неизвестное расстояние можно найти из следующего уравнения: $x/\ v = \ (x + k)/\ nv$ - в первом случае, и $x/\ v = \ (x-k)/\ nv$ во втором случае. Из каждого уравнения мы найдем два значения x_1 и x_2, задачу будем решать для двух случаев. Таких $x_1 = \ k/\ (n+1)$, при $\theta = 0$ $x_2 = \ k/\ (n-1)$, при $\theta = -\pi$

После того, как катер береговой охраны окажется на одном расстоянии от полюса, что и лодка, он должен сменить прямолинейную траекторию и начать двигаться вокруг полюса удаляясь от него со скоростью лодки v. Для этого скорость катера раскладываем на две составляющие: v_r - радиальная скорость и v_t - тангенциальная скорость. Радиальная скорость - это скорость, с которой катер удаляется от полюса $v_r = \ dr/\ dt$. Нам нужно, чтобы эта скорость была равна скорости лодки, поэтому полагаем $v = \ dr/\ dt$.

Тангенциальная скорость – это линейная скорость вращения катера относительно полюса. Она равна произведению угловой скорости $d\theta/\ dt$ на радиус r, $v_r = \ d\theta/\ dt\ r$ Найдем тангенциальную скорость для нашей задачи $v_\tau = \ r\, d\theta/\ dt$. (рис. 3.2)

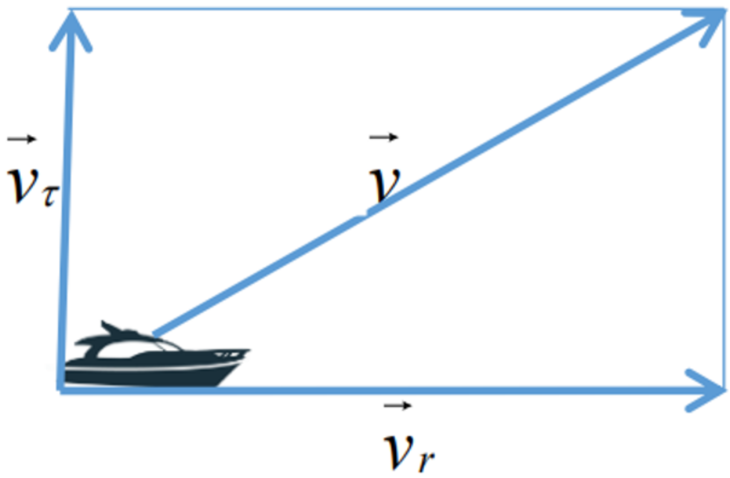

Рис. 3.2: Поиск тангенциальной скорости

Из рисунка видно: $v_\tau = \sqrt{(n^2 v_r^2 - v^2)}$. Поскольку, радиальная скорость равна v, то тангенциальную скорость находим из уравнения $v_\tau = \sqrt{(n^2 v^2 - v^2)}$. Следовательно, $v_\tau = v\sqrt{(n^2 - 1)}$. Тогда получаем $r * d\theta / dt = v\sqrt{(n^2 - 1)}$

Решение исходной задачи сводится к решению системы из двух дифференциальных уравнений { $(dr/dt = v\,;\ r * d\theta/dt = v\sqrt{(n^2-1)})$, с начальными условиями { $(\theta_0 = 0\, r_0 = k/(n+1))$ и { $(\theta_0 = -\pi\ r_0 = k/(n-1))$

Исключая из полученной системы производную по t, можно перейти к следующему уравнению: $dr/d\theta = r/\sqrt{(n^2-1)}$ Решив это уравнение, мы получим траекторию движения катера в полярных координатах.

Используем начальные значения n = 4, $\theta = 0$ (движение катера по часовой стрелке), $r_0 = k/(n+1)$, k = 16,2. Тогда имеем{ $(\theta_0 = 0\,;\ r_0 = 16,2/(4+1))$ Второй случай, $\theta = -\pi$ (движение катера против часовой стрелки), $r_0 = k/(n-1)$, Система принимает вид { $(\theta_0 = -\pi;\ r_0 = 16,2/(4-1))$

Код программы для решения задачи: (рис. 3.3)

```
n=4; // отношение  скорости катера к скорости лодки
k=16.2;  // начальное удаление катера от лодки
fi=3*%pi/8; //функция, описывающая движение катера береговой охраны
function dr=f(tetha, r)
   dr=r/sqrt(n*n-1);
endfunction;
//начальные условия для первого случая
r0=k/(n+1);
tetha0=0;
tetha=0:0.01:2*%pi;
r=ode(r0,tetha0,tetha,f);
//функция, описывающая движение лодки браконьеров
function xt=f2(t)
   xt=cos(fi)*t;
endfunction
t=0:1:800;
plot2d(t,f2(t),style = color('red'));//построение траектории движения браконьерской лодки
polarplot(tetha,r,style = color('green')); //построение траектории движения катера в полярных координатах
//начальные условия во втором случае
r0=k/(n-1);
tetha0=-%pi;
figure();
r=ode(r0,tetha0,tetha,f);
plot2d(t,f2(t),style = color('red'));//построение траектории движения браконьерской лодки
polarplot(tetha,r,style = color('green')); //построение траектории движения катера в полярных координатах
```

Рис. 3.3: Код программы

Результат работы программы: (рис. 3.4) (рис. 3.5)

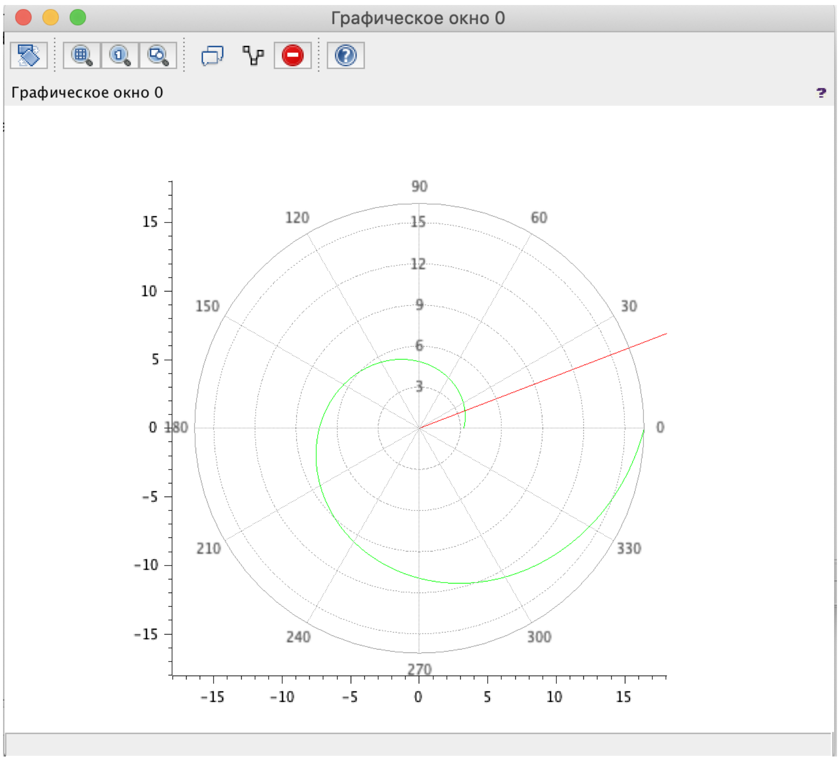

Рис. 3.4: Для первого случая

Точка пересечения красного и зеленого графиков - точка пересечения катера и лодки, исходя из графика, имеет параметры $\theta = 25$ $r = 3,4$

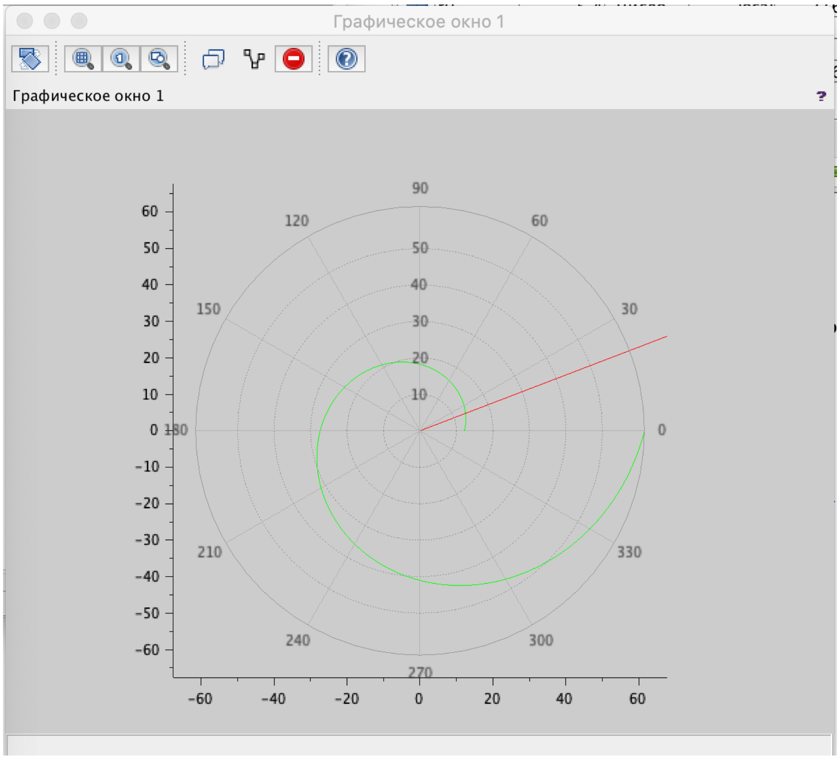

Рис. 3.5: Для второго случая

Точка пересечения красного и зеленого графиков - точка пересечения катера и лодки, исходя из графика, имеет параметры $\theta = 25$ $r = 11$ Наблюдаем, что при погоне «по часовой стрелке» для достижения цели потребуется пройти значительно меньшее расстояние.

4 Вывод

На основе проделанной работы построила математическую модель для выбора правильной стратегии при решении задач поиска.